

Prosta i płaszczyzna - zadania doatkowe

Zad.1 Dana jest prosta $l : \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. Na płaszczyźnie $\pi_1 : x - y - z + 1 = 0$ znaleźć prostą l_1 równoległą do płaszczyzny $\pi_2 : x - 2y + 2z - 1 = 0$ i przechodzącą przez punkt $A(-1, 1, -1)$. Znaleźć odległość między prostymi l i l_1 .

Zad.2 Na prostej

$$l : \begin{cases} 2x + y + z + 8 = 0 \\ x - 4y - 2z - 5 = 0 \end{cases}$$

znaleźć punkt P oddalony o 5 od płaszczyzny $\pi : 3x - 6y + 2z - 10 = 0$.

Zad.3 Przez punkt wspólny płaszczyzny $\pi : x + y + z - 1 = 0$ i prostej

$$l : \begin{cases} y - 1 = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$$

poprowadzić prostą leżącą w płaszczyźnie π i prostopadłą do prostej l .

Zad.4 Dany jest punkt $A(1, 2, 3)$ i płaszczyzny

$$\pi_1 : x + y - z - 3 = 0 \qquad \pi : 2x + z - 10 = 0.$$

Z punktu A poprowadzić proste prostopadłe do π_1 i π_2 i przecinające je w punktach B i C . Znaleźć równanie prostej przechodzącej przez punkty B i C .

Zad.5 Dane są wierzchołki czworościanu $P_1(0, 0, 2)$, $P_2(3, 0, 5)$, $P_3(1, 1, 0)$, $P_4(4, 1, 2)$. Wyznacz długość wysokości opuszczonej z wierzchołka P_4 .

Zad.6 Przez punkt $A(4, 0, -1)$ poprowadzić prostą przecinającą dwie proste

$$l_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-5}{3} \qquad l_2 : \frac{x}{5} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+1}{2}.$$

Zad.7 Na prostej $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{4}$ równooddalony od punktów $A(1, 3, -2)$ i $B(-3, 1, 4)$.

Zad.8 Znaleźć równanie tej prostej przechodzącej przez punkt $(3, 0, -1)$, która przecina pod kątem prostym prostą $\frac{x-5}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{3}$. Znaleźć punkt symetryczny do podanego punktu względem podanej prostej.

Zad.9 Napisać równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $A(5, 2, 0)$, oddalonej o 1 od punktu $B(6, 1, -1)$ i oddalonej o 3 od punktu $C(0, 5, 4)$.

Zad.10 Na krawędzi przecięcia płaszczyzny $2x - 3y + 4z - 5 = 0$ z płaszczyzną OXZ znaleźć punkt P oddalony o $\sqrt{6}$ od płaszczyzny $2x + y - z + 3 = 0$.

Zad.11 Znaleźć równanie płaszczyzny, której odległość od płaszczyzny $x + y - z + 1 = 0$ jest dwa razy większa niż od płaszczyzny $x + y - z - 1 = 0$ i nie leżącej między tymi płaszczyznami.

Zad.12 Znaleźć równanie płaszczyzny przechodzącej przez oś OX i tworzącej kąt 60° z płaszczyzną $x - y = 0$.

Zad.13 Napisać równanie płaszczyzny przechodzącej przez prostą powstałą z przecięcia płaszczyzn $x + 2y - z + 5 = 0$, $2x - y + 4z - 8 = 0$ i odcinającej na osiach układu OX i OY równe odcinki.

Zad.14 Znaleźć równania dwusiecznych kątów między prostymi:

$$l_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1} \quad l_2 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{2}.$$

Zad.15 Przez punkt $A(2, -2, 0)$ poprowadzić prostą przecinającą prostą

$$l_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{0} = \frac{z-2}{-2}$$

i tworzącą kąt 60° z prostą

$$l_2 : \begin{cases} x-1 = 0 \\ z+1 = 0. \end{cases}$$

Zad.16 Dane są dwa wierzchołki trójkąta $A(-4, -1, 2)$ i $B(3, 5, -6)$. Znaleźć trzeci wierzchołek C wiedząc, że środek boku AC leży na osi OY, a środek boku BC na płaszczyźnie OXZ.

Zad.17 Wyznaczyć równanie płaszczyzny przechodzącej przez punkt $A(0, 1, 1)$, rzut punktu $B(0, 1, 5)$ na prostą

$$l : \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$$

i oddaloną od początku układu o $\frac{1}{\sqrt{14}}$.