Interferencja

Interferencja 2 fal monochromatycznych

- Fala nr 1: natężenie pola $\hat{E}_1 = E_1 e^{j\phi_1}$
- Fala nr 2: natężenie pola $\hat{E}_2 = E_2 e^{j\phi_2}$

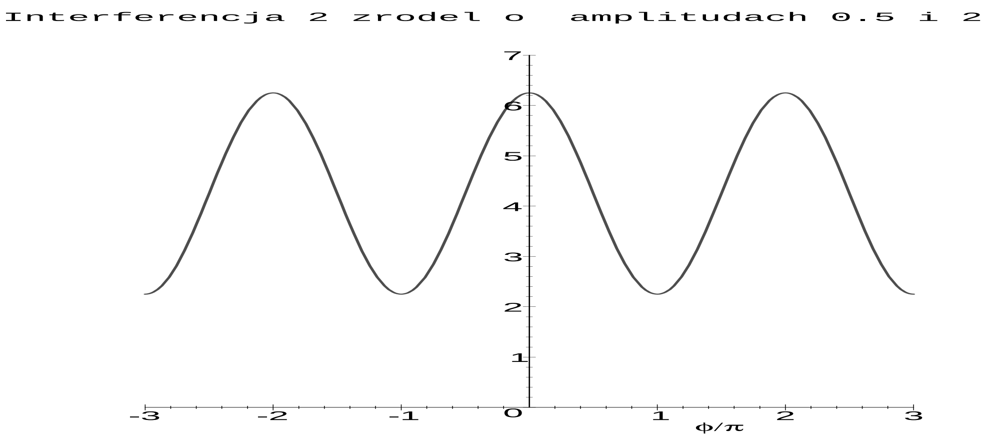
Natężenie światła $I \propto |E|^2$

$$|\hat{E}_1 + \hat{E}_2|^2 = |\hat{E}_1|^2 + |\hat{E}_2|^2 + \hat{E}_1^* \hat{E}_2 + \hat{E}_1 \hat{E}_2^*$$

czyli

$$|\hat{E}_1 + \hat{E}_2|^2 = |E_1|^2 + |E_2|^2 + 2E_1 E_2 \cos\phi$$

gdzie $\phi = \phi_2 - \phi_1$



Rysunek 1:

Aby zaobserwować interferencję konieczna jest stała w czasie relacja fazowa - światło spójne czasowo (koherentne)

Interferometry
Inerferencja 2 fal

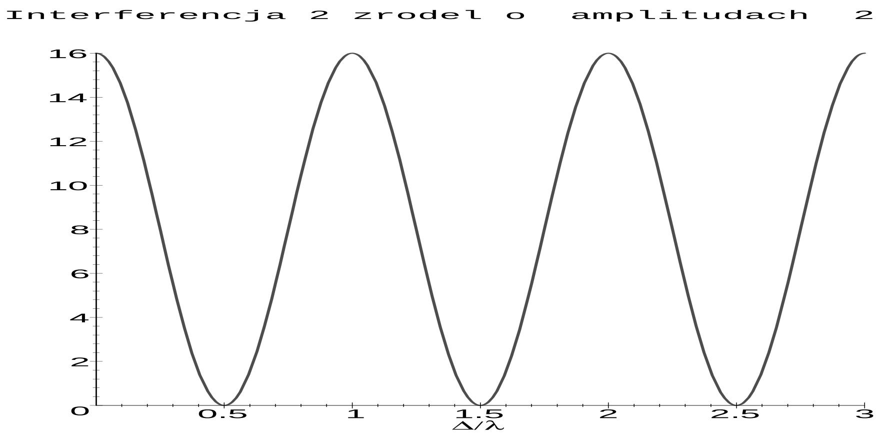
Przyjmujemy, że interferują 2 fale o równych amplitudach i częstotliwościach lecz różnych drogach optycznych

- Fala nr 1: natężenie pola $E_0 e^{-jkz}$
- Fala nr 2: natężenie pola $E_0 e^{jk(z+d)}$

Natężenie światła po interferencji

$$I \propto 2E_0^2[1+\cos kd] = 2E_0^2[1+\cos(2\pi d/\lambda)]$$

Natężenie światła zmienia się od wart. max do 0 na drodze $d = \lambda/2 \to$ pomiar przesunieć z dokładnością do długości fal.



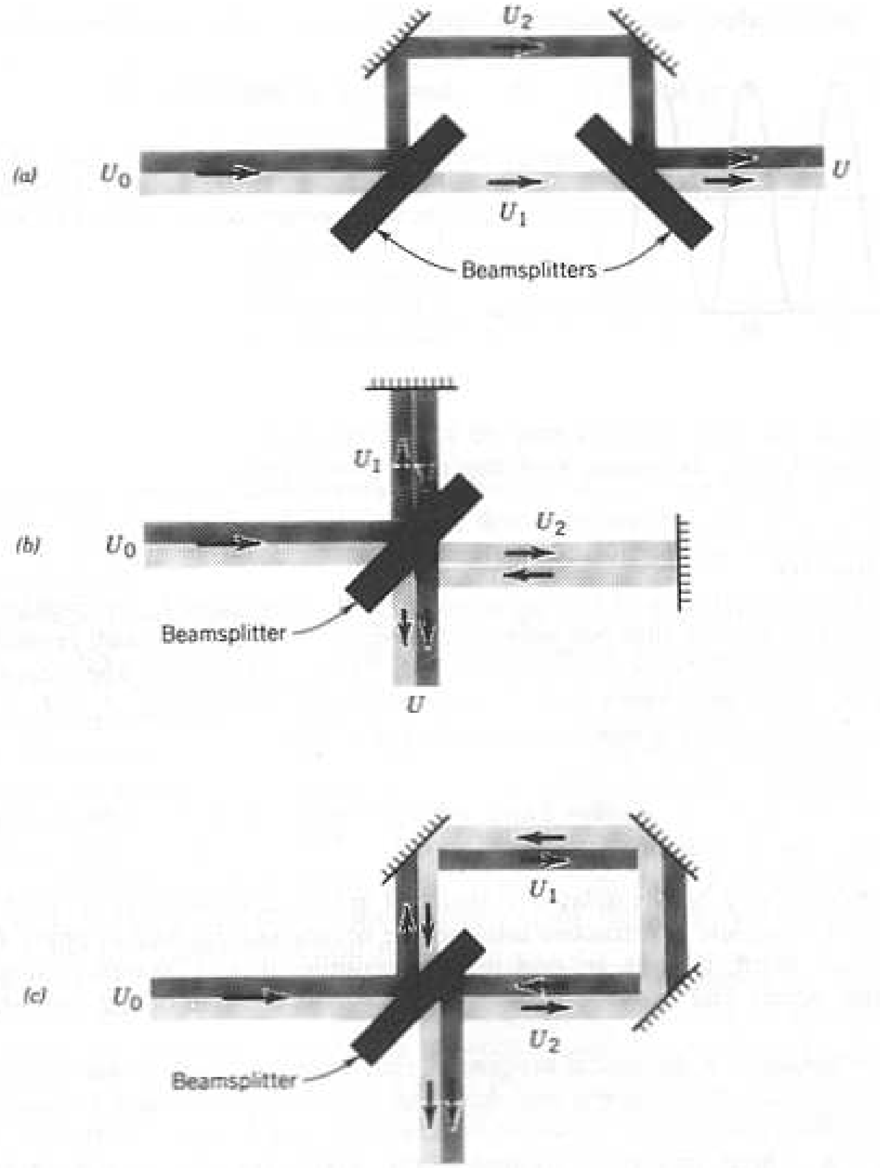
Q? Gdzie jest najmniejsza, największa czulość, gdzie największa liniowość

- Czynnik fazowy $\phi = 2\pi d/\lambda = 2\pi nd/\lambda_0 = 2\pi nfd/_0$
- Możliwe pomiary INNYCH wielkości np $\Delta n, \Delta f$ z dużą dokładnością gdy d/λ_0 duże
- Przykład: $d/\lambda_0 = 10^4 \to \Delta n = 10^{-4}$ daje $\Delta\phi = 2\pi$

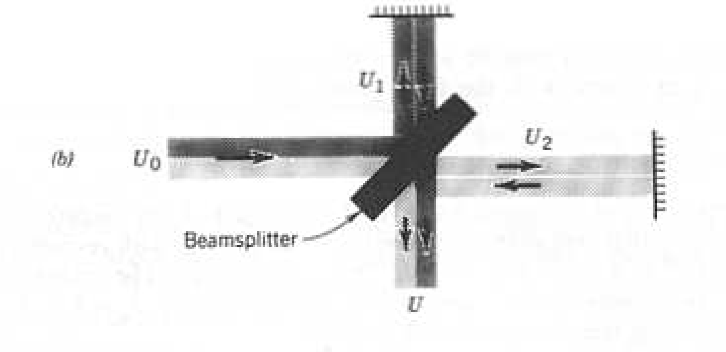
Ten efekt zwielokrotnienia przesunięcia fazowego przez wydłużenie drogi optycznej wykorzystywany jest w INTERFEROMETRACH

Interferometry
Inerferencja 2 fal

INTERFEROMETR: Wiązka światła jest dzielona na (dwie) równe części, które po przebyciu różnych dróg są sumowane aby dać obraz interferencyjny.



Interferometr Michelsona - analiza działania



- Amplituda wiązki wchodzącej U_0
- Współczynniki transmisji i odbicia dla lustra $T = \Gamma = 1/\sqrt{2}$
- Wiązka 1: Odbicie na lustrze + transmisja

$$U_1 = T\Gamma U_0 = U_0/2$$

- Wiązka 2: Transmisja + odbicie na lustrze

$$U_2 = \Gamma T U_0 = U_0/2$$

- Przesunięcie fazy przy różnicy dróg Δs

$$\phi = 2\pi\Delta s/\lambda$$

- Natężenie światła wiązki wyjściowej po interferencji

$$I_T = \frac{U_0^2}{2}(1 + \cos\phi)$$

- Przy różnicy faz $\phi = 2m\pi$

$$I_T = I_0 = U_0^2$$

- Przy różnicy faz $\phi = (2m+1)\pi$

$$I_T = 0$$

Interferencja dla wielu źródeł

Interferencja M fal monochromatycznych o amplitudach zespolonych

$$\hat{E}_m = E_0 e^{j(m-1)\phi} \qquad m = 1 \dots M$$

Oznaczmy $h = e^{j\phi} \rightarrow$

$$\hat{E}_m = E_0 h^{m-1} \qquad m = 1 \dots M$$

Sumując amplitudy pochodzące od poszczególnych fal dostajemy szereg geometryczny

$$\hat{E} = E_0(1 + h + h^2 \dots + h^{M-1}) = E_0 \frac{1 - h^M}{1 - h}$$

Czyli

$$\hat{E} = E_0 \frac{1 - e^{jM\phi}}{1 - e^{j\phi}}$$

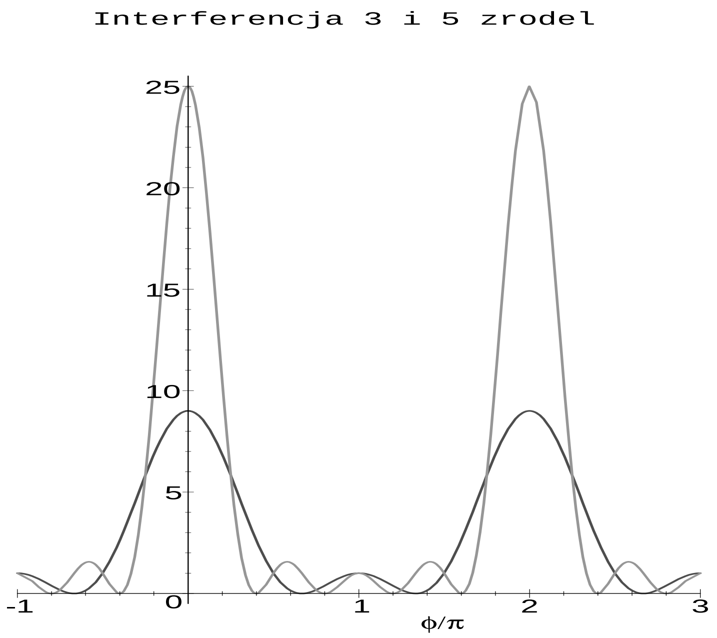
Natężenie światła $I \propto |E|^2$

$$|E|^2 = E_0^2 \left| \frac{e^{jM\phi/2}}{e^{j\phi/2}} \left(\frac{e^{-jM\phi/2} - e^{jM\phi/2}}{e^{-j\phi/2} - e^{j\phi/2}} \right) \right|^2$$

Moduł pierwszego czynnika $= 1$

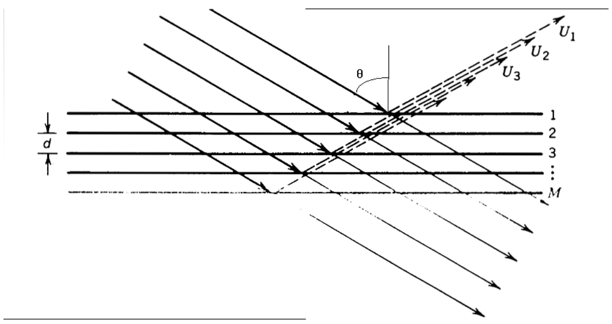
$$|E|^2 = E_0^2 \frac{\sin^2(M\phi/2)}{\sin^2(\phi/2)}$$

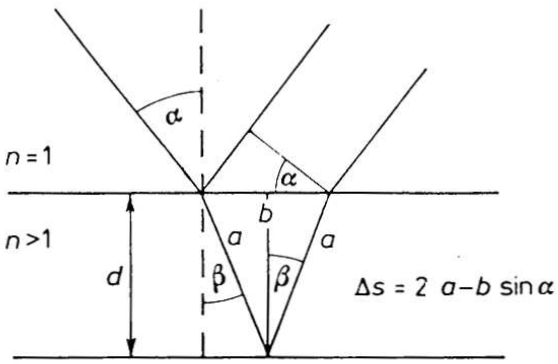
$$I_{\max} \propto M^2 E_0^2 = MI$$



Interferencja 3 i 5 zrodel
25
20
15
10
5
0
-1
1
2
3
φ/π

Interferencja wielu wiązek bez zmiany fazy



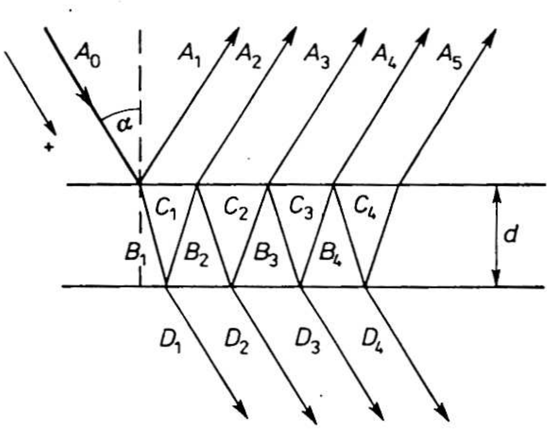


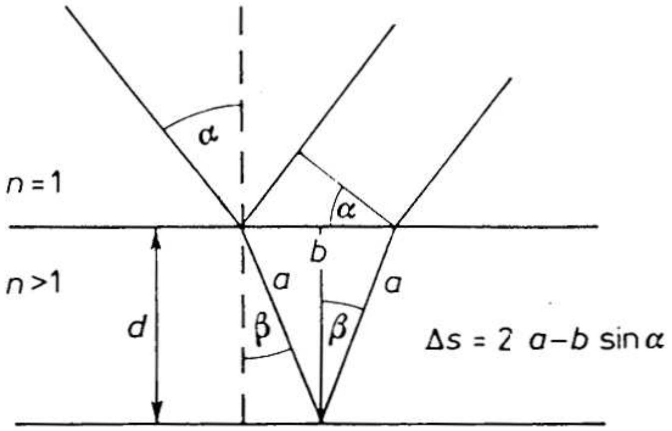
Z. Układ wielu warstw o jednakowej grubości d. Pomiędzy warstwami następuje małe odbicie ze współcz. $\Gamma \approx 0$ (zawsze odbicie jest takie samo bez przesuniecia fazy)

Q. Przy jakim kącie padania interferujące fale odbite dadzą maksymalne natężenie światła?

- Interferencja konstruktywna następuje gdy przesunięcie fazy $\phi = 2\pi$
- Jeśli kąt padania jest $\alpha \to$ różnica drogi fizycznej
$$\Delta s = 2d \cos \alpha$$
- Przesunięcie fazy
$$\phi = k\Delta s = k2d \cos \alpha = \frac{4\pi}{\lambda} d \cos \alpha$$
- Czyli interferencja konstruktywna zachodzi dla
$$\cos \alpha = \frac{m\lambda}{2d} \qquad \text{Kąt Bragga}$$

Interferencja wielu wiązek ze zmianą fazy





- Fala pada pod kątem α z powietrza $n_1 = 1$ na warstwę o grubości d i $n > 1$

$$d = a\cos\beta \qquad b = 2a\sin\beta$$

- Fizyczna różnica dróg między wiązką A_1 i A_2

$$\Delta s = 2a - b\sin\alpha = \frac{2d}{\cos\beta} - 2d\,\mathrm{tg}\,\beta\sin\alpha$$

- Na granicy powietrze-warstwa
  - Załamanie

$$\sin\alpha = n\sin\beta \quad \rightarrow \quad \Delta s = 2d\cos\beta$$

  - Zmiana fazy przy odbiciu o $\delta\psi = \pi$

- Na granicy warstwa-powietrze $\rightarrow$ brak zmiany fazy
- Przesunięcie fazy między wiązką A_1 i A_2

$$k\Delta s + \delta\psi = k_0 n\Delta s + \Delta\psi = \Delta\phi + \Delta\psi$$

czyli uwzględniając prawo Snella

$$\Delta\phi + \Delta\psi = k_0 n\Delta s + \pi = 2nk_0 d\cos\beta + \pi$$

<u>Wnioski inne niż dla n=1</u>

- Interferencja konstruktywna

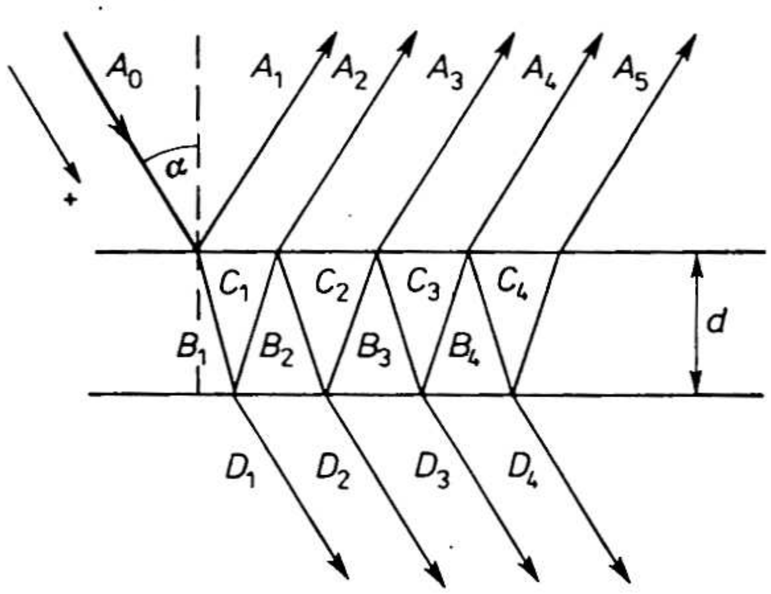
$$\Delta\phi + \pi = 2m\pi \quad \rightarrow \quad 2nk_0 d\cos\beta = (2m+1)\pi$$

- Interferencja destruktywna

$$\Delta\phi + \pi = (2m+1)\pi \quad \rightarrow \quad 2nk_0 d\cos\beta = 2m\pi$$

Interferencja wielu wiązek ze zmianą fazy

Natężenie światła fali odbitej



Zakładamy współczynnik odbicia Γ. Amplitudy poszczególnych fal

$$|A_1| = |\Gamma||A_0|, \quad |B_1| = \sqrt{1-|\Gamma|^2}|A_0|, \quad |C_1| = |\Gamma||B_1|$$

Ogólnie

$$|A_{i+1}| = |\Gamma|^2|A_i| \qquad i \geq 2$$
$$|D_i| = |\Gamma|^2|D_i| \qquad i \geq 1$$

Każda fala wyjsciowa (z wyjątkiem pierwszej) doznała w płytce przesunięcia fazy $\Delta\phi = 2nk_0\cos\beta$.

Sumaryczne natężenie fali odbitej (uwzględniając zmianę fazy pierwszej fali)

$$A_r = A_1 + \sum_{p=2}^{\infty} |A_p| e^{j(p-1)\Delta\phi} = A_1 + |A_2|e^{j\Delta\phi}\sum_{p=0}^{\infty}|\Gamma|^{2p}e^{jp\Delta\phi}$$

Uwzględniając

$$|A_2| = |\Gamma|\sqrt{1-|\Gamma|^2}|C_1| = (1-|\Gamma|^2)|\Gamma||A_0|$$

Dostaniemy

$$A_r = -|\Gamma|A_0(1 - (1 - |\Gamma|^2)e^{j\Delta\phi} \sum_{p=0}^{\infty} |\Gamma|^{2p} e^{jp\Delta\phi})$$

Suma szeregu geometrycznego

$$\sum_{p=0}^{\infty} |\Gamma|^{2p} e^{jp\Delta\phi} = \frac{1}{1 - \Gamma^2 e^{j\Delta\phi}}$$

Czyli

$$A = -|\Gamma|A_0 \frac{1 - e^{j\Delta\phi}}{1 - \Gamma^2 e^{j\Delta\phi}}$$

Licząc natężenie światła fali obitej ($\propto AA^*$) i przechodzącej dostajemy wzory Airy'ego

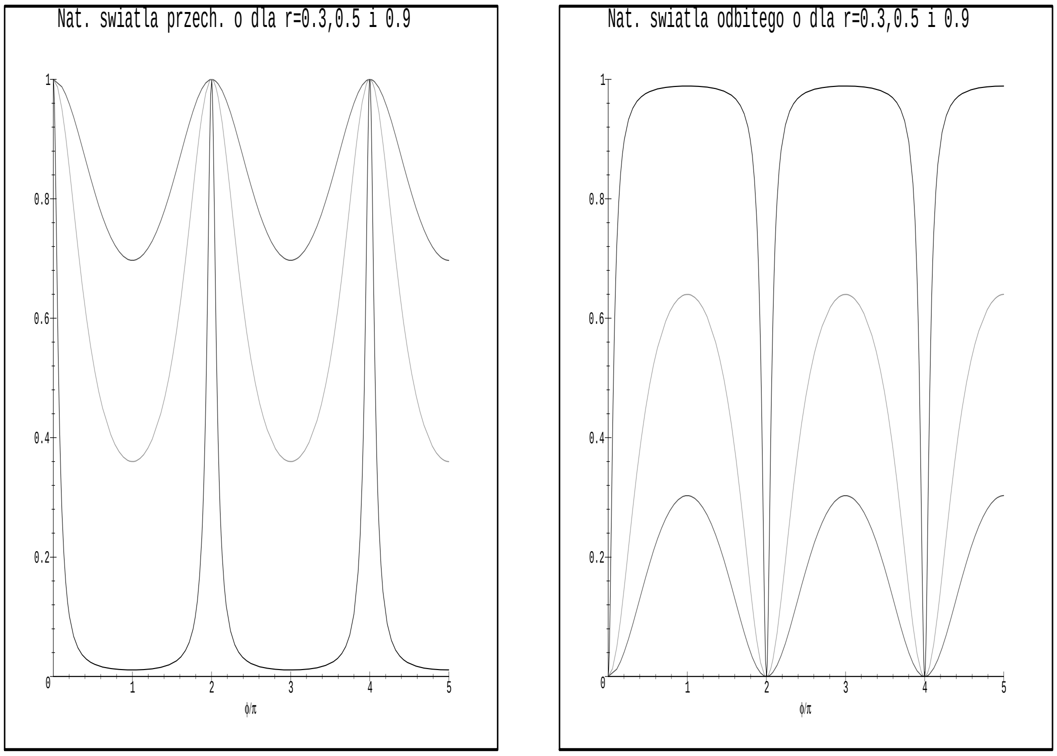
- Względne natężenie światła dla fali odbitej

$$I_R/I_0 = \frac{2|\Gamma|^2(1-\cos\Delta\phi)}{1-2|\Gamma|^2\cos\Delta\phi+|\Gamma|^4}$$

- Podobnie względne natężenie światła dla fali transmitowanej

$$I_T/I_0 = \frac{(1-|\Gamma|^2)^2}{1-2|\Gamma|^2\cos\Delta\phi+|\Gamma|^4}$$

Pełna transmisja dla $\Delta\phi = 2m\pi$.



Rysunek 2:

Ponieważ pełna transmisja zachodzi dla $\Delta\phi = 2m\pi$ zaś

$$\Delta\phi = 2nk_0 d\cos\beta = 2\pi\frac{d\cos\beta}{\lambda/2} = 2\pi\frac{nd\cos\beta}{\lambda_0/2}$$

To pełna transmisja gdy $d\cos\beta = m\lambda/2$
Istotne obserwacje

- Charakterystyka transmisyjna jest funkcją okresową o okresie $\lambda/2$. (Uwaga: długość fali w ośrodku!!)
- Okres determinuje tzw. przedział dyspersji (ang. *free spectral range*) - można to uważać za "zakres pracy" - zakres pracy odpowiada zmianie fazy o 2π

$$\Delta f = f_{m+1} - f_m = \frac{c}{2nd\cos\beta}$$

- Przy padaniu prostopadłym

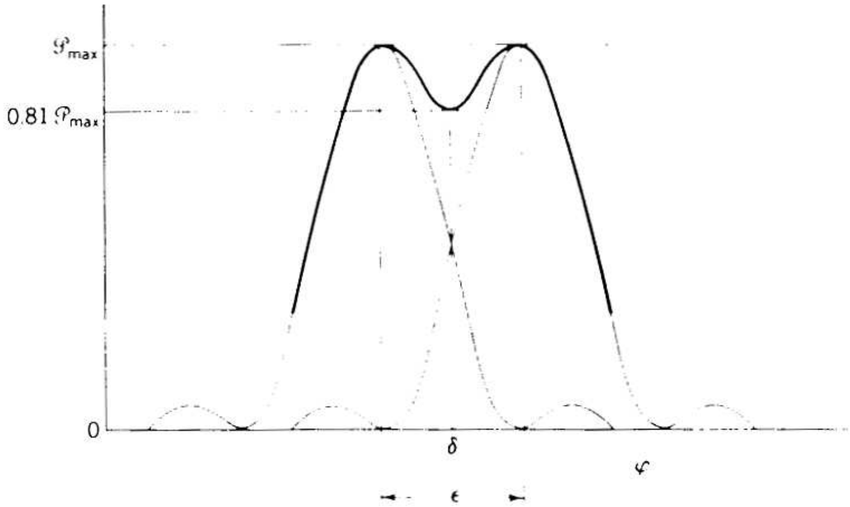
$$\Delta f = \frac{c}{2nd}$$

- Charakterystyka transmisyjna ma "pasmo" 3-dB oznaczone ϵ (odpowiadające $\Delta\phi$ dla którego natęzenie światła fali transmitowanej spada do 0.5 max)
- Stosunek fazowego zakresu pracy (tj 2π) do fazowego pasma 3-dB ϵ nazywa się *finesse*

$$F^* = \frac{2\pi}{\epsilon} = \frac{\pi|\Gamma|}{1-|\Gamma|^2}$$

Jaka jest rozdzielczość układu? Tj. jaka musi być najmniejsza różnica częstotliwości (dł. fali), abyśmy zauważyli różnicę w natężeniu światła fali przechodzącej gdy na płytkę padają fale λ_0 i $\lambda_0 + \Delta\lambda$

Kryterium Rayleigh'a: rozdzelenie nie jest już możliwe gdy max jednej charakterystyki pokryje się z 0 drugiej.



Rysunek 3: *Kryterium Rayleigh'a*

Analiza daje

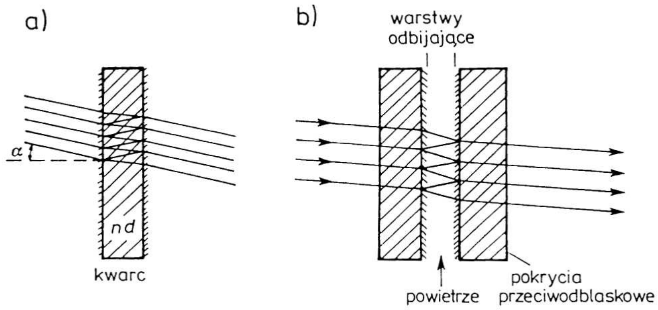
$$\frac{f}{\Delta f} = \frac{\lambda_0}{\Delta\lambda} = F^* \frac{n\Delta s}{\lambda_0}$$

gdzie Δs to fizyczna różnica dróg.
(dla padania prostopadłego $\Delta s = d$)
Czyli mamy finesse $2\pi/\epsilon$ wzmocnioną przez mnożnik d/λ_0
Np. przy $|\Gamma|^2 = 0.98, \lambda_0 = 0.5\mu\text{m}, n = 1.5, d = 1\text{cm}$

$$F^* = 150 \rightarrow \lambda_0/\Delta\lambda = 10^7$$

czyli $\Delta\lambda = 5 \cdot 10^{-5}$nm tj. ok. 60MHz.

Zastosowania: Etalony, interferometry Fabry'ego-Pèrota



Rys. 4.38. a) Etalon, b) interferometr Fabry'ego–Pérota

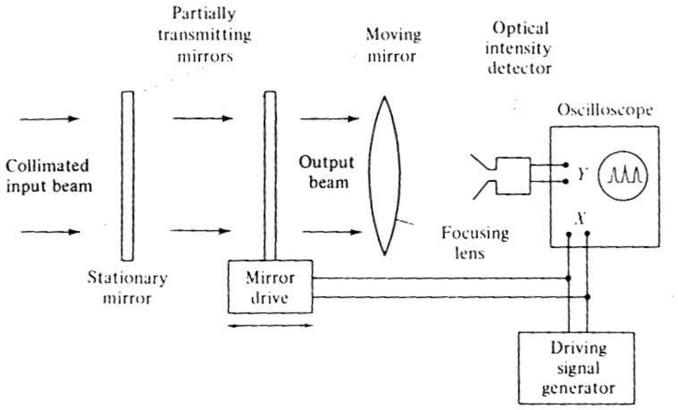


Figure 4-5 Typical scanning Fabry–Perot interferometer experimental arrangement.

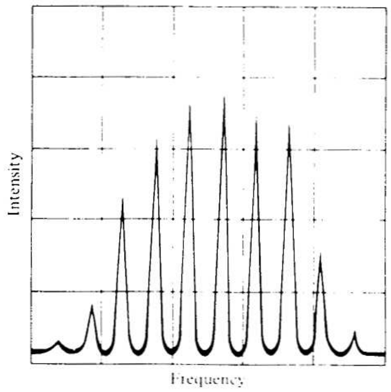
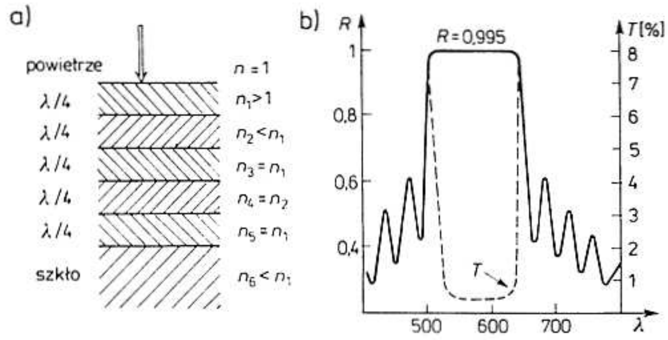


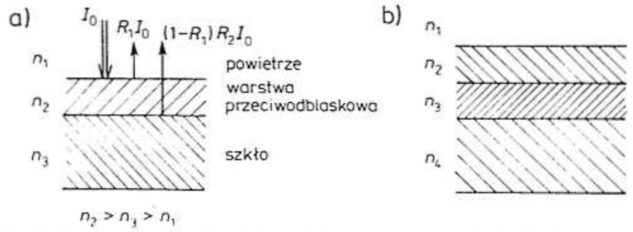
Figure 4-6 Intensity versus frequency analysis of the output of a laser obtained with a scanning Fabry–Perot etalon.

Rysunek 4: *Interferomater F-P jako analizator widma*

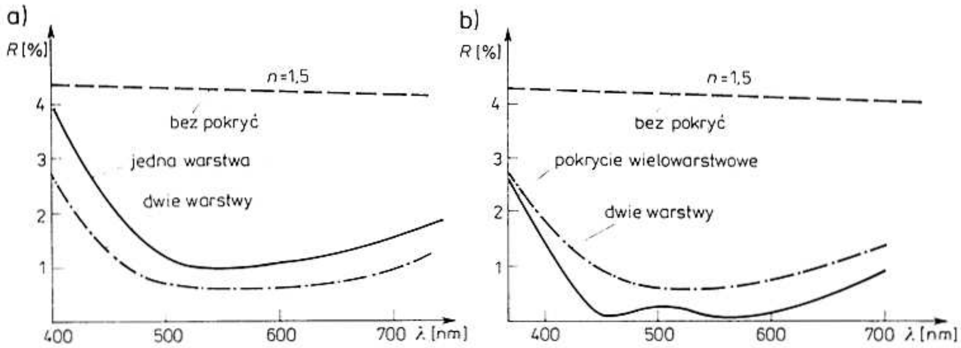
Inne zastosowania: filtry interferencyjne, powłoki antyodbiciowe, lustra, Lasery DBR



Rysunek 5: *Zwierciadło dielektryczne*



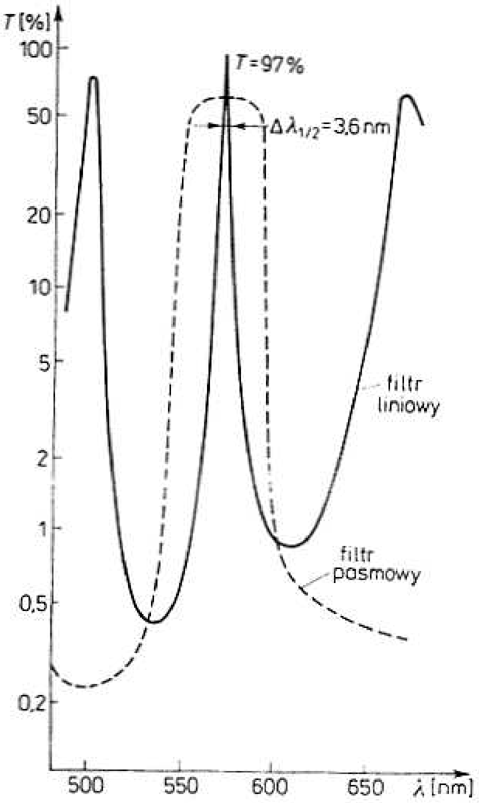
Rys. 4.44. Pokrycia przeciwodblaskowe jednowarstwowe (a) i wielowarstwowe (b)

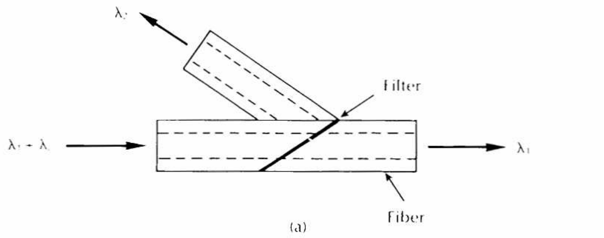


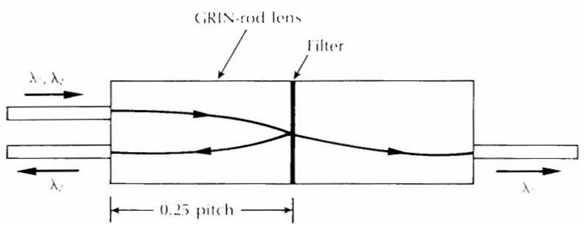
Rys. 4.45. Współczynnik odbicia $R(\lambda)$ jako funkcja długości fali dla normalnego padania na podłoże o współczynniku załamania $n = 1{,}5$ dla 550 nm w przypadku braku pokryć oraz pokryć przeciwodblaskowych jedno-, dwu- i wielowarstwowego

Rysunek 6: *Powłoki antyodbiciowe*

Filtry liniowe i pasmowe







Demultipleksery falowe z filtrami interferencyjnymi

Dyfrakcja

Zjawisko analogiczne do interferencji ale rozumiane jako pole wtórne wywołane przez falę padającą.

Mechanizm powstawania pola wtórnego

- Fala padająca polaryzuje ośrodek na który pada
- Indukują się ładunki polaryzacyjne prowadząc do powstania momentów dipolowych lub prądów
- Zaindukowane źródła promieniują fale wtórne (zasada Huyghensa)
- Fale wtórne interferując tworzą falę odbitą i przechodzącą
- Obraz dyfrakcji $\rightarrow$ pole fali przechodzącej.

Przyjęte konwencje - jeśli l odległość od obiektu

- gdy $l >> \lambda$ i l porównywalne z rozmiarami obiektu $\rightarrow$ strefa Fresnela
- gdy $l >> \lambda$ lecz $l >>$ rozmiarów obiektu $\rightarrow$ strefa Fraunhofera

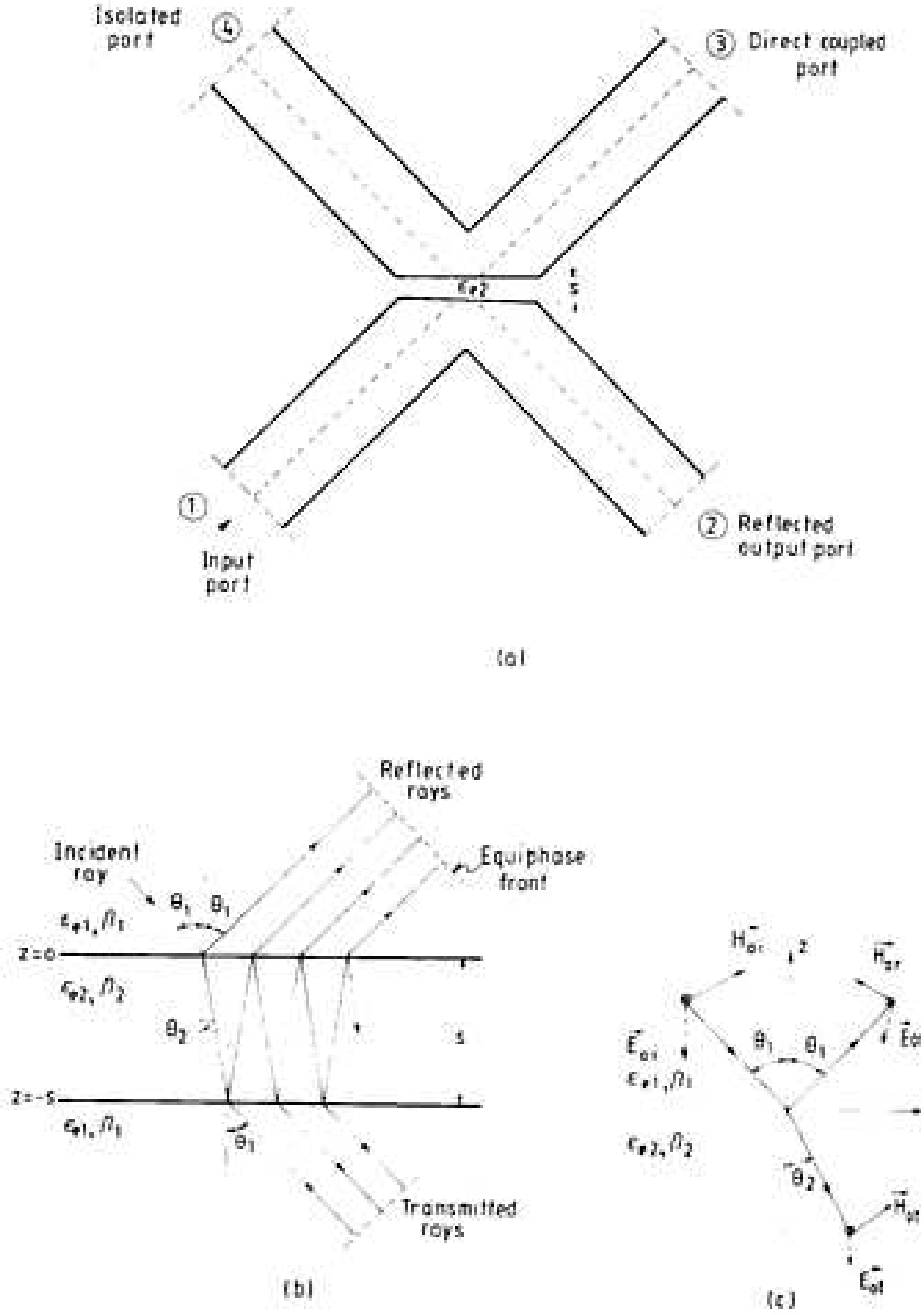
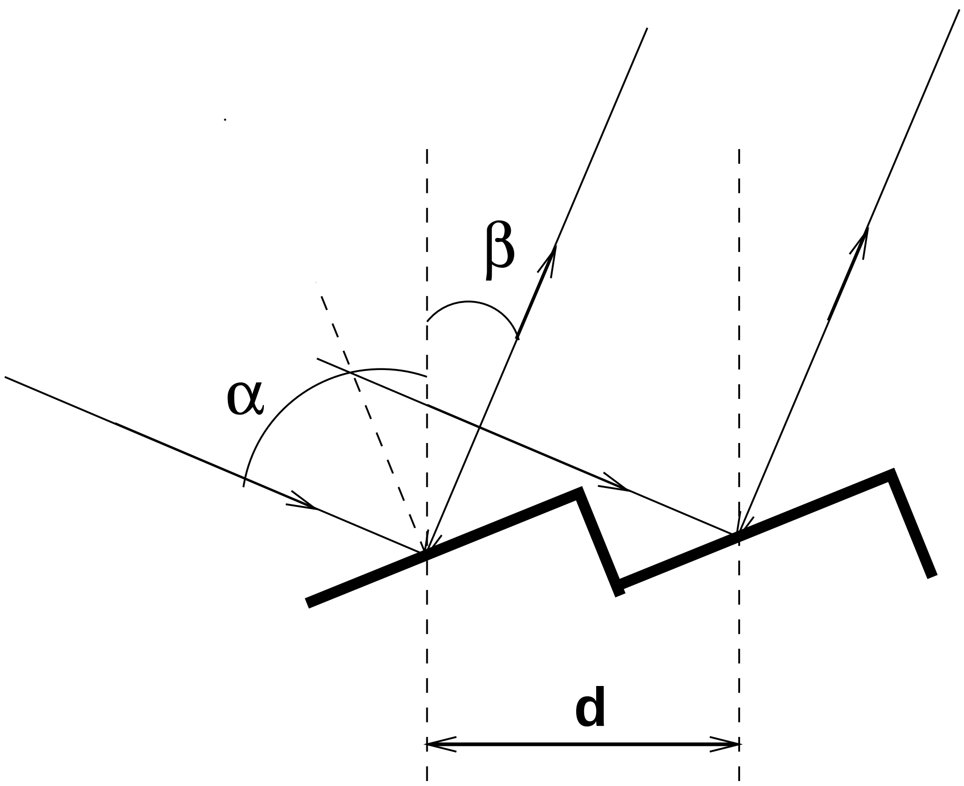


FIGURE 11.12 Beam-splitter coupler: (a) basic geometry, (b) equivalent model showi multiple reflections, and (c) schematic showing **E** and **H** vectors for perpendicul polarization.

Rysunek 7: *Sprzęgacz rozszczepiający*

Siatki dyfrakcyjne



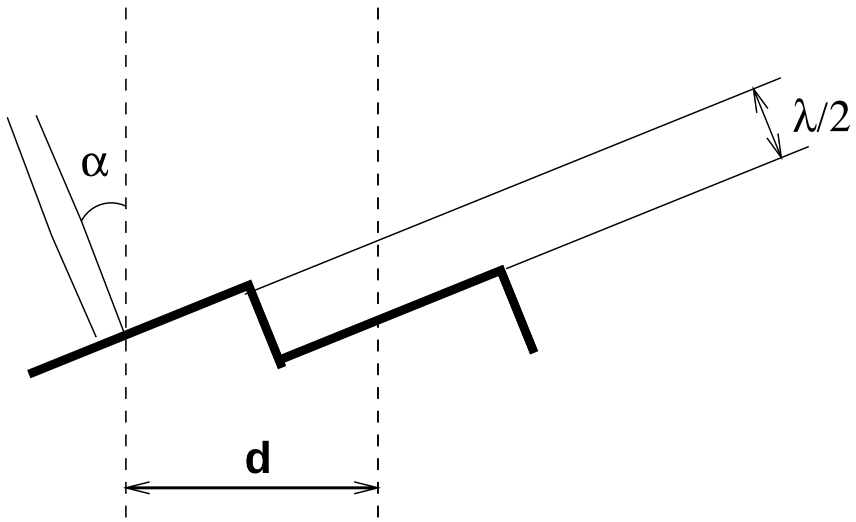
Różnica dróg

$$\Delta s = d(\sin\alpha \pm \sin\beta)$$

Interferencja konstruktywna (prążki) przy

$$m\lambda = d(\sin\alpha \pm \sin\beta)$$

Siatka Littrowa $\alpha = \beta$ Siatki te zachowują się jak selektywne zwier-



ciadła. Odbijają tylko te fale, które spełniają warunek

$$2d \sin\alpha = m\lambda$$

- Natężenie światła odbitego (podobnie jak interferencja wielu fal)

$$I_R \propto \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2\delta/2} \qquad \delta = \frac{2\pi d \sin\alpha}{\lambda}$$

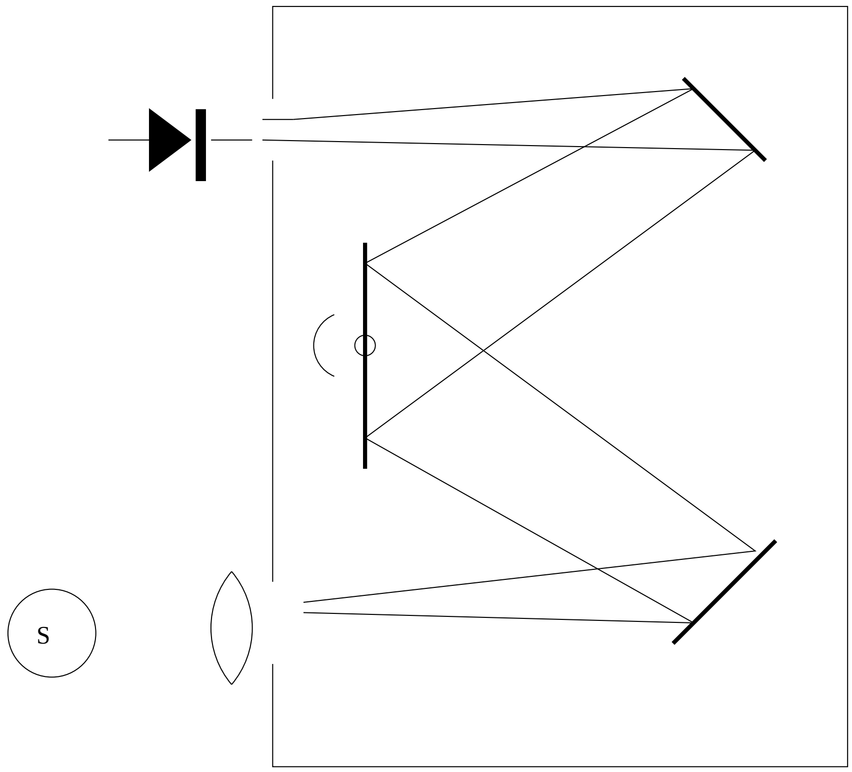
- Zdolność rozdzielcza siatki

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \qquad m - \text{rząd dyfrakcji}$$

  dla porównania w F-P łatwo uzyskać $R \approx 10^6$. W siatkach wymagane jest stosowanie wysokich rzędów dyfrakcji (np przez zwiększenie głębokości "schodków" w siatkach Littrowa aby $\Delta s = m\lambda/2 \to$ siatki schodkowe)

Spektrometry i monochromatory

- Spektrometr - rozszczepienie widma sygnału i detekcja natężenia wszystkich składowych widma - np błona fotograficzna ale też może być linijka detektorów
- Monochromator - także rozszczepienie ale selekcja pojedynczej składowej widma na wyjściu układu



Monochromator (siatkowy lub pryzmatyczny)

- Siatka lub pryzmat: obrotowe
- Szczelina wyjściowa - pozwala na wybór odpowiedniego prążka z rozszczepionego widma - czasem potrzebny jest dodatkowy filtr blokujący wyższe rzędy dyfrakcji
- Szczelina wejściowa: regulacja natężenia światła sygnału wyjściowego

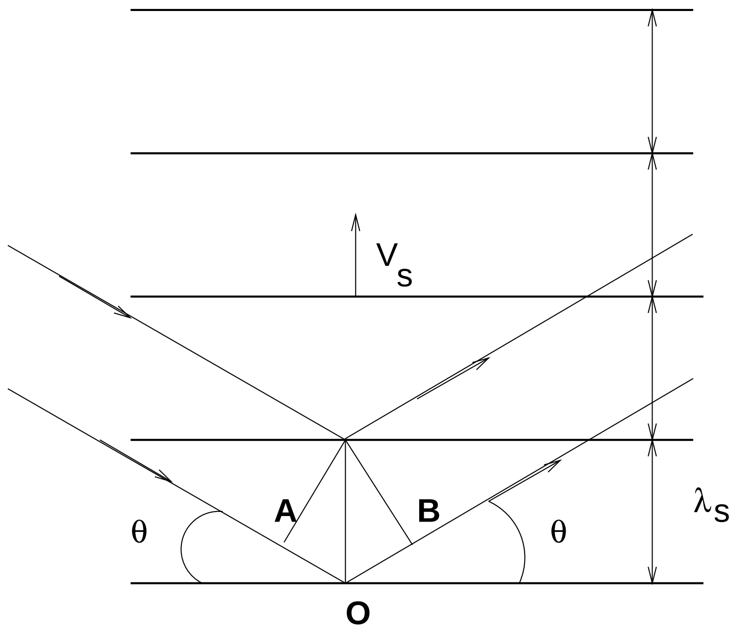
Oddziaływanie światła i dźwięku

- Fala akustyczna - fala mechaniczna rozchodzaca się w ośrodku materialnym.
- Ciśnienie związane z falą mechaniczną powoduje zmianę gęstości ośrodka na drodze fali.
- Zmiana gęstości implikuje zmianę współczynnika załamania. Jest to tzw. zjawisko foto-elastyczne.
- Jeśli prędkość dźwięku oznaczyć przez v_s to dla fali akustycznej rozchodzącej się w kier. z współczynnik załamania

$$n(z,t) = n_0 + \Delta n \sin(\omega_s t - k_s z) \qquad k_s = \frac{\omega_s}{v_s}$$

Prowadzi to do lokalnych zmian imp. char. ośrodka, które powodują niewielkie odbicie fali e.m. padającej na taki ośrodek. Przy interferencji konstruktywnej wystąpi silne odbicie fali świetlnej

Kąt Bragga



Kolejne płaszczyzny odbijające odległe są o λ_s Różnica dróg

$$\Delta s = 2\lambda_s \sin\theta$$

Interferencja konstruktywna gdy różnica drogi dla fali świetlnej $\lambda_0/_0$

$$\Delta s = m\lambda_0/_0$$

W modelu uproszczonym m moze przyjmować wart. całkowite. W rzeczywistości, gdy Δn zmienia się sinuisoidalnie $m = 1$ jest wartością dającą najwiękesze natężenie fali obitej. Stąd warunek odbicia Bragga

$$2\lambda_s \sin\theta = \lambda_0/_0$$

<u>Przykład</u>
$\lambda_0 = 0.5\mu$m, $f_s = 500$MHz, $v_s = 3 \cdot 10^5$ cm/ś

$$\lambda_s = 6 \cdot 10^{-4} \text{ cm} \quad \sin\theta = 4 \cdot 10^{-2} \rightarrow \theta \approx 3.5^o$$

Oddziaływanie światła i dźwięku - model korpuskularny

Z fizyki wiadomo, że światło wykazuje naturę dualną. Oddziaływanie fal mozna rozpatrywać w kategoriach zderzeń cząstek

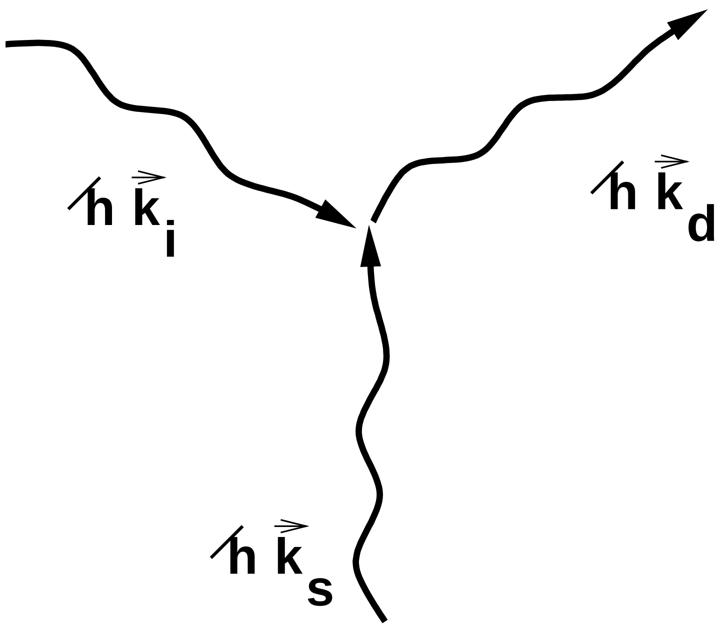
- Fala świetlna - foton

$$\text{pęd: } \hbar\vec{k} \qquad \text{energia: } \hbar\omega$$

- Fala akustyczna - fonon

$$\text{pęd: } \hbar\vec{k}_s \qquad \text{energia: } \hbar\omega_s$$

Kolizja cząstek $\rightarrow$ fonon ulega anihilacji powstaje nowa cząstka, też fonon, ale o innym pędzie i energii



Oddziaływanie światła i dźwięku - model korpuskularny

Przy zderzeniu cząstek muszą być spełnione zasady zachowania pędu i energii

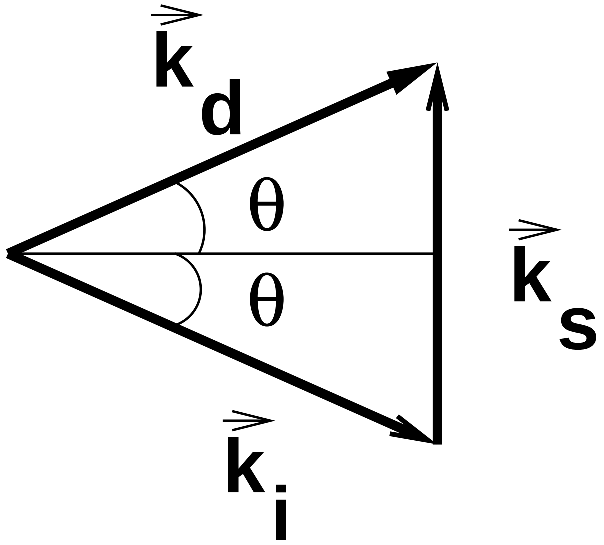
Zasada zachowania pędu

$$\hbar\vec{k}_d = \hbar(\vec{k}_i + \vec{k}_s)$$

Zasada zachowania energii

$$\hbar\omega_d = \hbar(\omega_i + \omega_s)$$

Dla pędu mamy



$$\vec{k}_d = \vec{k}_s + \vec{k}_i$$

Jeśli $|\vec{k}_i| \approx |\vec{k}_d| \rightarrow |\vec{k}_s| = 2|\vec{k}_i| \sin\theta$.
Ponieważ $k_s = 2\pi/\lambda_s \rightarrow$

$$2\lambda_s \sin\theta = \lambda_0/_0$$

Oddziaływanie światła i dźwięku - model korpuskularny

Zasada zachowania energii

$$\omega_d = \omega_i + \omega_s > \omega_i$$

Nastąpi przesunięcie częstotliwości fali odbitej w górę !!
Gdyby kierunek propagacji fali akustycznej był przeciwny $\rightarrow$

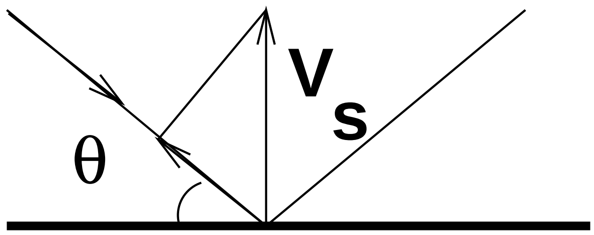
$$\omega_d = \omega_i - \omega_s < \omega_i$$

przesunięcie częstotliwości fali odbitej w dół.

Zjawisko analogiczne do zjawiska Dopplera. Np. jeśli fala obijałaby się od lustra w RUCHU to doznałaby przesunięcia dopplerowskiego

$$\Delta\omega = \frac{2\omega v}{c/_0}$$

Gdzie v - składowa prędkości obiektu w kierunku propagacji fali świetlnej



Rysunek 8:

W tym przpadku $v = v_s \sin\theta$

$$\Delta\omega = \frac{2\omega v_s \sin\theta}{c/_0}$$

Z warunku Bragga mamy

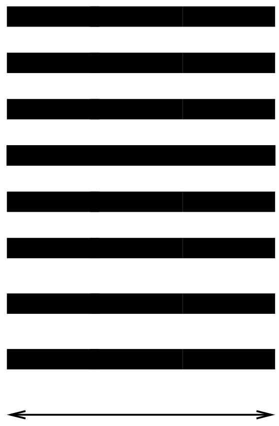
$$2\sin\theta = \lambda_0/_0\lambda_s$$

Stąd

$$\Delta\omega = \frac{\omega v_s \lambda_0}{c\lambda_s} = \frac{2\pi v_s}{\lambda_s} = \omega_s$$

Akusto-optyczne zjawisko Bragga

- Ugięcie następuje dzięki złożeniu szeregu mikro odbić
- Liczba odbitych fal zwiększa się w miarę wydłużania drogi propagacji przez obszar objęty falą akustyczną



Natężenie wązki ugiętej przy skończonej długości drogi oddziaływania L

$$\frac{I_d}{I_i} = \sin^2\left(\frac{\omega L}{2c}\Delta n\right)$$

Zmiana współczynnika załamania związana jest z natężeniem fali akustycznej (mierzonego w W/m^2)

$$(\Delta n)^2 \propto M I_s$$

gdzie M stała ugięcia zależna od gęstości ośrodka, parametrów mechanicznych oraz prędkości dźwięku.

$$\frac{I_d}{I_i} = \sin^2\left(\frac{\pi L}{\sqrt{2}\lambda_l}\sqrt{M I_s}\right)$$

W wodzie na długości fali $\lambda_l = 0.6328\mu$m

$$\frac{I_d}{I_i} = \sin^2\left(1.4 L\sqrt{I_s}\right)$$

Tabela 1: *Przykładowe wartości stałej M_ω*

Materiał	M_ω
Woda	1
$PbMO_4$	0.22
TeO_2	5
SiO_2	0.006

W innych materiałach przy innej długości fali

$$\frac{I_d}{I_i} = \sin^2\left(1.4\frac{0.6328}{\lambda_l[\mu\text{m}]}L\sqrt{M_\omega I_s}\right)$$

Gdzie względna M_ω stała ugięcia (względem H_2O)
Ponieważ dla małych argumentów $\sin x \approx x$ to

$$\frac{I_d}{I_i} \approx \frac{\pi^2 L^2}{2\lambda_l^2} M I_s$$

Czyli

$$I_d \propto I_s$$

Zmodulowany amplitudowo sygnal akustyczny moduluje amplitudowo sygnal optyczny!

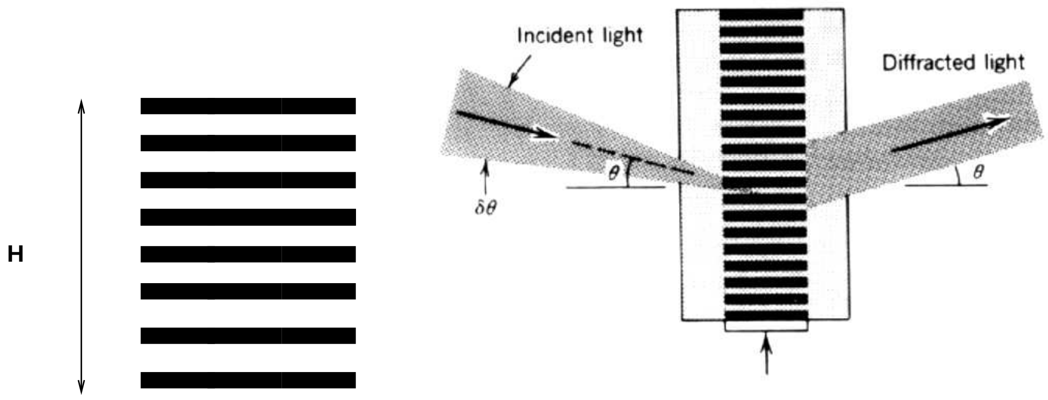
Przykład - sprawność ugięcia w $PbMO_4$
Moc fali akustycznej: 1 [W], przekrój wiązki f.a. 1 mm $\times$ 1 mm. Długość $L = 1$mm, $\lambda_l = 0.633\mu$m.

$$\frac{I_d}{I_i} \approx 37\%$$

Akusto-optyczne zjawisko Bragga - selektywność zjawiska

- Jeśli fala akustyczna jest zmodulowana to jej widmo ma skończoną szerokość.
- Długość fali akustycznej zmienia się w czasie.
- Kąt Bragga dla każdej częstotliwości fali akustycznej jest inny
- Gdyby fale akustyczne i świetlna były idealnymi falami płaskimi to fala ugięta nie mogłaby zostać zmodulowana!!!

Tolerancja zjawiska na zmianę kąta padania.



Rysunek 9:

Dla warstw o sumarycznej wysokości H

$$|\Gamma|^2 \propto \frac{\sin^2[2\pi H(\sin\theta - \sin\theta_B)/\lambda_l]}{[2\pi H(\sin\theta - \sin\theta_B)/\lambda_l]^2}$$

Wartość maksymalna gdy $\theta = \theta_B$. Wartość zerowa gdy

$$\sin\theta - \sin\theta_B \approx \theta - \theta_B = \lambda_l/2H$$

Oczywiście w praktyce $H >> \lambda_l \rightarrow$ bardzo wysoka selektywność zjawiska!!!

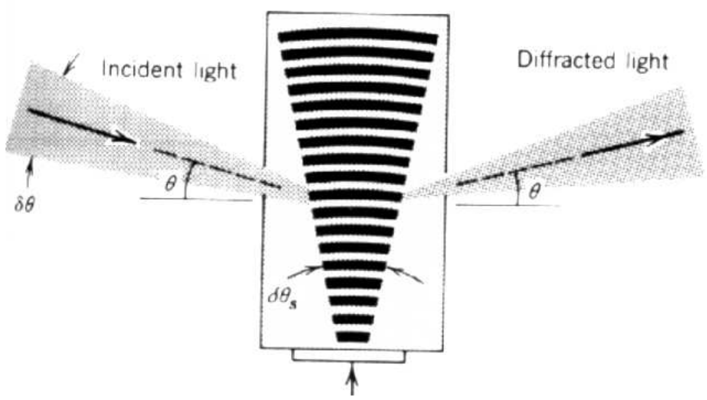
Akusto-optyczne zjawisko Bragga - pasmo pracy

Modulacja (lub w ogólności praca pasmowa układów akusto-optycznych) jest możliwa jedynie jeśli jedna lub obie fale są rozbieżne (mają zakrzywione fronty falowe)

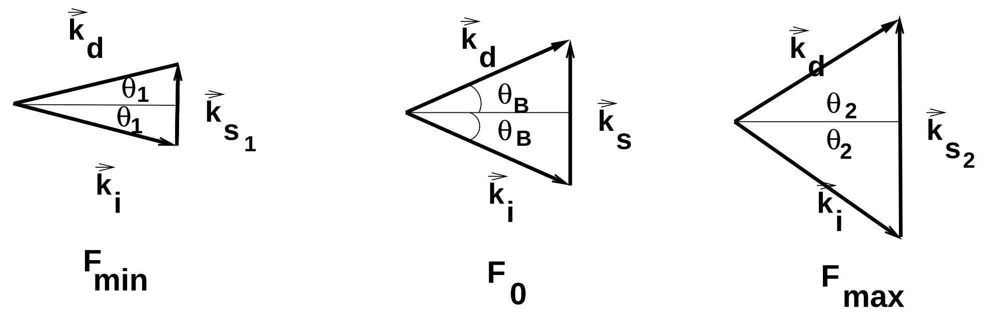
- Falę rozbieżną o kącie rozwarcia $2\delta\theta$ można traktować jako sume fal płaskich rozchodzacych się w kierunkach od $-\delta\theta$ do $\delta\theta$.
- W praktyce, z uwagi na dyfrakcję, nie ma idealnych fal płaskich (musiałyby zostać wytworzone przez nieskończenie rozciągłe źródło)
- Minimalna rozbieżność wiazki o średnicy D

$$\delta\theta \approx \frac{\lambda}{D}$$

- Oznacza to, że wiązka o średnicy D padająca pod kątem Bragga θ_B na falę akustyczną składa się w istocie z fal płaskich padających pod kątem $\theta_B \pm \delta\theta/2$. Podobnie rozbieżna jest fala akustyczna.
- Każda z tych fal płaskich może więc spełnić dokładnie "swój" warunek Bragga jeśli częstotliwość fali akustycznej zmieni się.



Akusto-optyczne zjawisko Bragga - pasmo pracy



Załóżmy sygnał akustyczny zmodulowany o nośnej f_0 i pasmie B. Dla częstotliwości środkowej mamy

$$k_i \sin\theta_B = k_s/2 \rightarrow \quad \text{gdy } \theta_B \text{ małe} \rightarrow \quad k_i\theta_B = k_s/2$$

Dla częstotliwości krańcowych

$$(k_{sf+B} - k_{sf-B})/2 = k_i \delta\theta$$

$$k_s = \frac{2\pi f_0}{v_s}$$

Czyli

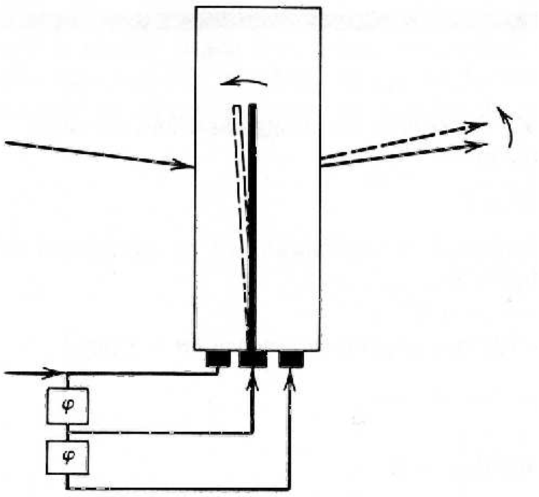
$$\frac{2\pi}{v_s}(f_0 + B - f_0 + B)/2 = k_i \delta\theta$$

Ponieważ $\delta\theta = \lambda_i/D, k_i = 2\pi/\lambda_i$ to

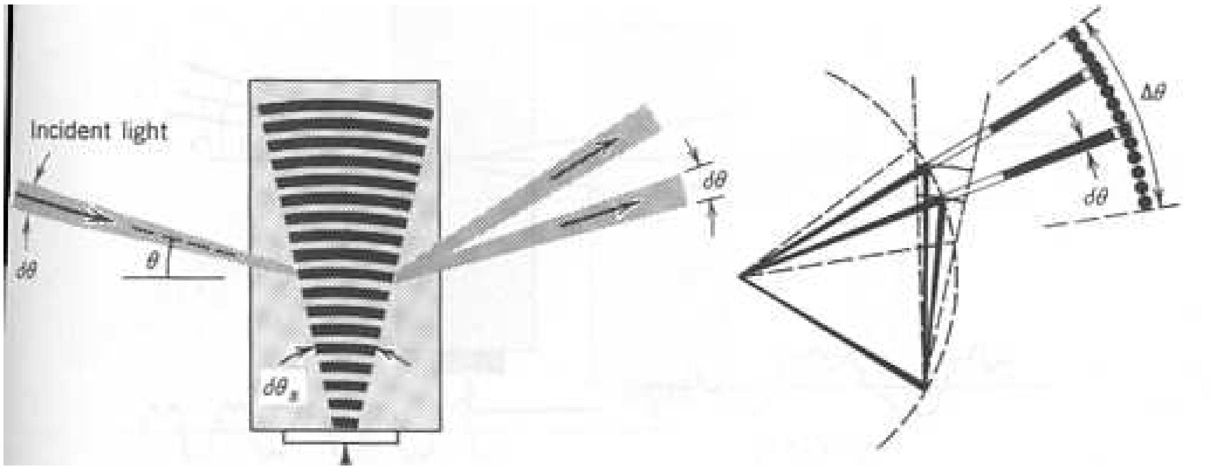
$$B = \frac{k_i v_s \delta\theta}{2\pi} = \frac{v_s}{D}$$

Pasmo tym większe im średnica wiązki świetlnej mniejsza.

Zastosowania - skanery



Rysunek 10: *Skaner akusto-optyczny o wiązce sterowanej fazowo*



Rysunek 11: *Skaner akusto-optyczny o odchylaniu częstotliwościowym*

- Z warunku Bragga

$$2\theta \approx \frac{\lambda_i}{\lambda_s} = \frac{\lambda_i}{v_s} f_s$$

Odchylenie wiązki świetlnej jest proporcjonalne do częstotliwości fali dźwiękowej.

- Zakres skanowania (mierzony od dwusiecznej kąta pomiędzy wiązka padającą i odchyloną)

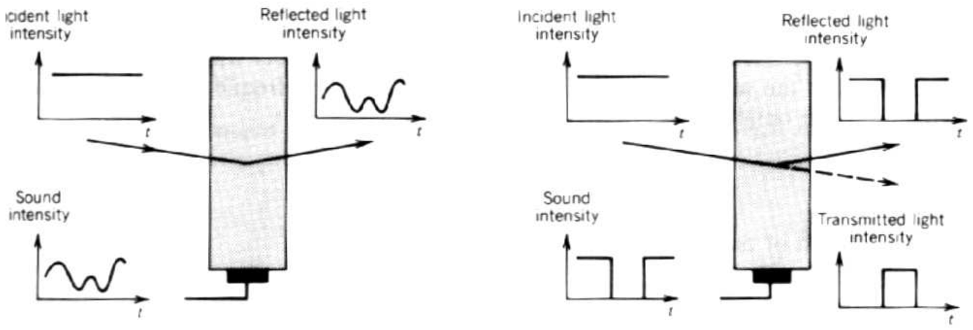
$$\Delta\theta_{\max} = \frac{\lambda_i}{v_s}\Delta f_s$$

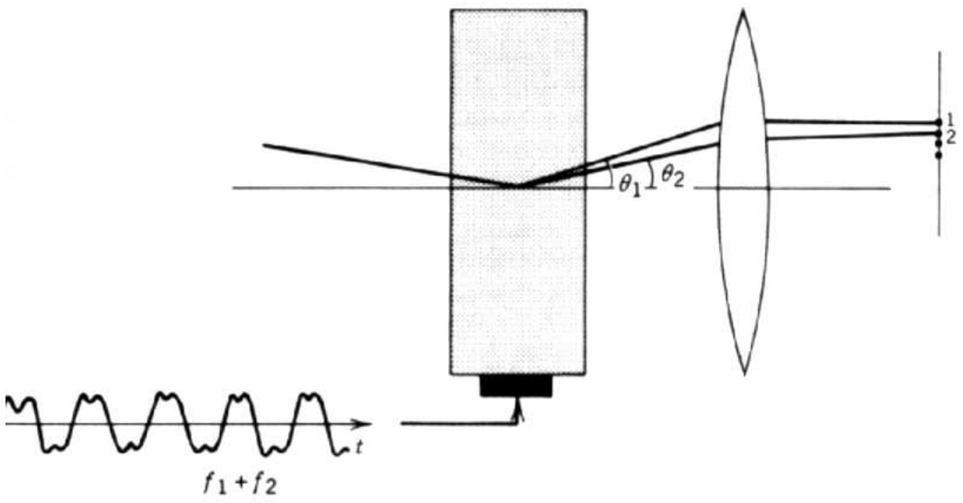
- Rozdzielczość linowa (przy średnicy wiązki wyjściowej D dającej wiązkę o rozbieżności $\delta\theta = \lambda_i/D$)

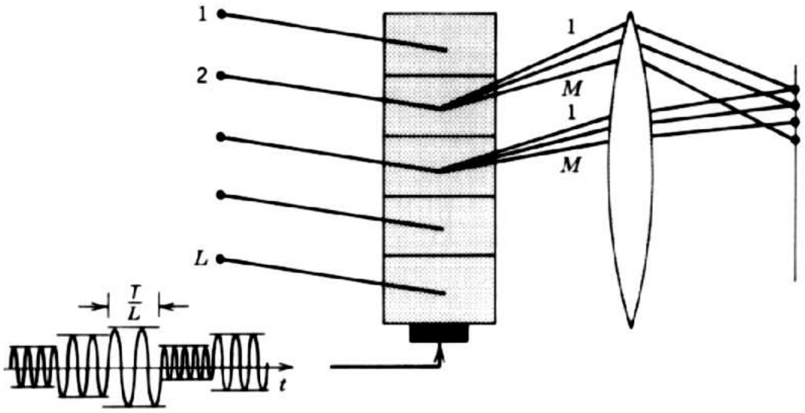
$$N = \frac{\Delta\theta_{\max}}{\delta\theta} = \frac{D}{v_s}\Delta f_d = T\Delta f_s$$

gdzie T to czas przejścia fali akustycznej przez wiązkę świetl- ną a N to maksymalna liczba punktów, które można będzie rozróżnić.

Zastosowania - modulatory i przełączniki

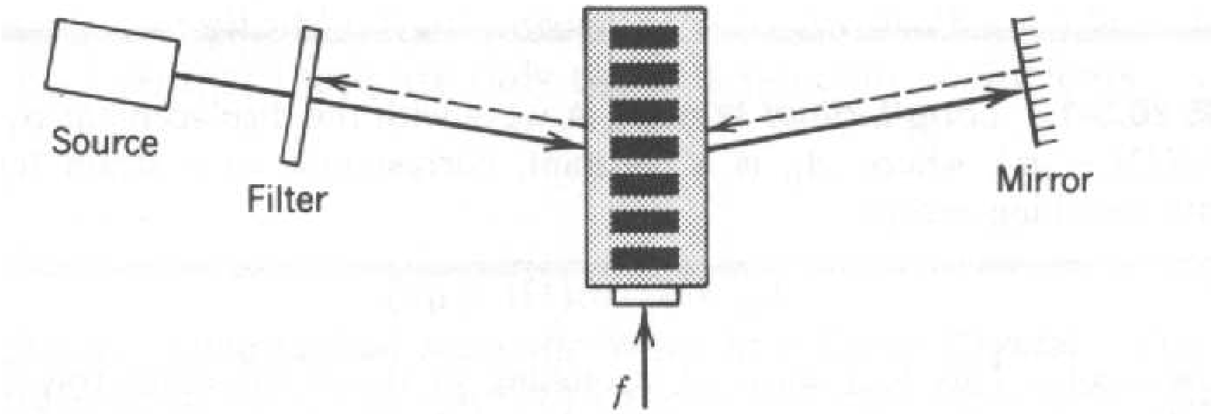






Zastosowania

- A-O analizator widma fali dźwiękowej - każda składowa spektralna fali akustycznej odchylana jest pod innym kątem
- Filtracja fali świetlenej - korzysta się z selektywności zjawiska Bragga - przy mało rozbieżnych wiązkach odchylana jest tylko składowa widma spełniająca war. Bragga.
- Konwersja częstotliwości fali optycznej - korzysta się z przesunięcia związanego z a-o zjawiskiem Bragga. Możliwe jest np. przestrajanie zewnętrzne oscylatora lokalnego (lasera) w odbiornikach hetererodynowych.
- Izolatory a-o

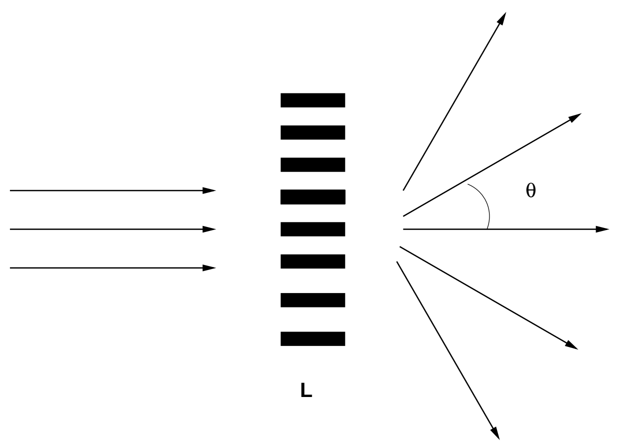


Dyfrakcja Ramana-Natha

- Jeśli droga oddziaływania fali akustycznej i optycznej jest krótka (np. wąska wiązka fali akustycznej) to akusto-optyczny efekt Bragga jest znikomy.
- lokane zmiany n prowadzą do utworzenia siatki dyfrakcyjnej!
- Światło ulega rozszczepieniu przy padaniu prostopadłym
- efekt ten nosi nazwę dyfrakcji Ramana-Natha lub rozpraszania Debye-Searsa
- warunek wystąpienia efektu

$$\theta_B L << k_i$$

czyli moze być albo krótka droga odziaływania lub b. mały kąt Bragga $\rightarrow \lambda_i/\lambda_s$ małe (np. niska częstotliwość fali akustycznej)



Przesunięcie fazowe przy interferencji fal wtórnych pochodzących od synfazowych źródeł odległych o λ_s

$$\phi = k_i \lambda_s \sin\theta$$

Interferencja konstruktywna dla $\phi = 2m\pi \rightarrow$

$$k_i \lambda_s \sin\theta = 2m\pi \rightarrow \sin\theta = \lambda_i/\lambda_s$$

Ponieważ λ_i/λ_s małe to kąt Ramana-Natha

$$\theta_{R-N} \approx m\lambda_i/\lambda_s = m\frac{\lambda_0}{n\lambda_s}$$

Sprawność rozpraszania m-tego rzędu

$$I_d/I_i = \left| J_m\left(\frac{\pi\sqrt{2}L}{\lambda_i}\sqrt{MI_s}\right)\right|^2$$

Zastosowanie:
Przełącznik akusto-optyczny: przełączanie przestrzenne pomiędzy 0 i 1 rzędem dyfrakcji.
I_s dobiera się tak, aby w momencie przełączania argument J_0 odpowiadał miejscu zerowemu.
Wada - niska sprawność transmisji do prążka $1-$go rzędu.