

CAŁKA KRZYWOLINIOWA ZORIENTOWANA.

Jeżeli na łuku gładkim $\Gamma = \{(x(t), y(t), z(t)) : t \in \langle \alpha, \beta \rangle\}$, którego orientacja jest zgodna z parametryzacją, pole wektorowe $\vec{F} = [P, Q, R]$ jest ciągle, to

$$\int_{\Gamma} \vec{F}(\vec{r}) \circ d\vec{r} = \int_{\Gamma} [\vec{F}(\vec{r}) \circ \vec{r}'(t)] dt .$$

Jeżeli grad U jest polem potencjalnym, to $\int_{\widehat{AB}} \text{grad } U \circ d\vec{r} = U(B) - U(A)$.

CAŁKA POWIERZCHNIOWA NIEZORIENTOWANA.

Jeżeli: f - funkcja ciągła na płacie gładkim Σ , gdzie $\Sigma = \{\vec{r}(u, v) : (u, v) \in D\}$, gdzie $D \subset \mathbb{R}^2$ jest regularny, to

$$\int_{\Sigma} \int f(x, y, z) dS = \int_D \int f(\vec{r}(u, v)) |\vec{r}_u \times \vec{r}_v| .$$

CAŁKA POWIERZCHNIOWA ZORIENTOWANA.

Jeżeli funkcje P, Q, R są ciągle na zorientowanym płacie regularnym $\Sigma = \{(x(u, v), y(u, v), z(u, v)) : (u, v) \in D\}$, gdzie D jest obszarem regularnym na płaszczyźnie, to

$$\int_{\Sigma} \int P(x, y, z) dydz + Q(x, y, z) dzdx + R(x, y, z) dxdy = \int_D \int \left[P(x(u, v), y(u, v), z(u, v)) \begin{vmatrix} y_u & y_v \\ z_u & z_v \end{vmatrix} + \right. \\ \left. + Q(x(u, v), y(u, v), z(u, v)) \begin{vmatrix} z_u & z_v \\ x_u & x_v \end{vmatrix} + R(x(u, v), y(u, v), z(u, v)) \begin{vmatrix} x_u & x_v \\ y_u & y_v \end{vmatrix} \right] dudv .$$

TWIERDZENIE GAUSSA-OSTROGRADSKIEGO.

Jeżeli

- Σ jest zorientowanym kawałkami gładkim płatem zamkniętym, który jest brzegiem obszaru domkniętego $V \subset \mathbb{R}^3$.
- pole wektorowe $\vec{F} = [P, Q, R]$ jest różniczkalne w sposób ciągły na V

to

$$\int_{\Sigma} \int \vec{F} \circ d\vec{S} = \int_V \int \int \text{div} \vec{F} dV .$$

TWIERDZENIE STOKESA.

Jeżeli

- Σ jest płatem kawałkami gładkim, którego brzeg Γ jest łukiem kawałkami gładkim zorientowanym zgodnie z orientacją płata Σ .
- pole wektorowe $\vec{F} = [P, Q, R]$ jest różniczkalne w sposób ciągły na płacie Σ (łącznie z brzegiem Γ),

to

$$\oint_{\Gamma} \vec{F} \circ d\vec{r} = \int_{\Sigma} \int (\text{rot} \vec{F}) \circ d\vec{S} .$$

SZEREGI FOURIERA

Szereg Fouriera określony na przedziale $\langle -l, l \rangle$ ma postać

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \frac{\pi n x}{l} + b_n \sin \frac{\pi n x}{l} \right),$$

gdzie

$$a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{\pi n x}{l} dx$$

dla $n = 0, 1, 2, \dots$ oraz

$$b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{\pi n x}{l} dx$$

dla $n = 1, 2, \dots$