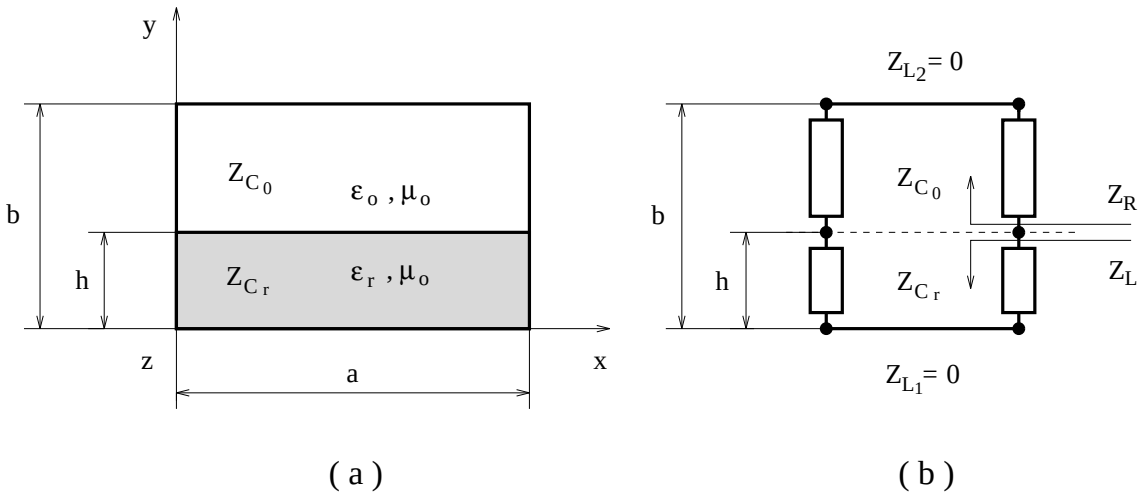
Światłowód planarny - podejście obwodowe.

Struktura podobna: falowód prostokątny z wkładką dielektryczną

- Istnieją mody TE^x, TM^x - tak samo jak w światłowodzie
- W kierunku y pola są harmoniczne $\sin n\pi y/b$ lub $\cos n\pi y/b$ - dla światłowodu $n = 0$
- Na bokach ścianki elektryczne - światłowód jest strukturą otwartą

Analiza falowodu prostokątnego z wkładką dielektryczną - metoda rezonansu poprzecznego



Rysunek 1: (a) Falowód prostokątny z wkładką dielektryczną wzdłuż dłuższego boku. (b) Obwód zastępczy linii transmisyjnej dla kierunku y używany w metodzie TRM.

- Analizujemy falowód w poprzek nieciągłości
- Każdy dielektryk traktujemy jako linię transmisyjną, której impedancja i stała propagacji (w poprzek struktury) zależą ϵ i β, ω
- Ścianki elektryczne $\rightarrow$ zwarcia
- Ścianki magnetyczne $\rightarrow$ rozwarcia

- Dla zadanego ω szukamy wartości paramteru β, dla którego zwarcie z lewej strony przetransformuje się na zwarcie z prawej strony - tzw rezonans poprzeczny. Alternatywnie poszukujemy sytuacji. w ktorej impedancja widziane w dwie strony będą identyczne
- W strukturach symetrycznych wystarczy rozpatrywać połowę struktury

Warunek rezonansu

$$Z_L + Z_R = 0 \tag{1}$$

gdzie Z_L jest impedancją, którą widać patrząc na lewo, a Z_R jest impedancją, którą widać patrząc na prawo względem wybranej płaszczyzny odniesienia.
Dla linii transmisyjnej z rys.1 (b) odniesieniem jest płaszczyzna $y = h$.
Impedancja Z_R wyraża się wzorem

$$Z_R = Z_{c_0}\left[\frac{Z_{L_2} + jZ_{c_0}\,\mathrm{tg}[k_{y_0}(b-h)]}{Z_{c_0} + jZ_{L_2}\,\mathrm{tg}[k_{y_0}(b-h)]}\right] \tag{2}$$

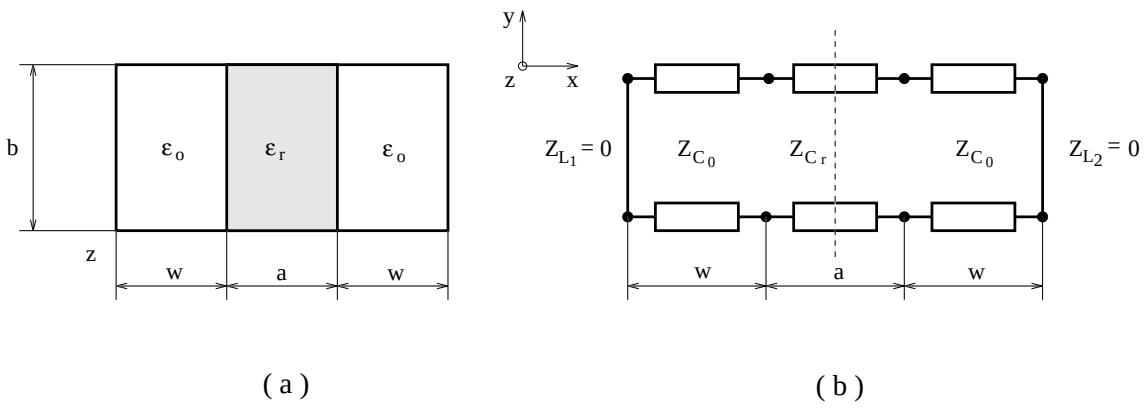
gdzie Z_{c_0} jest impedancją falową dla danego rodzaju pola.
W falowodzie $Z_{L_2} = Z_{L_1} = 0$ (zwarcie), czyli

$$Z_R = jZ_{c_0}\,\mathrm{tg}[k_{y_0}(b-h)] \quad Z_L = jZ_{c_r}\,\mathrm{tg}[k_{y_r}(h)] \tag{3}$$

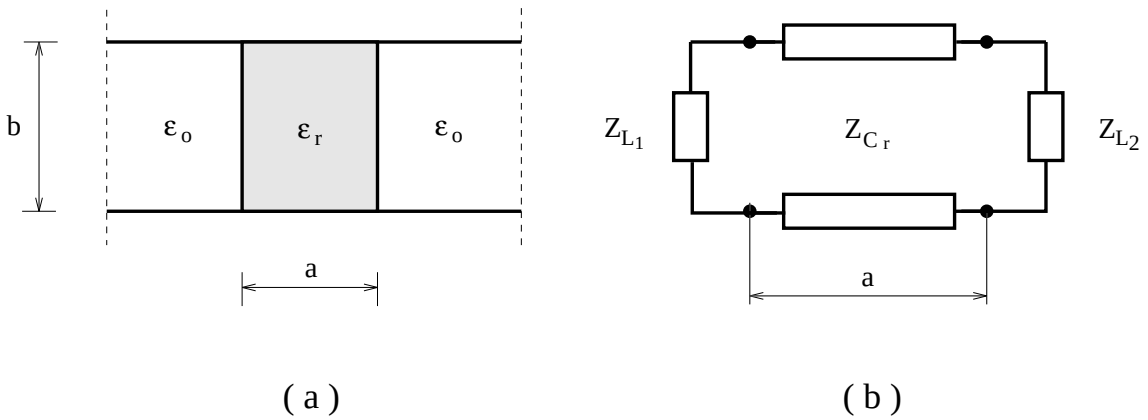
Warunek rezonansu

$$Z_{c_0}\,\mathrm{tg}[k_{y_0}(b-h)] = -Z_{c_r}\,\mathrm{tg}(k_{y_r}h) \tag{4}$$

Światłowód planarny = falowód otwarty dla modów bez zmian funkcyjnych pola w kierunku równoległym do płaszczyzny dielektryka



Rysunek 2: (a) Falowód prostokątny z wkładką dielektryczną umieszczoną symetrycznie. (b) Zastępczy schemat linii transmisyjnej dla metody TRM .

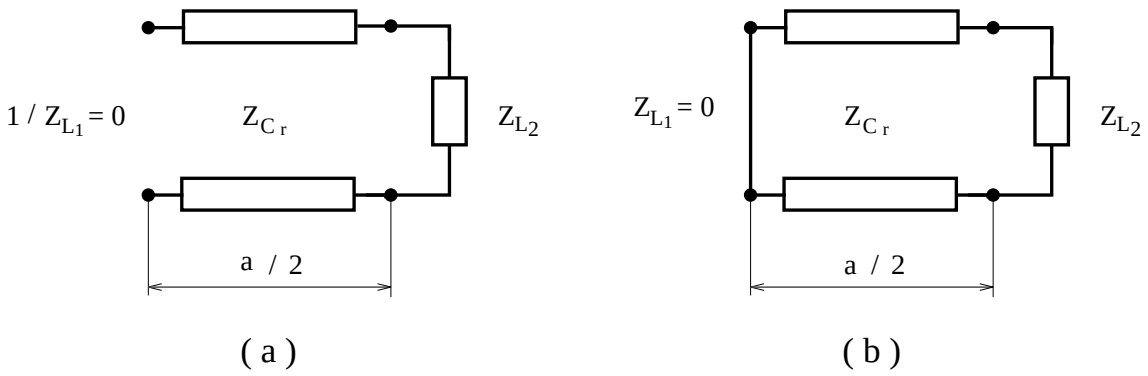


Rysunek 3: (a) Przekrój poprzeczny falowodu otwartego (b) Obwód zastępczy falowodu otwartego

Proste obserwacje dla światłowodu planarnego

- Mody antysymetryczne $E_y = 0$ dla $x = 0 \rightarrow$ ścianka elektryczna dla $x = 0$
- Mody symetryczne $d/dx E_y = 0$ dla $x = 0 \rightarrow$ ścianka magnetyczna dla $x = 0$

- W strukturze otwartej nie ma fali powracającej tzn zamiast zwarcia w obwodzie zastępczym układ zamykamy impedancją linii reprezentującej ośrodek zewnętrzny



Rysunek 4: Uproszczone obwody zastępcze dla światłowodu planarnego: (a) ścianka magnetyczna dla $x = 0$, (b) ścianka elektryczna dla $x = 0$.

Do ustalenia - jaką impedancję i jakie współczynnik propagacji przyjąć dla poszczególnych odcinków w metodzie rezonansu poprzecznego.

Wyprowadzenie wzorów na impedancje falowe pól typu TE i TM

W metodzie rezonansu poprzecznego - fala w obwodzie zastępczym rozchodzi się w kierunku x lub y

Załóżmy - tymczasem, że rozchodzi się w kier z

Rozpisując równania Maxwella na składowe x, y oraz z

$$\nabla_y E_z - \nabla_z E_y = -j\omega\mu H_x \tag{5}$$

$$\nabla_z E_x - \nabla_x E_z = -j\omega\mu H_y \tag{6}$$

$$\nabla_x E_y - \nabla_y E_x = -j\omega\mu H_z \tag{7}$$

$$\nabla_y H_z - \nabla_z H_y = j\omega\epsilon E_x \tag{8}$$

$$\nabla_z H_x - \nabla_x H_z = j\omega\epsilon E_y \tag{9}$$

$$\nabla_x H_y - \nabla_y H_x = j\omega\epsilon E_z \tag{10}$$

Przyjmując zmienność pól w kier ξ w postaci $e^{\gamma_\xi \xi}$

$$\gamma_y E_z - \gamma_z E_y = -j\omega\mu H_x \tag{11}$$

$$\gamma_z E_x - \gamma_x E_z = -j\omega\mu H_y \tag{12}$$

$$\gamma_x E_y - \gamma_y E_x = -j\omega\mu H_z \tag{13}$$

$$\gamma_y H_z - \gamma_z H_y = j\omega\epsilon E_x \tag{14}$$

$$\gamma_z H_x - \gamma_x H_z = j\omega\epsilon E_y \tag{15}$$

$$\gamma_x H_y - \gamma_y H_x = j\omega\epsilon E_z \tag{16}$$

Składowe E_y i H_x wyrażamy za pomocą składowych E_z i H_z.
Biorąc równania (11) i (15) wyznaczamy

$$E_y = \frac{\gamma_y \gamma_z E_z + j\omega\mu\gamma_x H_z}{\gamma_z^2 + \omega^2 \epsilon\mu} \tag{17}$$

oraz

$$H_x = \frac{\gamma_x \gamma_z H_z + j\omega\epsilon\gamma_y E_z}{\gamma_z^2 + \omega^2 \epsilon\mu} \tag{18}$$

Impedancję falową definiuje się jako stosunek wybranych poprzecznych składowych pól E_t i H_t.

$$Z = \frac{E_t}{H_t} \tag{19}$$

Zatem ogólną postać impedancji

$$Z = -\frac{E_y}{H_x} = -\frac{\gamma_y \gamma_z E_z + j\omega\mu\gamma_x H_z}{\gamma_x \gamma_z H_z + j\omega\epsilon\gamma_y E_z} \tag{20}$$

- Dla pól TE^z ($E_z = 0$) wyrażenie to upraszcza się do postaci

$$Z_{TE^z} = -\frac{j\omega\mu}{\gamma_z} \tag{21}$$

- Dla pól TM^z ($H_z = 0$) otrzymujemy

$$Z_{TM^z} = -\frac{\gamma_z}{j\omega\epsilon} \tag{22}$$

Identyczne zależności otrzymujemy wybierając do klasyfikacji modów inny kierunek wyróżniony (np x lub y) zamiast z.

Wyznaczenie stałych propagacji

W DOWOLNEJ WARSTWIE ośrodku o współ przenikalności $\epsilon_r = n^2$ musi być spełniony WARUNEK SEPARACJI

$$-k_0^2\epsilon_r = -k_0^2 n^2 = \gamma_x^2 + \gamma_y^2 + \gamma_z^2$$

lub inaczej

$$k_0^2\epsilon_r = k_0^2 n^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2$$

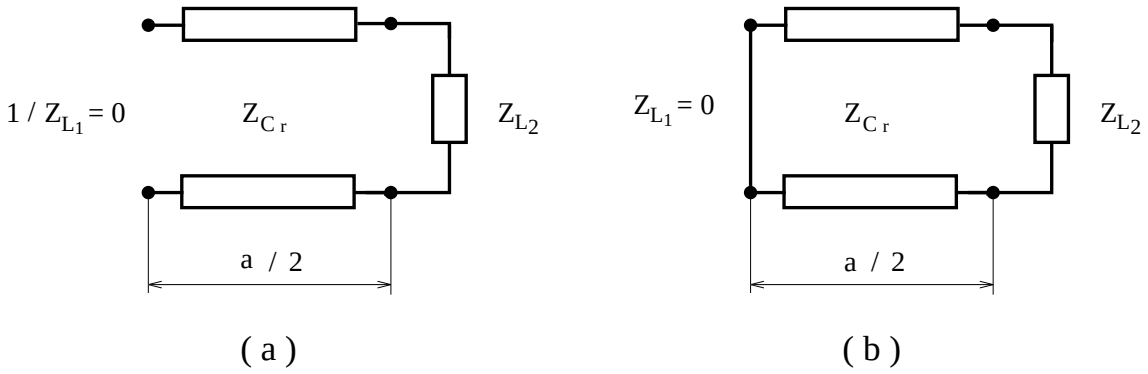
Jeśli interesujemy się modami propagującymi w światłowodzie w kierunku osi z to $\gamma_z = -j\beta$ - takie samo w każdej warstwie.
Jeśli warstwa jest jednorodna w kier $x \rightarrow \gamma_x = 0$
Jeśli warstwa jest jednorodna w kier $y \rightarrow \gamma_y = 0$

Stąd np

$$\gamma_x = -j\,k_x = \sqrt{\beta^2 - k_0^2 n^2}$$

Algorytm postępowania

- Określić schemat zastępczy
- Ustalić polaryzację pól - dobrać właściwą impedancje
- ustalić k_0
- ustalić β z odpowiedniego przedziału
- z warunku separacji wyznaczyć poprzeczne liczby falowe dla każdej warstwy (uwaga niektóre mogą być urojone inne rzeczywiste)
- sprawdzić czy jest spełnione warunek rezonansu poprzecznego i zmienić β jeśli nie



Rysunek 5: Uproszczone obwody zastępcze dla światłowodu planarnego: (a) ścianka magnetyczna dla $x = 0$, (b) ścianka elektryczna dla $x = 0$.

Przykład dla światłowodu - mody parzyste TM^x

- Schemat zastępczy rys 5a
- impedancja w kierunku x
  - dielektryk
$$Z_r = \frac{c^2 k_x}{\omega n^2}$$
  - powietrze (impedancja obciążenia)
$$Z_0 = j\frac{c^2 \alpha_x}{\omega}$$
- r-nie rezonansu
$$\alpha_x + \frac{k_x}{n^2} \cot \frac{k_x a}{2} = 0$$

Podobnie postępujemy przy większej liczbie warstw!

Światłowody nieplanarne - Metoda efektywnej przenikalności dielektrycznej.

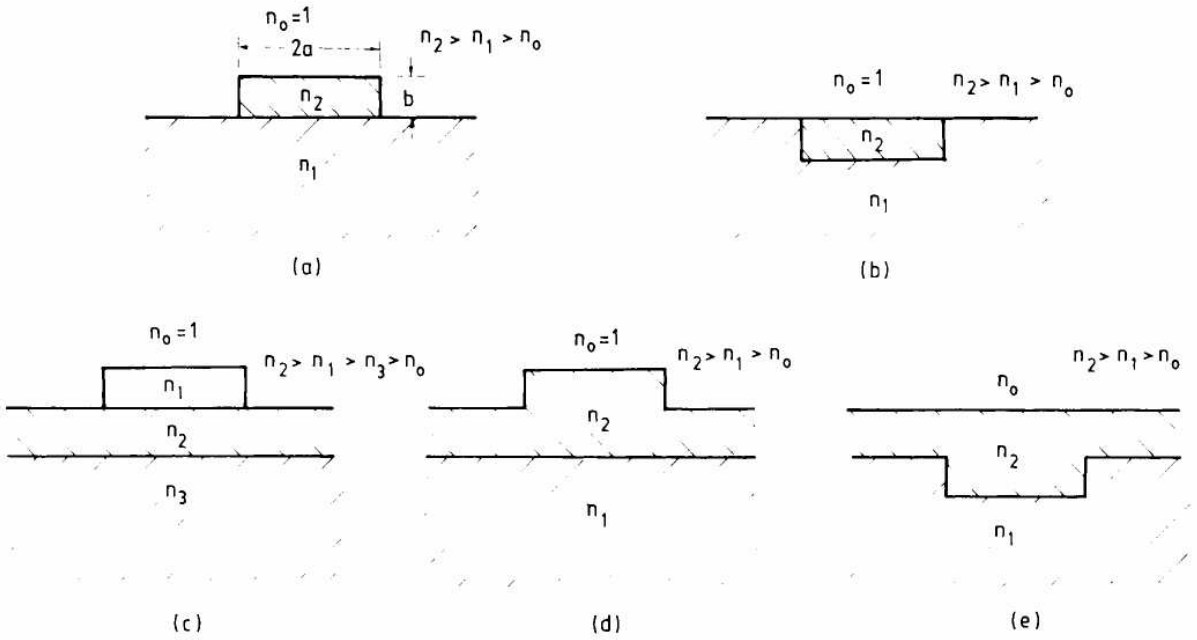
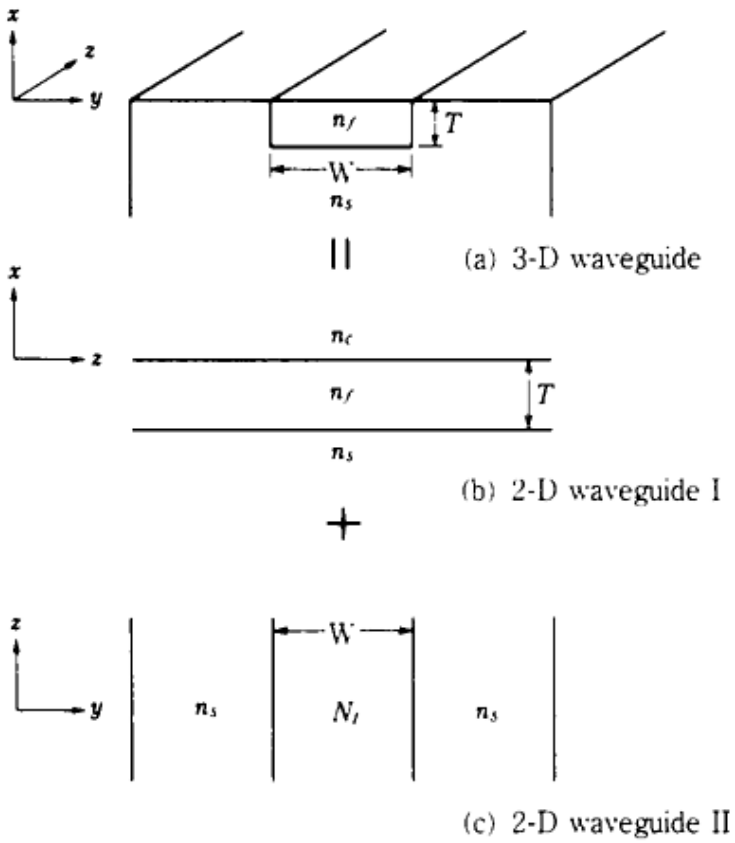


FIGURE 1.9 Examples of planar dielectric guides for optical integrated circuits: (a) strip guide, (b) embedded strip guide, (c) strip loaded film guide, (d) rib guide, and (e) inverted rib guide.

Rysunek 6: Światłowody nieplanarne: (a) paskowy, (b) zagłębiony paskowy, (c) cienkowarstowy z paskiem (d) żebrowy, (e) odwrócony żebrowy

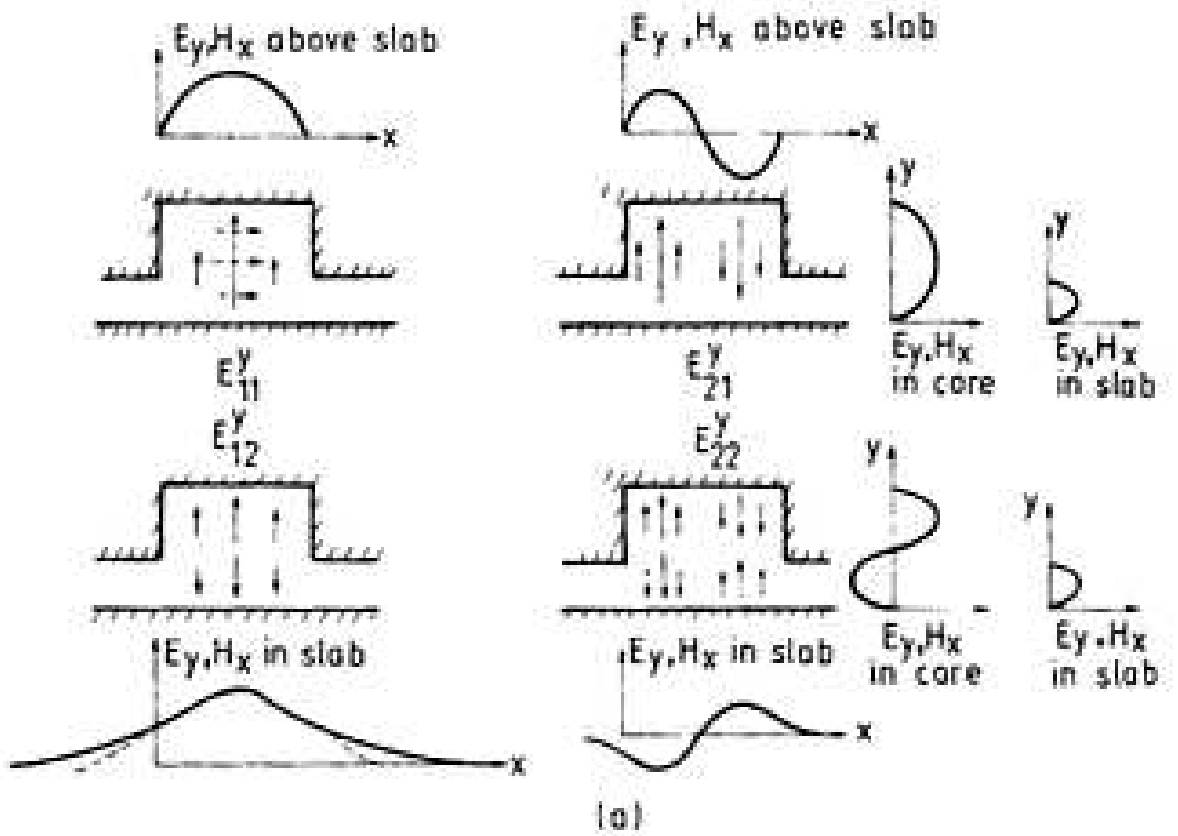


Rysunek 7: *Idea metody efektywnej przenikalności dielektrycznej*

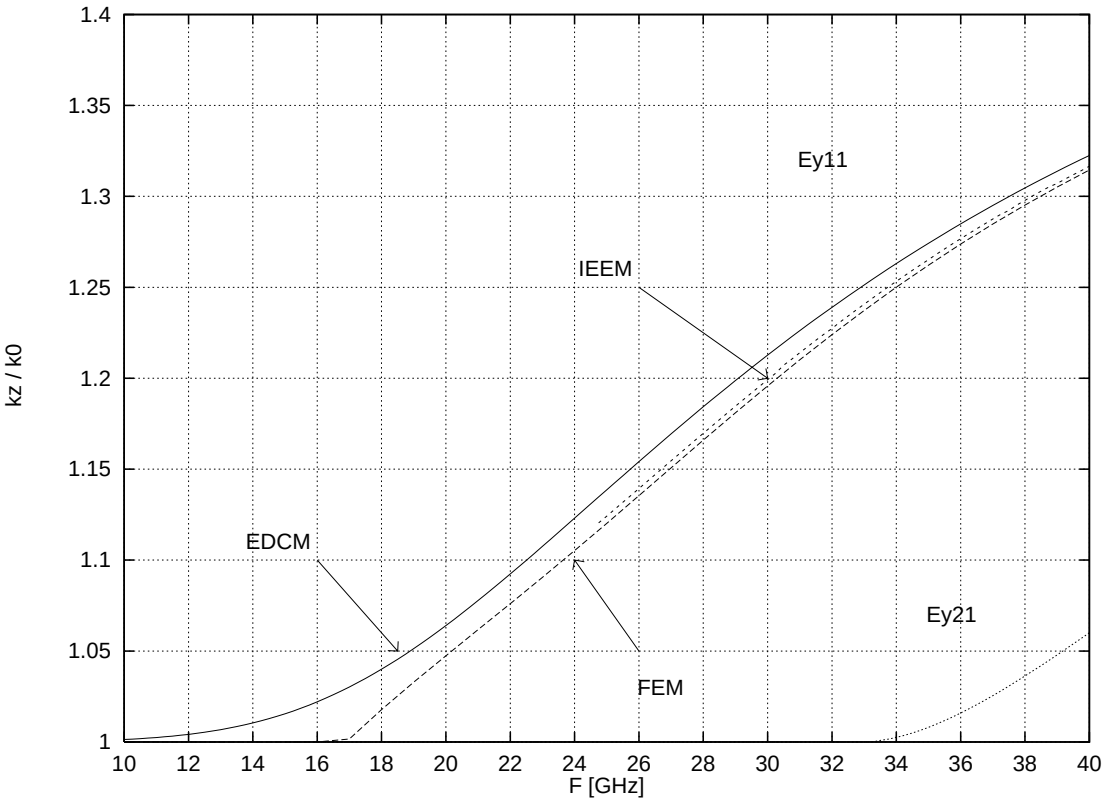
- Uwaga 1 - w drugim kroku $n = n(\omega)$ np jeśli najpierw wykonano analizę w kierunku y dostając β_1 to w drugim kroku analizy przyjmujemy

$$n^2(\omega) = \frac{\beta_1^2}{k_0^2}$$

- Uwaga 2: Należy zwrócić uwagę na polaryzację pól $\rightarrow$ analiza TE w jednym kierunku i TM w drugim
- Zasadniczo metoda daje dobre wyniki gdy paski (żebra) są płaskie i jest mały kontrast między ośrodkami



Rysunek 8: *Mody w światłowodzie żebrowym*



Rysunek 9: Porównanie metod obliczania stałej propagacji k_z dla pojedynczej linii zwierciadlanej ($a = 2.45$ mm, $b = 2.5$ mm, $\epsilon_r = 2.4$). EDCM – metoda efektywnej stałej dielektrycznej, FEM – metoda elementów skończonych, IEEM – metoda iteracyjnego rozwinięcia w szereg funkcji własnych.

Linie sprzężone - metoda rodzajów sprzężonych

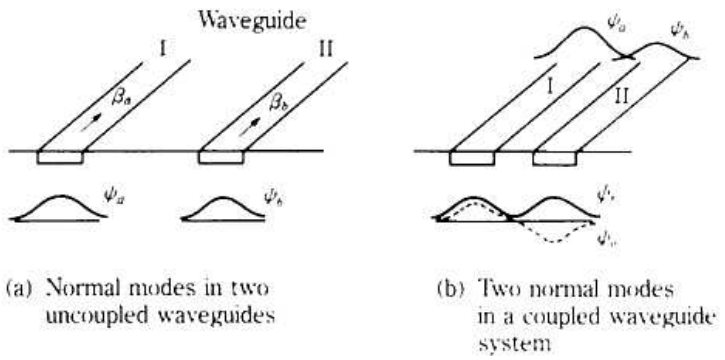
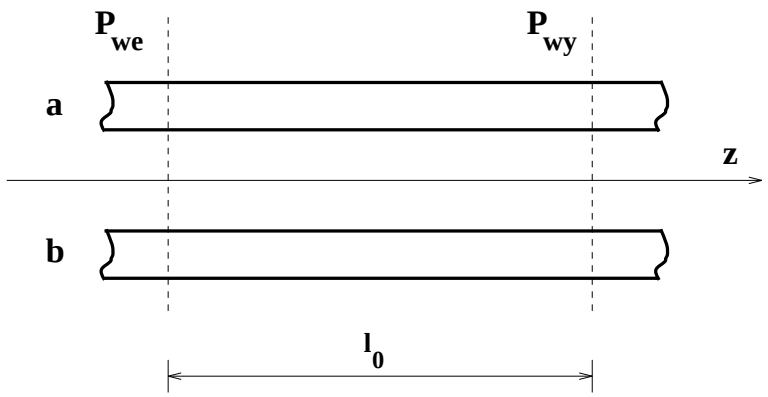


Fig. 3.2 Normal modes in two waveguides in the absence and presence of coupling.

Rysunek 10: *Dwie prowadnice niezależne i ich mody normalne*

Analiza linii sprzężonych



Rysunek 11: Dwie równoległe linie dielektryczne tworzące idealny sprzęgacz o długości l_0.

W liniach a i b izolowanych fala może się propagować. Równania różniczkowe opisujące zmiany amplitud wzdłuż osi z są następujące:

$$\frac{\partial A_a}{\partial z} = -j\beta_a A_a \tag{23}$$

$$\frac{\partial A_b}{\partial z} = -j\beta_b A_b \tag{24}$$

gdzie β_a i β_a reprezentują stałe fazowe w linii a i b odpowiednio.

Gdy linie zbliżymy pojawia się oddziaływanie między dwoma modami (normalnymi). Zakładamy, że to oddziaływanie jest opisane współczynnikiem sprzężenia c.
Zachowanie się amplitud w każdej z linii po wprowadzeniu sprzężenia

$$\frac{\partial A_a}{\partial z} = -j\beta_a A_a - jcA_b \tag{25}$$

$$\frac{\partial A_b}{\partial z} = -j\beta_b A_b - jcA_a \tag{26}$$

gdzie

$$A_a = A_{a_0} e^{-j\beta_n z} \tag{27}$$

$$A_b = A_{b_0} e^{-j\beta_n z} \tag{28}$$

a c jest współczynnikiem sprzężenia między liniami.
Podstawiając do (27) i (28) do zależności (25) i (26) otrzymujemy układ liniowy równań ze względu na amplitudy A_{a_0} i A_{b_0}.

$$j\beta_n A_{a_0} = j\beta_a A_{a_0} + jcA_{b_0} \tag{29}$$

$$j\beta_n A_{b_0} = j\beta_b A_{b_0} + jcA_{a_0} \tag{30}$$

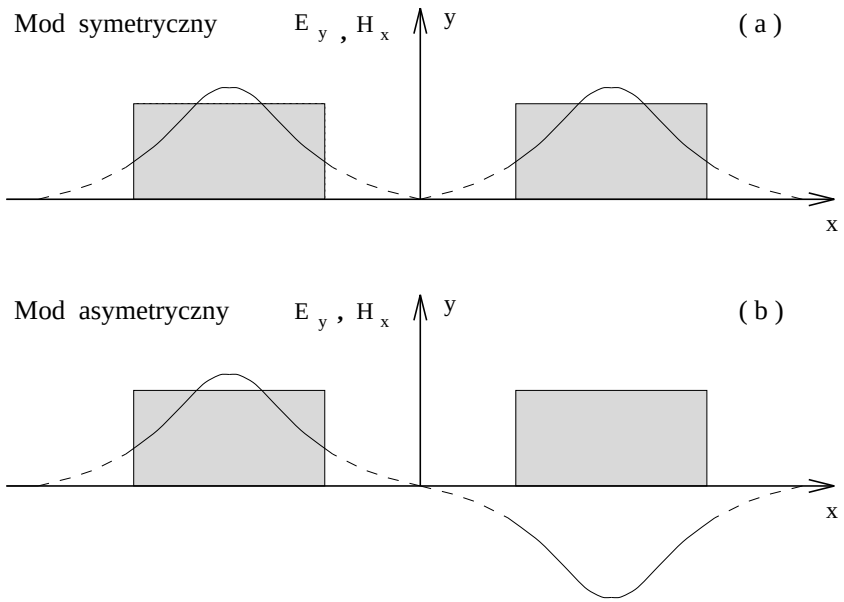
Rozwiązanie jest nietrywialne $\rightarrow$ wyznacznik tego układu jest równy zero, otrzymujemy zatem równanie gdzie niewiadomą jest β_n

$$(\beta_a - \beta_n)(\beta_b - \beta_n) = c^2 \tag{31}$$

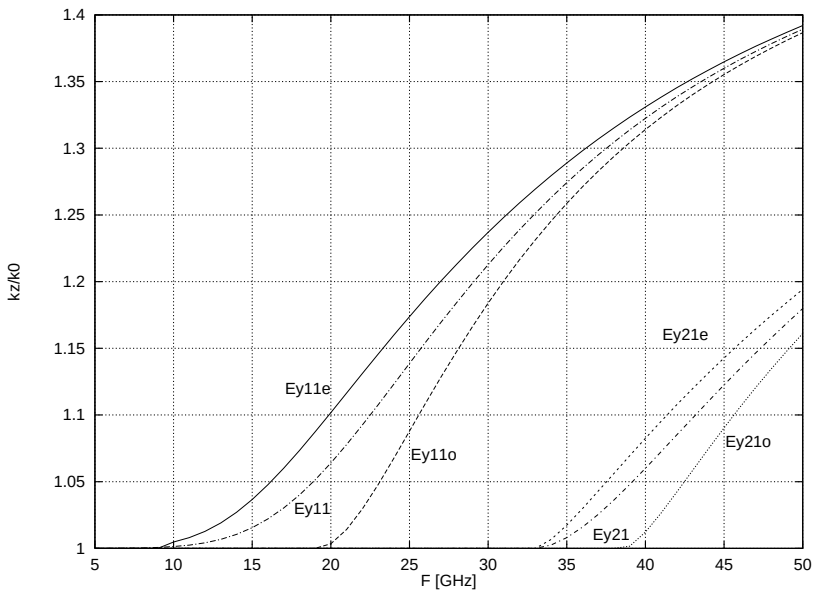
Rozwiązaniem tego równania są dwie wartości β_n

$$\beta_{n_{1,2}} = \frac{1}{2}(\beta_a + \beta_b) \pm \sqrt{\frac{\beta_a - \beta_b}{2} + c^2} \tag{32}$$

Te dwa rozwiązania to mody (quasi) parzyste i (quasi) nieparzyste



Rysunek 12: Podwójna linia zwierciadlana. Przybliżony rozkład pól względem osi x: (a) mod $E^y_{11_e}$ (symetryczny), (b) mod $E^y_{11_o}$ (asymetryczny).



Rysunek 13: Charakterystyki dyspersyjne podwójnej linii zwierciadlanej ($2a = 4.9$ mm, $b = 2.5$ mm, $s = 2.5$ mm, $\epsilon_r = 2.4$) oraz linii pojedynczej ($2a = 4.9$ mm, $b = 2.5$ mm, $\epsilon_r = 2.4$) policzone metodą efektywnej stałej dielektrycznej.

Amplitudy pól w liniach

Rozwiązanie ogólne systemu równań (25) i (26) jest liniową kombinacją tych modów.

$$A_a = A_1 e^{-j\beta_{n_1} z} + A_2 e^{-j\beta_{n_2} z} \tag{33}$$

dla amplitudy A_a w linii a i

$$A_b = \frac{\beta_{n_1} - \beta_a}{c} A_1 e^{-j\beta_{n_1} z} + \frac{\beta_{n_2} - \beta_b}{c} A_2 e^{-j\beta_{n_2} z} \tag{34}$$

dla amplitudy A_b w linii b.
Stale A_1 i A_2 można wyznaczyć zakładając warunki początkowe. Np pobudzenie w linii (a).

$$A_a(0) = A_1 + A_2 = 1 \tag{35}$$

$$A_b(0) = \frac{\beta_{n_1} - \beta_a}{c} A_1 + \frac{\beta_{n_2} - \beta_b}{c} A_2 = 0 \tag{36}$$

Tak więc rozwiązania na amplitudy A_1 i A_1 wyrażają się przez

$$A_1 = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{\Delta\beta}{\sqrt{\Delta\beta^2 + c^2}}\right] \tag{37}$$

$$A_2 = \frac{1}{2}\left[1 - \frac{\Delta\beta}{\sqrt{\Delta\beta^2 + c^2}}\right] \tag{38}$$

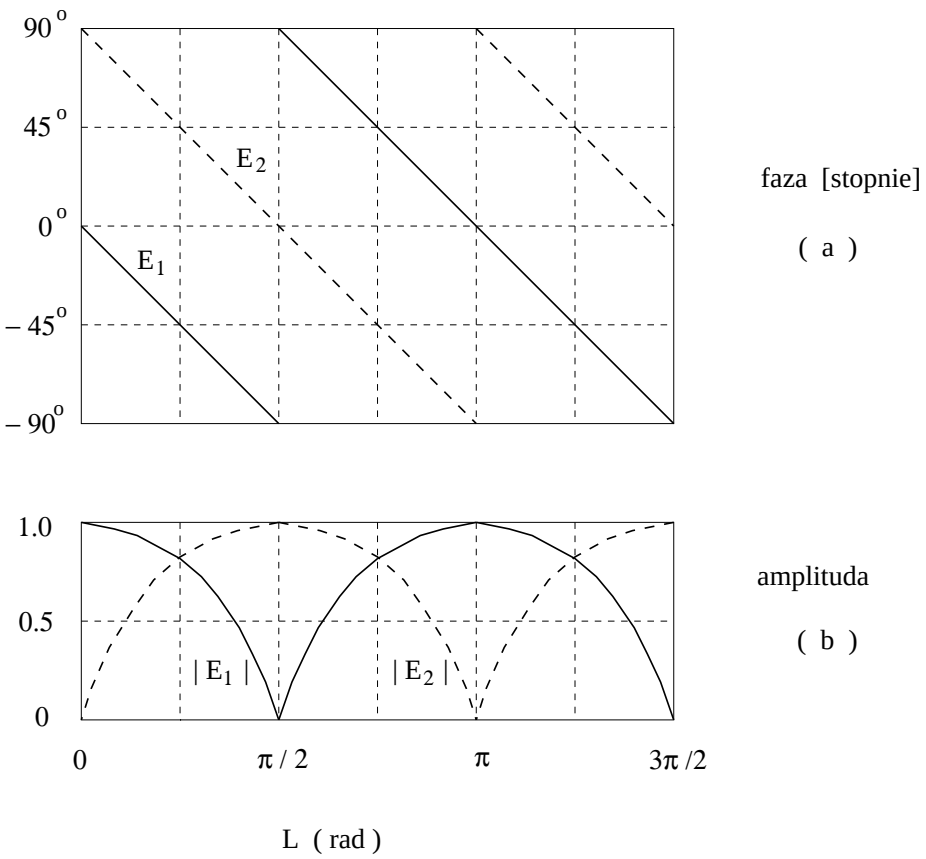
gdzie

$$\Delta\beta = \frac{\beta_a - \beta_b}{2} \tag{39}$$

Jeśli linie a i b są identyczne, $\rightarrow \beta_a = \beta_b$, a w konsekwencji $\Delta\beta = 0$. Wtedy

$$A_a = \cos cz \tag{40}$$

$$A_b = -j \sin cz \tag{41}$$



Rysunek 14: Rozkład amplitud pola pola wzdłuż kierunku propagacji dla dwóch linii równoległych: (a) przebieg zmian fazy (b) przebieg zmian amplitudy. Linia a – indeksy 1, linia b – indeksy 2.

Moc w każdej z linii zmienia się w sposób następujący

$$P_a = \cos^2 cz \tag{42}$$

$$P_b = \sin^2 cz \tag{43}$$

Możliwe jest więc wyznaczenie długości sprzężenia, dla którego transfer energii między liniami sprzężonymi jest całkowity

$$L = \left.\frac{(2k+1)\pi}{(\beta_e - \beta_o)}\right|_{k=0} = \frac{\pi}{(\beta_e - \beta_o)} \tag{44}$$

$$k = 0, 1, 2... \tag{45}$$

Jest to tzw. "drogą bicia".
W większości zastosowań najbardziej poszukiwana jest długość, dla której zachodzi podział energii po połowie (-3 dB)

$$L_{3dB} = \left.\frac{(2k+1)\pi}{2(\beta_e - \beta_o)}\right|_{k=0} = \frac{\pi}{2(\beta_e - \beta_o)} \tag{46}$$

$$k = 0, 1, 2... \tag{47}$$

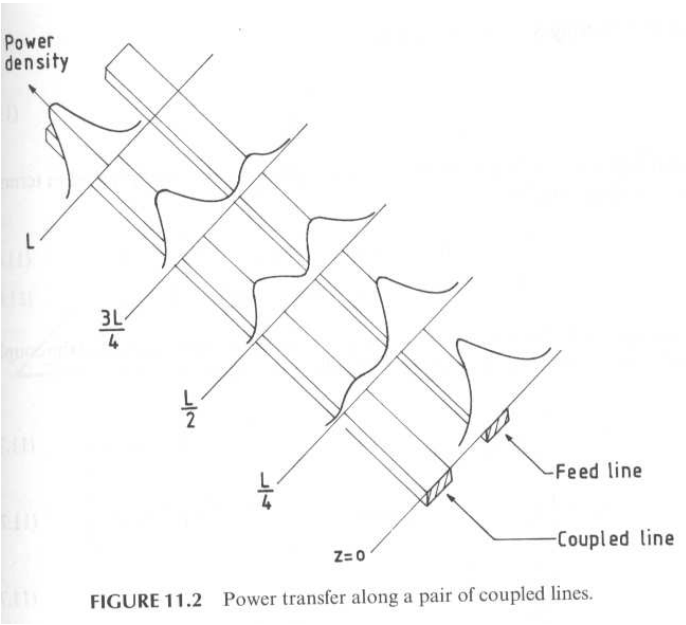


FIGURE 11.2 Power transfer along a pair of coupled lines.

Rysunek 15: *Zdudnianie w sprzęgaczu rozłożonym*

Wyznaczenie współczynnika sprzężenia

Możliwe sytuacje

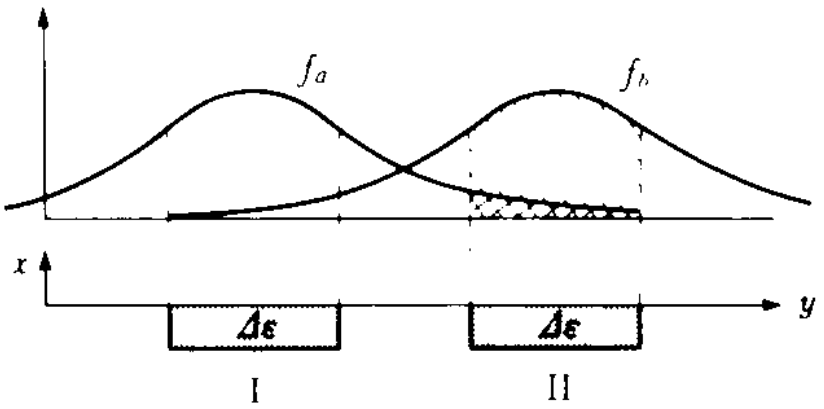
- Znamy β_e i β_o - tj zanalizowaliśmy układ dwóch linii
- Znamy β_a i β_b oraz pola - tj mamy analizę tylko jednej linii

W pierwszym przypadku
Współczynnik sprzężenia znajdujemy z (32).

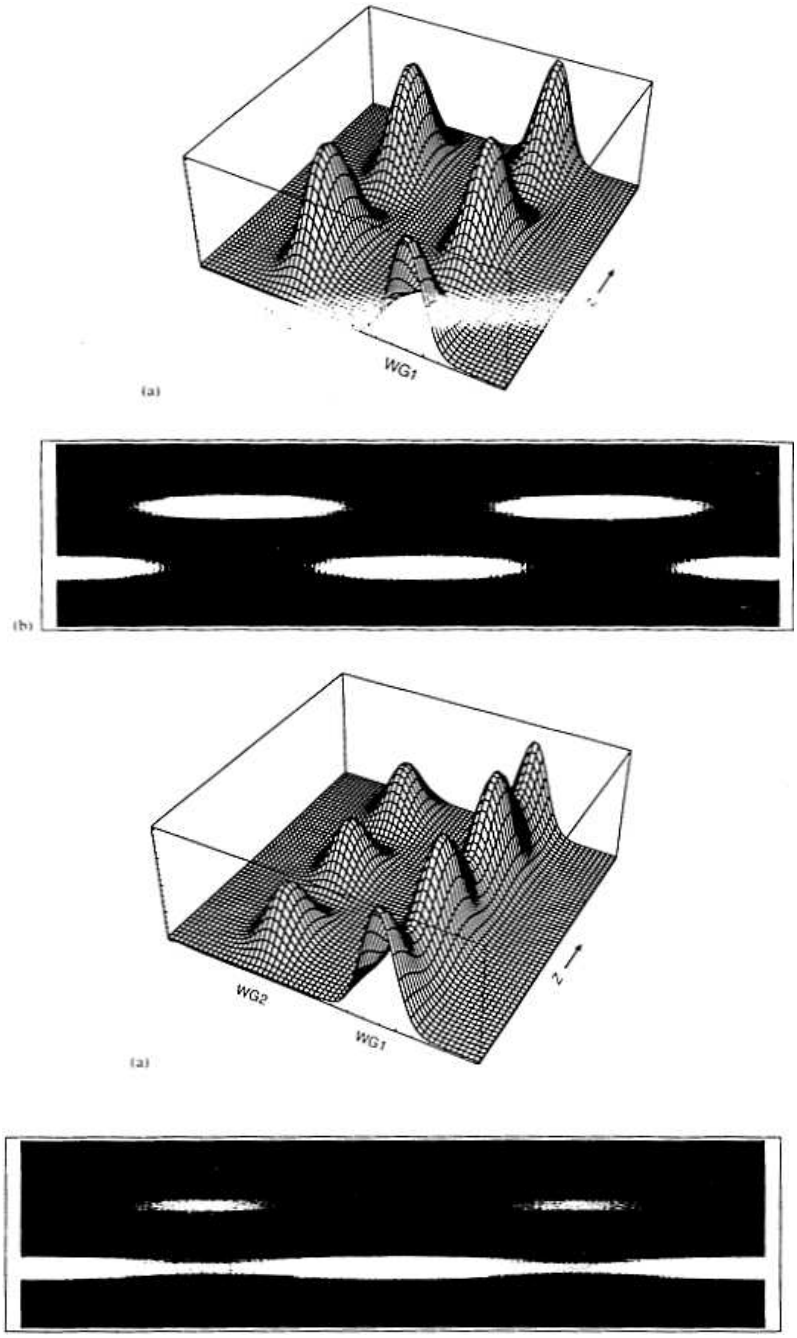
$$C = \frac{\beta_{n_1} - \beta_{n_2}}{2} = \frac{\beta_e - \beta_o}{2} \tag{48}$$

GDY $\beta_e = \beta_o$ TO SPRZĘŻENIA BRAK

W drugim przypadku
Korzystamy ze znajomości pola



Rysunek 16: *Wyznaczanie współczynnika sprzężenia*

$$C = \frac{\omega\epsilon_0}{4} \int\int E_a^*(x,y)\Delta\epsilon E_b(x,y)\, dxdy$$

Praca sprzegacza rozłożonego dla równych i różnych linii