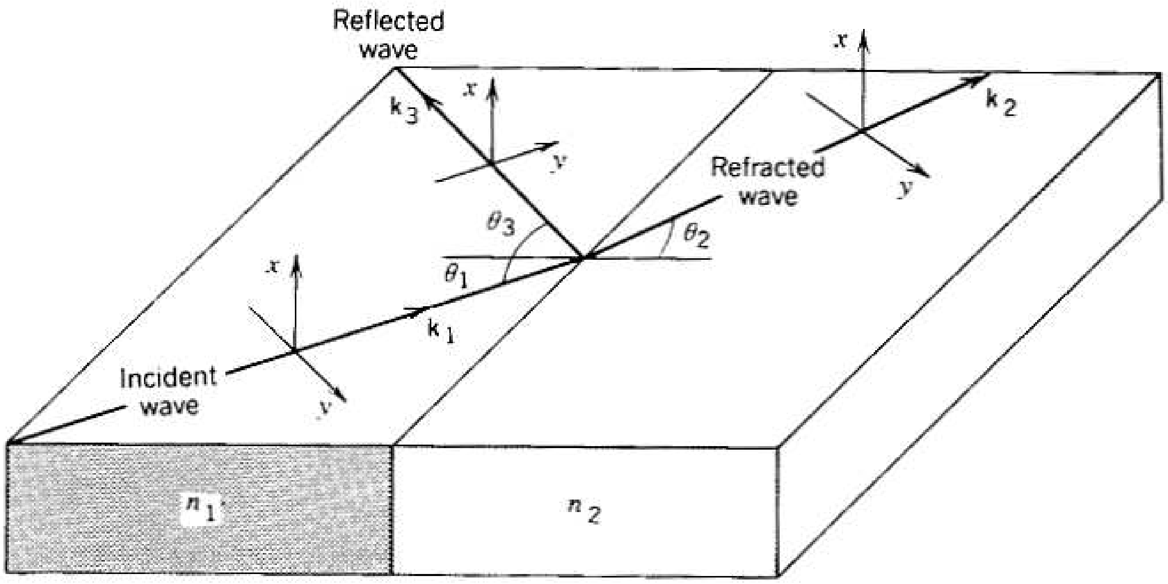


Rysunek 1:

Prawo Snella

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$$

Czyli

$$\sin\theta_t = \frac{n_1}{n_2}\sin\theta_i$$

gdy $n_1 > n_2$ to powstaje możliwość $\sin\theta_t > 1$
Gdy $\sin\theta_t = 1$ tj. $\theta_t = \pi/2 \rightarrow$ całkowite wewnętrzne odbicie (TIR).
Zachodzi gdy

$$\sin\theta_i \geqslant \frac{n_2}{n_1}$$

Wady modelu geometrycznego

- określa kierunki ale nie pozwala określić natężenia promienia odbitego i załamanego
- nie pozwala na opisywanie zjawisk dyfrakcyjnych

Ukośne padanie fali płaskiej $\vec{E} \cdot \vec{H} = 0$

- Polaryzacja prostopadła (TE, s) $\vec{E}_n \neq 0, \vec{E}_t = 0$
- Polaryzacją równoległa (TM, p) $\vec{E}_n = 0, \vec{E}_t \neq 0$

Dla padania prostopadłego

$$\Gamma = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \qquad |\Gamma|^2 + |T|^2 = 1$$

$$Z = |E|/|H|, Z = Z_c = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \frac{120\pi}{n}$$

Czyli

$$\Gamma = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

Przy padaniu ukośnym w pł. $x - z$ składowe RÓWNOLEGŁE do granicy $z = 0$ tj. skł. x

- Przy polaryzacji TM $\rightarrow H_y, E_x = |E_t| \cos\theta_i$
- Przy polaryzacji TE $\rightarrow E_y, H_x = |H_t| \cos\theta_i$

Zatem dla pol. TM i TE

$$Z_{TM} = |E_x|/|H_y| = \frac{120\pi}{n} \cos\theta_i$$
$$Z_{TE} = |E_y|/|H_x| = \frac{120\pi}{n \cos\theta_i}$$

W efekcie

$$\Gamma_{TM} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{n_1 \cos\theta_t - n_2 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i}$$
$$\Gamma_{TE} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t}$$

RÓWNANIA FRESNELA

- Polaryzacja TM (równoległa)

$$\Gamma_{TM} = \frac{n_1 \cos\theta_t - n_2 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i} \tag{1}$$

$$T_{TM} = \frac{2n_2 \cos\theta_i}{n_1 \cos\theta_t + n_2 \cos\theta_i} \tag{2}$$

- Polaryzacja TE (prostopadła)

$$\Gamma_{TE} = \frac{n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} \tag{3}$$

$$T_{TE} = \frac{2n_1 \cos\theta_t}{n_1 \cos\theta_i + n_2 \cos\theta_t} \tag{4}$$

Konsekwencje
Q? Kiedy $\Gamma = 0$?
A) Prawo Snella

$$n_1 \sin\theta_i = n_2 \sin\theta_t$$

B)

- Dla TM $n_1 \cos\theta_t - n_2 \cos\theta_i = 0$ czyli

$$\sin 2\theta_i = \sin 2\theta_t$$

  - Gdy $\theta_i = \theta_t$ (zachodzi gdy $n_1 = n_2$)
  - Gdy $2\theta_i = \pi - 2\theta_t$ czyli $\theta_i + \theta_t = \pi/2$. Po podstawieniu do pr. Snella

$$\operatorname{tg}\theta_i = \frac{n_2}{n_1} \qquad \text{kąt Brewstera } \theta_B$$

- Dla TE $n_1 \cos\theta_i - n_2 \cos\theta_t = 0$ czyli

$$\operatorname{tg}\theta_i = \operatorname{tg}\theta_t$$

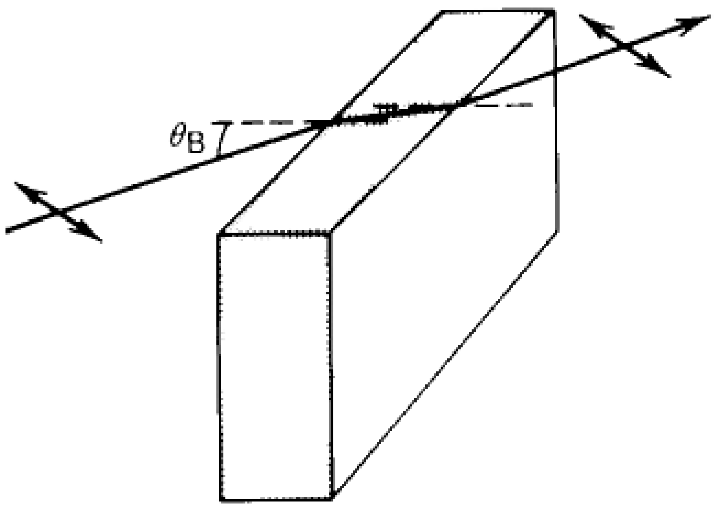
  - Gdy $\theta_i = \theta_t$ (zachodzi gdy $n_1 = n_2$)
  - Gdy $\theta_t = \pi + \theta_i > \pi$ czyli niemożliwe.

KĄT BREWSTERA

Przykład

$n_1 = 1, n_2 = 1.5$ granica powietrze - szkło

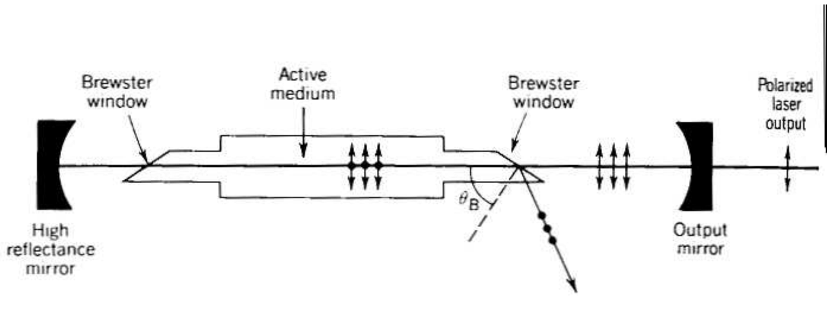
$$\theta_B = 56.3^o$$



Rysunek 2:

Zastosowania

- Polaryzatory
- Okna Brewstera (lasery)



Rysunek 3:

RÓWNANIA FRESNELA - konsekwencje cd.

- Straty odbiciowe (Fresnela) przy łączeniu światłowodów $\theta = 0$

$$\Gamma = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$$

  Gdy $n_1 = 1, n_2 = 1.5$ (koniec światłowodu) $\rightarrow |\Gamma|^2 = 0.04 = -0.18$ dB
  Przerwa w światłowodzie $\rightarrow P_r = -0.36$ dB

- Całkowite wewnętrzne odbicie (TIR) $(n_1 > n_2)$

$$\sin\theta_{TIR} = \frac{n_2}{n_1}$$

- Jaka jest faza sygnału odbitego?
- Czy moduł współczynnika odbicia jest równy 1 gdy $\theta_t > \theta_{TIR}$
- Czy ośrodku "zewnętrznym" istnieje jakieś pole

POLE W OŚRODKU ZEWNĘTRZNYM

Czy w ośrodku $n_2 < n_1$ istnieje pole gdy $\theta_i \geqslant \theta_{TIR}$?

- Promień załamany jest falą e.m. rozchodzącą się pod kątem θ_t w ośrodku 2 z prędkością c/n_2.
- Taka fala może być opisana przez wektor falowy o module $|\vec{k}_r| = \omega n_2/c$
- Postać fali. e.m rozchodzącej się w w kier. wekt. falowego $\vec{k}_r$

$$\vec{E} = \vec{A}\text{exp}\{-j\vec{k}_r \cdot \vec{r}\}$$

gdzie $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

- Dla płasz. padania $y =$const.

$$\vec{k}_r = \vec{k}_z + \vec{k}_x = |\vec{k}_r|(\sin\theta_t\hat{x} + \cos\theta_t\hat{z})$$

- ostatecznie

$$\vec{E} = \vec{A}\text{exp}\{-j\omega\frac{n_2}{c}(x\sin\theta_t + z\cos\theta_t)\} \tag{5}$$

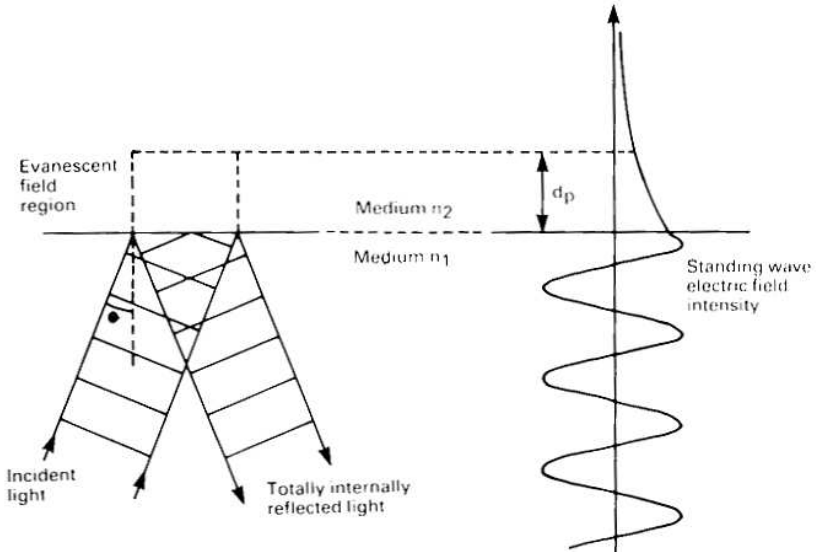
Dla $\theta_i > \theta_{TIR}$ mamy

$$\sin\theta_t > 1 \rightarrow \cos\theta_t = \sqrt{1-\sin^2\theta_t} = \pm jD$$

Podstawiając do (5)

$$\vec{E} = \vec{A}\text{exp}\{-\omega zD\frac{n_2}{c}\}\text{exp}\{-j\omega\frac{n_2}{c}x\sin\theta_t\}$$

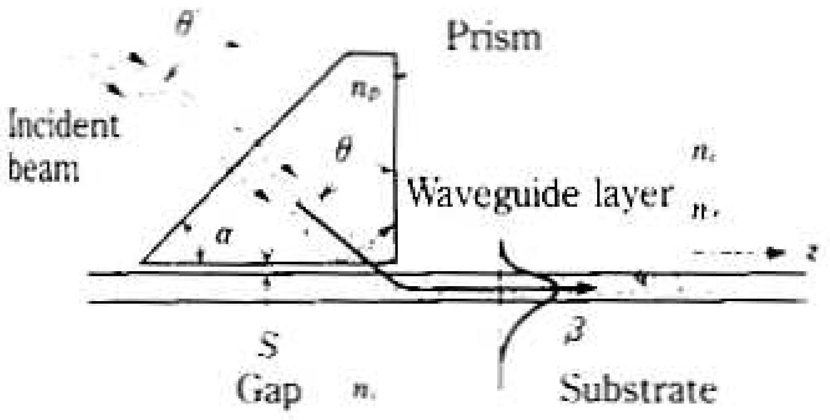
Pole w kier. z tłumione



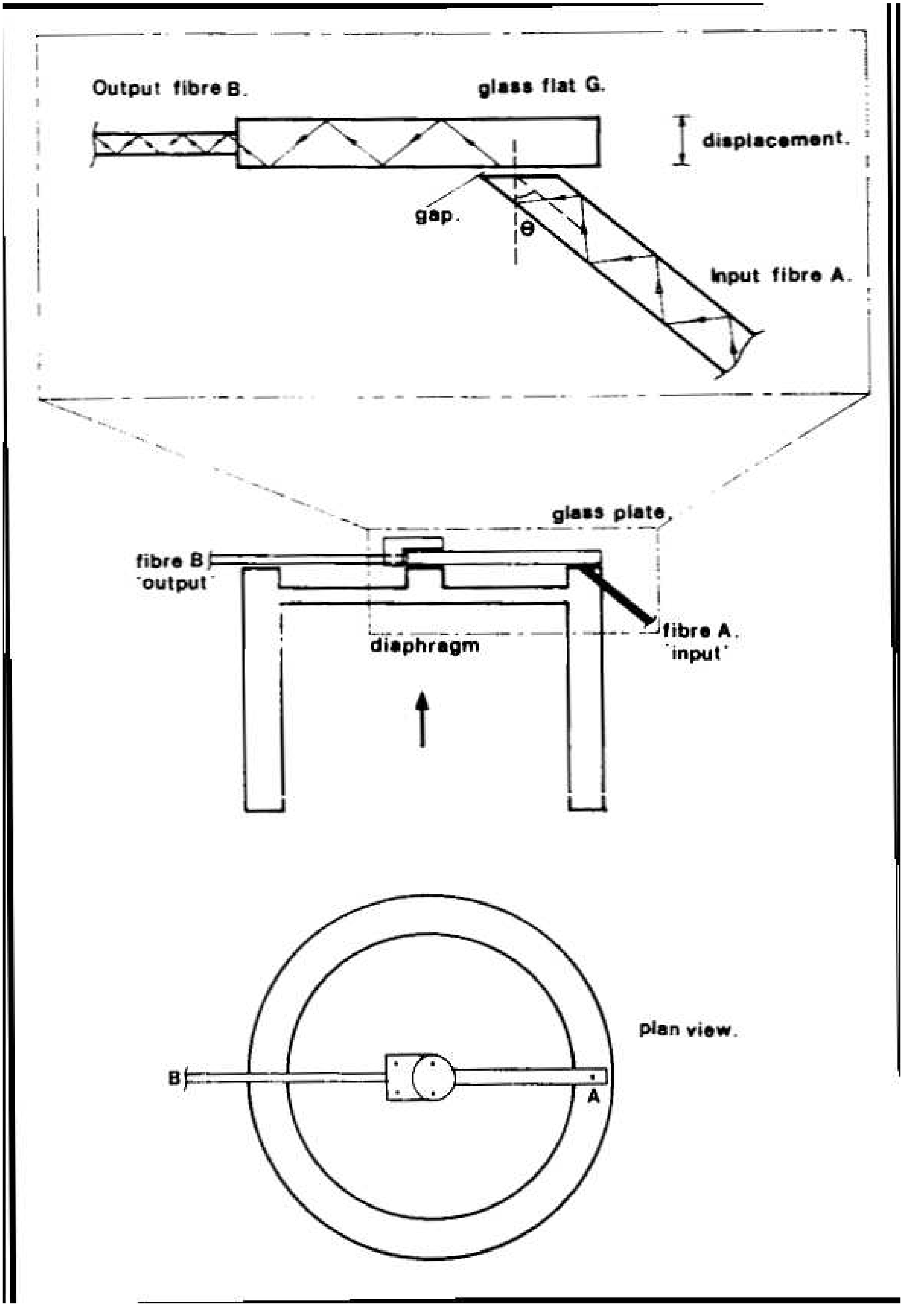
Rysunek 4:

Zastosowania:

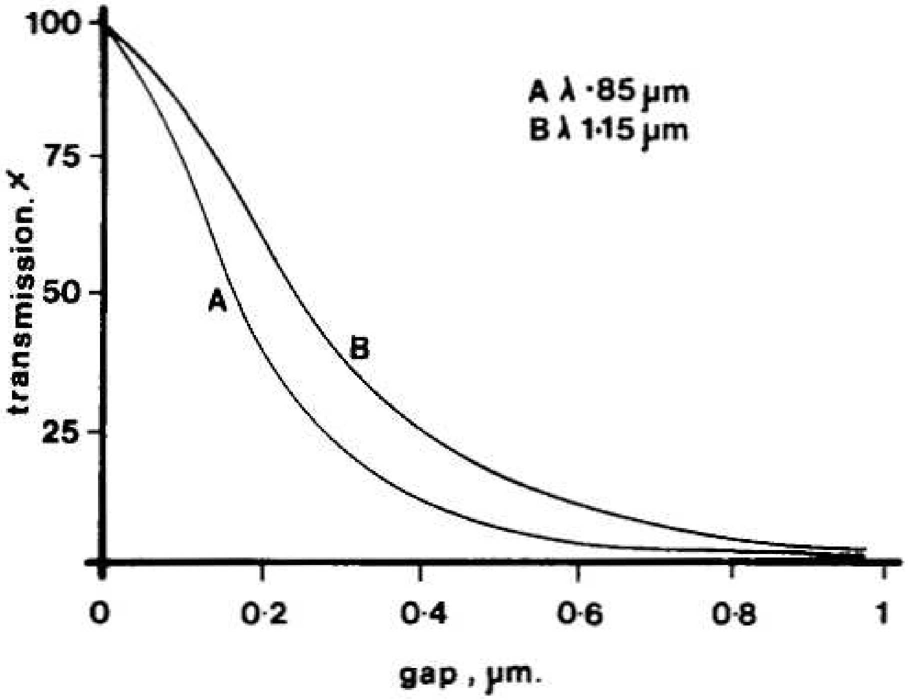
np czujniki, sprzęganie ze światłowodem planarnym przez pryzmat



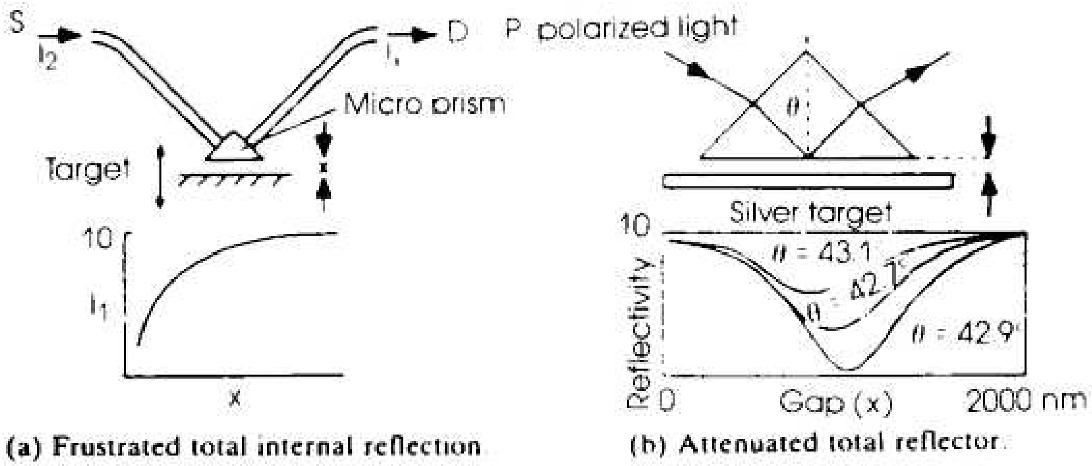
Rysunek 5:



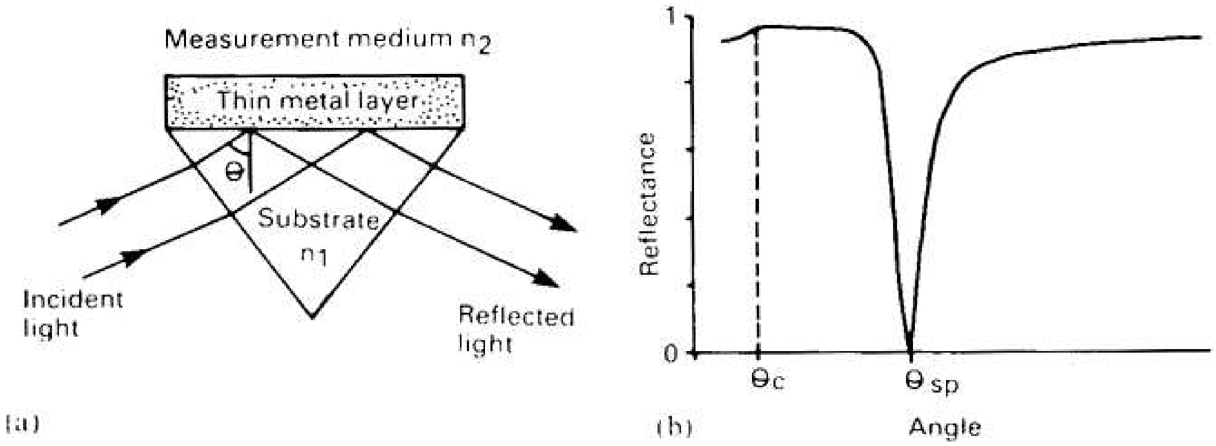
Rysunek 6: *Czujnik nacisku*



Rysunek 7: *Transmisja sygnału w czujniku nacisku*



Rysunek 8:



Rysunek 9:

- Czujnik FTIR (Frustrated TIR) - tłumienie fali powierzchniowej na skutek zbliżania ośrodka)
- Czujnik ATR (Attenuated TR) cienka warstwa metalu (50nm) - zanikanie fali odbitej dla kąta odpowiadającemu wzbudzaniu plazmonu w metalu (światło spolaryzowane) - kąt zależy od n_2

FAZA PRZY ODBICIU

- gdy $\theta_i < \theta_{TIR}$ współczynnik odbicia rzeczywisty $\rightarrow$ faza 0 lub π
- gdy $\theta_i \geqslant \theta_{TIR} \rightarrow \cos\theta_t = -jD$ współczynnik odbicia

$$\Gamma = |\Gamma| e^{j\delta}$$

<u>Kąt przesunięcia fazowego</u>

- Polaryzacja TE (s)

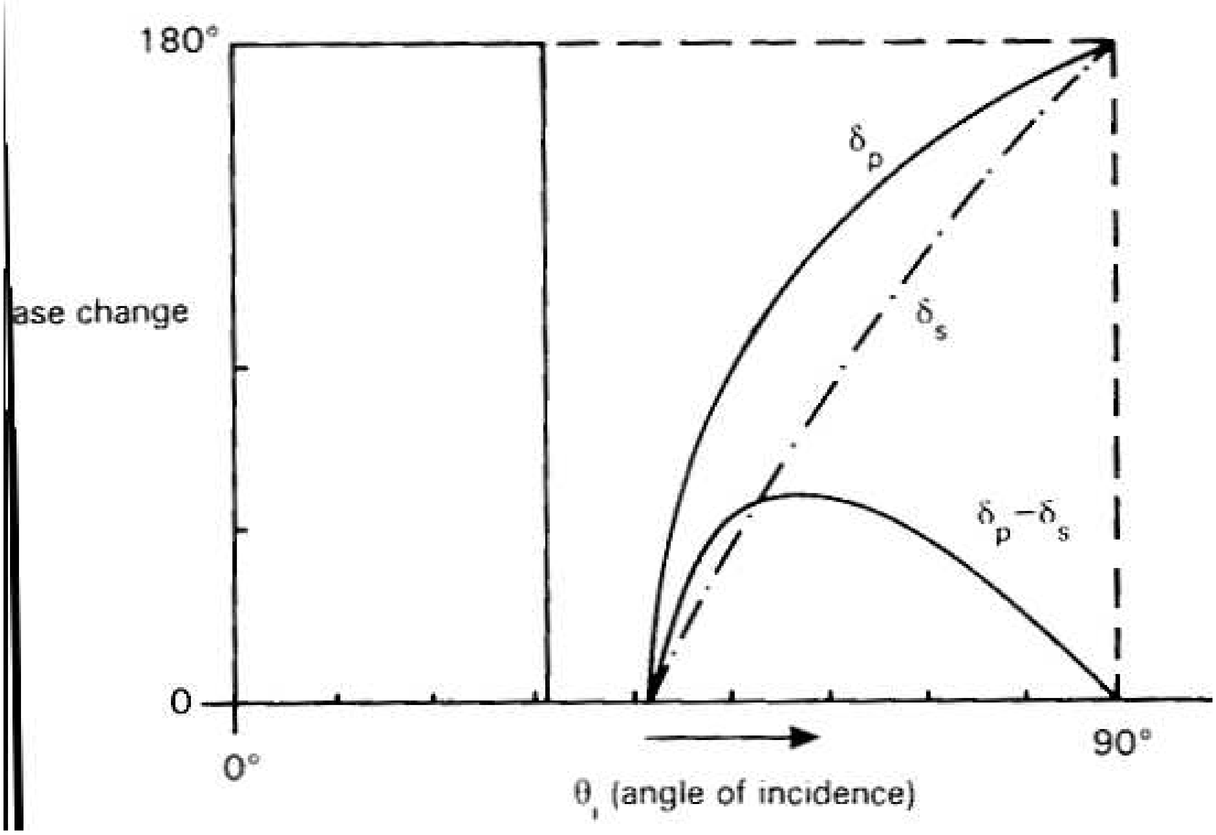
$$\operatorname{tg}\left(\frac{\delta_{TE}}{2}\right) = \frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - \sin^2\theta_{TIR}}}{\cos\theta_i}$$

- Polaryzacja TM (p)

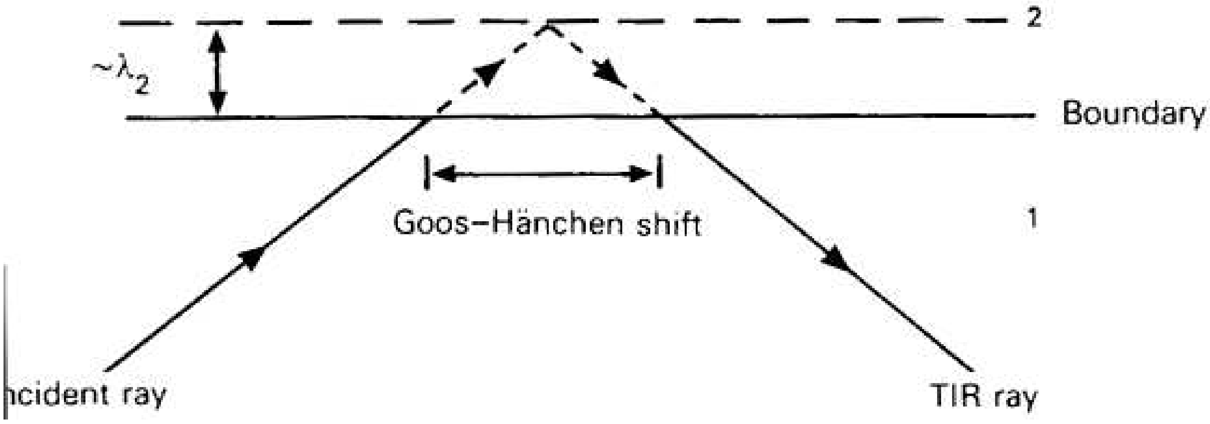
$$\operatorname{tg}\left(\frac{\delta_{TM}}{2}\right) = \frac{\sqrt{\sin^2\theta_i - \sin^2\theta_{TIR}}}{\cos\theta_i \sin^2\theta_{TIR}}$$

<u>Konsekwencje</u>

- Zastosowanie: Uzyskiwanie dowolnego przesunięcia faz. między składowymi (2 razy TIR daje możliwość dowolnej polaryzacji wyjściowej $\delta_p - \delta_s$.
- Przesunięcie Goosa-Haenchena (światłowód)



Rysunek 10: *Przesunięcie dla pol równoległej (p) i prostopadłej (s)*



Rysunek 11:

Światłowód planarny - podejście falowe

- Płaszcz (cladding) n_2
- Rdzeń (core) $n_1 > n_2$

Światłowód - falowód dielektryczny
Przypomnienie

- R-nia Maxwella

$$\nabla \times \vec{E} = -j\omega\mu_0\vec{H} \tag{6}$$
$$\nabla \times \vec{H} = j\omega\epsilon_0 n^2\vec{E} \tag{7}$$

- Prawo Gaussa i Biota-Savarta (bez źródeł)

$$\nabla \cdot \vec{D} = 0 \tag{8}$$
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \tag{9}$$

- Związki materiałowe

$$\vec{D} = \epsilon\vec{E} = \epsilon_0 n^2\vec{E} \tag{10}$$
$$\vec{B} = \mu_0\vec{H} \tag{11}$$

- Warunki ciągłości:
  $\vec{E}_{st}, \vec{D}_n, \vec{H}_{st}, \vec{B}_n$ ciągłe

- zmienność pól w kier osi z dla fali e.m. o współczyn. fazowym β

$$e^{-j\beta z}$$

Z r-ń Maxwella

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -j\omega\mu_0 \nabla \times \vec{H} = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 n^2 \vec{E}$$

Z prawa Gaussa

$$0 = \nabla \cdot \vec{D} = \epsilon_0 \nabla \cdot (n^2 \vec{E}) = \epsilon_0 (\nabla n^2 \cdot \vec{E} + n^2 \nabla \cdot \vec{E})$$

Ponieważ

$$\omega^2 \mu_0 \epsilon_0 = \frac{\omega^2}{c^2} = k_0^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\right)^2$$

oraz

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$$

To przekształcając prawo Gaussa do postaci

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\frac{1}{n^2} \nabla n^2 \cdot \vec{E}$$

Otrzymujemy równanie falowe (w izotropowym ośrodku niejednorodnym)

$$\nabla^2 \vec{E} + \nabla \left(\frac{1}{n^2} \nabla n^2 \cdot \vec{E}\right) + k_0^2 n^2 \vec{E} = 0$$

Podobnie dla pola magnetycznego

$$\nabla^2 \vec{H} + \frac{1}{n^2} \nabla n^2 \times \left(\nabla \times \vec{H}\right) + k_0^2 n^2 \vec{H} = 0$$

Q? Jak te równania wyglądają dla fali rozchodzącej się wzdłuż osi z jesli $n(z) = \text{const.}$
H: $\nabla = \nabla_t + \nabla_z$, $\nabla_z = -j\beta$

Dla światłowodu planarnego przyjmując

- propagację w kierunku osi z ze współczynnikiem β
- $n = n(x)$
- brak zmienności pól w kier y — UPROSZCZENIE !!!!

po rozpisaniu równań Maxwella otrzymujemy dwa zestawy równań

- dla E_y, H_x, H_z

$$\beta E_y = -\omega\mu_0 H_x \tag{12}$$
$$\frac{\partial}{\partial x} E_y = -j\omega\mu_0 H_z \tag{13}$$
$$-j\beta H_x - \frac{\partial}{\partial x} H_z = j\omega\epsilon_0 n^2(x) E_y \tag{14}$$

czyli związki dla pól modów TE

- dla H_y, E_x, E_z

$$\beta H_y = \omega\epsilon_0 n^2(x) E_x \tag{15}$$
$$\frac{\partial}{\partial x} H_y = j\omega\epsilon_0 n^2(x) E_z \tag{16}$$
$$-j\beta E_x - \frac{\partial}{\partial x} E_z = -j\omega\mu_0 H_y \tag{17}$$

czyli związki dla pól modów TM

Jak znaleźć rozkłady pól i β?

Mody TE $\rightarrow E_z = 0$ i brak zmienności po y $\rightarrow E_x = 0$,
$n = n(x) \rightarrow \nabla_y n^2 = 0$ i propagacja wzdłuż $z \rightarrow \frac{\partial}{\partial z} = -j\beta$

r-nie falowe

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} E_y + (k_0^2 n^2(x) - \beta^2) E_y = 0$$

— Otrzymaliśmy równanie różniczkowe 2 stopnia jednej zmiennej o zmiennym współczynniku i nieznanej stałej (stałych) β
—Rozwiązanie musi spełniać warunki brzegowe - stąd znajdziemy stałe β

Praktyczne przypadki

- Całkowicie dowolny rozkład parametrów ośrodka (tu $n^2(x)$)
  Strategia A: przybliżone metody analityczne lub met. numeryczne
- Rozkład parametrów odcinkami stały (np warstwy)
  Strategia B:
  - Znaleźć rozwiązanie ogólne w każdym z obszarów analitycznie
  - Dobrać stałe tak aby były spełnione warunki ciągłości

$$n(x) = n_1 \quad |x| \leqslant d/2 \qquad n(x) = n_2 \quad |x| > d/2$$

Przyjmujemy strategię B)

Mody TE_{0n} w symetrycznym skokowym światłowodzie planarnym

Równania dla obszarów 1 (rdzeń) i 2 (płaszcz)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_y + (k_0^2 n_1 - \beta^2)E_y = 0 \tag{18}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_y + (k_0^2 n_2 - \beta^2)E_y = 0 \tag{19}$$

Dodatkowo

- W nieskończoności $E_y = 0$
- Na granicy miedzy obszarami $\rightarrow$ warunki ciągłości pól stycznych (pola styczne dla modów TE_{0n} to E_y i H_z)
  - Ponieważ
    $$\frac{\partial}{\partial x}E_y = -j\omega\mu_0 H_z$$
    zatem
  - E_y i $\frac{\partial}{\partial x}E_y$ ciągłe dla $x = \pm d/2$

Przyjmujemy oznaczenia

$$\kappa^2 = k_0^2 n_1 - \beta^2 \tag{20}$$

$$\gamma^2 = \beta^2 - k_0^2 n_2 \tag{21}$$

Równania dla obszarów 1 (rdzeń) i 2 (płaszcz)

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_y + \kappa^2 E_y = 0 \quad \text{rdzeń} \tag{22}$$
$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_y - \gamma^2 E_y = 0 \quad \text{płaszcz} \tag{23}$$

Otrzymaliśmy równania różniczkowe 2 stopnia zwyczajne
Rozwiązanie ogólne (metoda przewidywań, wielomian charakterystyczny)

- Dla obszaru 1 (rdzenia) $|x| \leqslant d/2$

$$E_y = A\cos\kappa x + B\sin\kappa x$$

- Dla obszaru 2 (płaszcza) $|x| > d/2$

$$E_y = C'e^{\gamma x} + Ce^{-\gamma x} \quad \text{gdy } x > d/2 \tag{24}$$
$$E_y = De^{\gamma x} + D'e^{-\gamma x} \quad \text{gdy } x < -d/2 \tag{25}$$

Ponieważ E_y ograniczone $x \to \pm\infty$ to $C' = D' = 0$ (przyjmując γ rzeczywiste)

Z uwagi na symetrię wzgl. pł. $x = 0$ wystarczy rozpatrzyć
POŁOWĘ struktury (np. dla $x > 0$) dla dwóch klas rozwiązań

- $E_y(-x) = E_y(x)$ rodzaje symetryczne
- $E_y(-x) = -E_y(x)$ rodzaje antysymetryczne

Dla rodzajów antysymetrycznych musi być $E_y(0) = 0$. Czyli $A = 0$
Dla rodzajów symetrycznych $B = 0$

Mody $TE_{0,2n}$ w symetrycznym skokowym światłowodzie planarnym

Skoro dla modów symetrycznych $B = 0$ oraz $C' = D' = 0$ i wystarczy rozważyć połowę struktury to mamy

- Dla obszaru 1 (rdzenia) $x \leqslant d/2$

$$E_y = A \cos \kappa x$$

- Dla obszaru 2 (płaszcza) $x > d/2$

$$E_y = Ce^{-\gamma x}$$

Stosujemy warunki ciągłości dla płasz. $x = d/2$
E_y i $\frac{\partial}{\partial x} E_y$ ciągłe dla $x = \pm d/2$

$$A \cos \kappa d/2 = Ce^{-\gamma d/2} \tag{26}$$
$$-\kappa A \sin \kappa d/2 = -\gamma Ce^{-\gamma d/2} \tag{27}$$

Dzieląc stronami dostajemy równanie

$$\kappa \operatorname{tg} \kappa d/2 = \gamma \tag{28}$$

Skoro $\kappa^2 = k_0^2 n_1 - \beta^2$, $\gamma^2 = \beta^2 - k_0^2 n_2$ oraz tangens jest funkcją okresową $\rightarrow$ równanie (28) ma nieskończenie wiele rozwiązań β dla ustalonego k_0. Każde rozwiązanie to mod (rodzaj).
R-nie (28) $\rightarrow$ r-nie dyspersyjne modów $TE_{0,2n}$ światłowodu planarnego.

W ogólności (gdy więcej równań ciągłości do spełnienia) równania zapisujemy w post. JEDNORODNEGO układu równań liniowych

$$\underline{\underline{A}}\,\underline{a} = 0 \qquad \text{przy czym } A_{ik}(k_0, \beta)$$

Wtedy r-nie dyspersyjne

$$\text{det}\underline{\underline{A}}\,(k_0, \beta) = 0$$

Charakterystyka dyspersyjna

Sens fizyczny modu - pole elektromagnetyczne, które przy danej częstotliwości spełnia r-nie falowe i warunki brzegowe.
Ogólnie (nie tylko dla św. planarnego) $\beta \leqslant k_0 n$ (czyli κ rzeczywiste)
Charakterystyczne zakresy

- $k_0 n_2 \leqslant \beta \leqslant k_0 n_1 \to \kappa, \gamma$ rzeczywiste $\to$ - mody prowadzone
- $\beta < k_0 n_2 \to \gamma$ urojone ! $\to$ pole w płaszczu prop. do $e^{-j|\gamma|x}$ $\to$ mody promieniowane
- Czy możliwe γ, κ obie urojone?

$\beta = k_0 n_2$ - definiuje odcięcie

Charakterystyka dyspersyjna

Analogia z promieniem i TIR

- wektor falowy w rdzeniu $\vec{k}_r = \kappa\hat{x} + \beta\hat{z}$, $|\vec{k}_r| = n_1 k_0 \rightarrow$
- taki sam wektor fal. ma fala płaska rozchodząca się pod kątem

$$\mathrm{tg}\,\theta = \kappa/\beta$$

względem osi z lub

$$\cos\theta = \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2 + \kappa^2}}$$

- $\kappa^2 = k_0^2 n_1 - \beta^2$ czyli

$$\cos\theta = \beta/k_0 n_1$$

- dla odcięcia $\beta = k_0 n_2$ czyli

$$\cos\theta = n_2/n_1$$

- Odpowiada to KĄTOWI PADANIA na pł. $x = \pm d/2$

$$\sin\theta_i = \sin\theta_{TIR} = n_2/n_1$$

Przykład

$n_1 = 1.503, n_2 = 1.500, d = 4\mu m$

- $\lambda_0 = 1\mu m \rightarrow \beta/k_0 = 1.50159 \rightarrow \theta = 2.48^o$
- $\lambda_0 = 0.5\mu m \rightarrow \beta/k_0 = 1.502369 \rightarrow \theta = 1.66^o$

Charakterystyka dyspersyjna

Ważne!!

- Maksymalna wartość $\beta = k_0 n_1$ (fala płaska wzdłuż rdzenia)
- Charakterystyka dysp. jest niemalejącą funkcją częstotliwości
- Dla falowodów zamkniętych odcięcie modu $\beta = 0$
- Dla falowodów otwartych (światłowodów) odcięcie modu $\beta = k_0 n_2$
- Mody prowadzone dla $k_0 n_2 \leqslant \beta \leqslant k_0 n_1$ co odpowiada $n_2/n_1 \leqslant \cos\theta \leqslant 1$
- mod podstawowy w światłowodzie (fal. diel.) nie ma odcięcia

CHARAKTERYSTYKI ZNORMALIZOWANE

- Częstotliwość znormalizowana

$$V = k_0 d \sqrt{n_1^2 - n_2^2}$$

- Znormalizowana stała fazowa

$$b = \frac{\beta^2/k_0^2 - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} \quad 0 \leqslant b \leqslant 1$$

Mody $TE_{0,2n+1}$ w symetrycznym skokowym światłowodzie planarnym

- Dla obszaru 1 (rdzenia) $x \leqslant d/2$

$$E_y = B \sin \kappa x$$

- Dla obszaru 2 (płaszcza) $x > d/2$

$$E_y = Ce^{-\gamma x}$$

Stosujemy warunki ciągłości dla płasz.
$x = d/2$ E_y i $\frac{\partial}{\partial x} E_y$ ciągłe dla $x = \pm d/2$

$$\begin{aligned} B \sin \kappa d/2 &= Ce^{-\gamma d/2} \\ \kappa B \cos \kappa d/2 &= -\gamma C e^{-\gamma d/2} \end{aligned}$$

Dzieląc stronami dostajemy równanie dyspersyjne modów asymetrycznych

$$-\kappa \operatorname{ctg} \kappa d/2 = \gamma \tag{29}$$

Mody TM_{0n} w symetrycznym skokowym światłowodzie planarnym

- Mody TM_{0n} maja składowe E_x, E_z, H_y
- Do r-nia fal. dla pola E podst związki łączące E z H

r-nie falowe

$$n^2(x)\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{1}{n^2(x)}\frac{\partial}{\partial x}H_y\right] + (k_0^2 n^2(x) - \beta^2)H_y = 0$$

lub

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}H_y + \left[\frac{1}{n^2(x)}\frac{\partial}{\partial x}n^2(x)\right]\frac{\partial}{\partial x}H_y + (k_0^2 n^2(x) - \beta^2)H_y = 0$$

Dla rdzenia i płaszcza

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}H_y + (k_0^2 n_1 - \beta^2)H_y = 0 \qquad (30)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}H_y + (k_0^2 n_2 - \beta^2)H_y = 0 \qquad (31)$$

- W nieskończoności $H_y = 0$
- Na granicy miedzy obszarami $\rightarrow$ warunki ciągłości pól stycznych
- pola styczne dla modów TM_{0n} to H_y i E_z. Czyli

$$H_y, \frac{1}{n^2}\frac{\partial}{\partial x}H_y \qquad \text{muszą być ciągłe}$$

R-nia dyspersyjne modów

- symetrycznych

$$\kappa \operatorname{tg} \kappa d/2 = \frac{n_1^2}{n_2^2}\gamma \qquad (32)$$

- asymetrycznych

$$-\kappa \operatorname{ctg} \kappa d/2 = \frac{n_1^2}{n_2^2}\gamma \qquad (33)$$

SŁABE PROWADZENIE (weak guidance)

Dla modów TE_{0n} mamy

$$\frac{|H_z|}{|H_x|} = \frac{1}{\beta}\frac{|\frac{\partial}{\partial x}E_y|}{|E_y|}$$

W rdzeniu

$$E_y = A\cos\kappa x$$

czyli

$$\frac{|\frac{\partial}{\partial x}E_y|}{|E_y|} \approx \kappa \rightarrow \frac{|H_z|}{|H_x|} \approx \frac{\kappa}{\beta}$$

$\kappa^2 = k_0^2 n_1 - \beta^2 \rightarrow \kappa/\beta = \sqrt{k_0^2 n_1^2/\beta^2 - 1}$ Ponieważ

$$n_2^2 < \beta^2/k_0^2 < n_1^2 \rightarrow 0 < \frac{\kappa}{\beta} < \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_2^2}}$$

Ostatecznie

$$\frac{|H_z|}{|H_x|} \leqslant \sqrt{\frac{n_1^2 - n_2^2}{n_2^2}}$$

Podobny rezultat dostaniemy dla modów TM

Przykład

$n_1 = 1.5, n_2 = 1.49 \rightarrow |H_z|/|H_x| \approx 0.1$

Przy $n_1 \approx n_2$ składowe podłużne pól elektrycznych i magnetycznych są małe. Taki przypadek nazywamy słabym prowadzeniem

I co z tego, że słabe jest prowadzenie?

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}H_y + \left[\frac{1}{n^2(x)}\frac{\partial}{\partial x}n^2(x)\right]\frac{\partial}{\partial x}H_y + (k_0^2 n^2(x) - \beta^2)H_y = 0$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}E_y + (k_0^2 n^2(x) - \beta^2)E_y = 0$$