POLITECHNIKA GDAŃSKA Gdańsk, lipiec 1990 r.

Tematy I części egzaminu z matematyki
dla kandydatów ubiegających się o przyjęcie na I rok studiów dziennych.
Kandydat wybierał 3 dowolne zadania. Rozwiązania wybranych zadań oceniane były w skali 0–10 punktów. Egzamin trwał 120 minut.

1. Zbadać przebieg zmienności funkcji
$$y = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1},$$
sporządzić jej wykres i na tej podstawie ustalić ile pierwiastków posiada równanie
$$\frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1} = m$$
w zależności od parametru m.

2. Dla jakich wartości parametru t, przy dowolnej wartości parametru k, równanie
$$x^2 + x\sqrt{k^2 + 4} - k \log_{\frac{1}{2}}(t + 1) = 0$$
posiada dwa różne pierwiastki?

3. Rozwiązać nierówność
$$\lim_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2 + (2 + \sin 2x)n + 4} - n\right) < 1 + \frac{1}{2}\cos 2x.$$

4. Dwie kule o promieniach R i x ($R > x$) są styczne zewnętrznie. Przy jakim x objętość stożka opisanego na tych kulach będzie najmniejsza?

5. W urnie U_1 znajdują się dwie kule czarne i pewna ilość kul białych. W urnie U_2 znajduje się 5 kul białych i 3 czarne. Z pierwszej urny losujemy dwie kule i przekładamy je do urny drugiej. Następnie z urny drugiej losujemy jedną kulę. Podać minimalną ilość białych kul znajdujących się w urnie U_1, jeśli wiadomo, że prawdopodobieństwo wylosowania kuli białej z urny U_2 jest większe od $0,6$.

POLITECHNIKA GDAŃSKA Gdańsk, lipiec 1990 r.

Tematy II części egzaminu z matematyki
dla kandydatów ubiegających się o przyjęcie na I rok studiów dziennych.
Wszystkie zadania były oceniane w skali 0–2 punkty. Egzamin trwał 120 minut.

1. Naszkicować wykres funkcji $y = x|x+1|$.
2. Obliczyć $\cos^2 105° - \sin^2 105°$.
3. Rozwiązać nierówność $||x|-1| < 2$.
4. Obliczyć granicę $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1 - \frac{1}{2^1} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{2^3} + \ldots + (-1)^n\frac{1}{2^n}\right)$.
5. Wektor $\vec{a} = [3,7]$ przedstawić jako kombinację liniową wektorów $\vec{e}_1 = [2,3]$ i $\vec{e}_2 = [-1,1]$.
6. Obliczyć granice $\lim\limits_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}$ i $\lim\limits_{x\to+\infty} x\sin\frac{1}{x}$.
7. Dana jest funkcja $f(x) = \log_{\frac{1}{3}}(x+1)$. Rozwiązać nierówność $f(f(x)) > 0$.
8. Rozwiązać równanie $2^{2x} + 4^x = 5^x$.
9. Podać równanie jednej z prostych, na której leży środek okręgu opisanego na trójkącie o wierzchołkach $A(1,3)$, $B(2,7)$ i $C(3,10)$.
10. Dla jakich wartości parametru k funkcja $f(x) = x^3 - x^2 + kx$ będzie rosnąca w całym zbiorze liczb rzeczywistych?
11. Dane są zbiory

    $$A = \{(x,y)\colon (x-1)^2 + y^2 \leqslant 1\} \quad \text{oraz} \quad B = \{(x,y)\colon y \geqslant x\}.$$

    Naszkicować zbiór $A \cap B$ i obliczyć jego pole.
12. W oparciu o definicję pochodnej obliczyć $f'(1)$ dla funkcji $f(x) = \sqrt{x^2+3}$.
13. Zdarzenia losowe A i B są rozłączne i $P(A) = \frac{1}{3}$, a $P(B) = \frac{1}{2}$. Obliczyć $P(A \cup B)$ oraz $P(A - B)$.
14. Napisać równanie sycznej do krzywej $y = x^3 + x^2 + x + 1$ równoległej do prostej $y = \frac{2}{3}x$.
15. Sformułować twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa.