POLITECHNIKA GDAŃSKA Gdańsk, 2.07.1991 r.

Tematy I części egzaminu z matematyki
dla kandydatów ubiegających się o przyjęcie na I rok studiów dziennych.
Kandydat wybierał 3 dowolne zadania. Rozwiązania wybranych zadań oceniane były w skali 0–10 punktów. Egzamin trwał 120 minut.

1. Zbadać przebieg zmienności funkcji

$$y = \frac{4x+5}{x^2-1}$$

i na tej podstawie ustalić liczbę pierwiastków równania

$$\frac{4x+5}{x^2-1} = m$$

w zależności od parametru m.

2. W trójkącie ABC dany jest wierzchołek $A(1,3)$ oraz równanie środkowej $y = 7$ i równanie wysokości $x + 4y - 51 = 0$. Wiedząc, że środkowa i wysokość wychodzą z różnych wierzchołków trójkąta podać równania boków tego trójkąta.

3. Dla jakich wartości parametru $m \in R$ równanie

$$\log_2(x+3) - 2\log_4 x = m$$

posiada rozwiązanie należące do przedziału $\langle 3; 4)$?

4. W urnie znajdują się trzy kule białe o numerach 1, 2 i 3 oraz pięć kul czarnych o numerach 1, 2, 3, 4 i 5. Losujemy bez zwracania dwukrotnie po jednej kuli. Jakie jest prawdopodobieństwo tego, że pierwsza z wylosowanych kul będzie biała, a druga będzie kulą o numerze 1?

5. Na trójkącie prostokątnym o kącie ostrym x opisano okrąg. Okrąg ten i trójkąt obracają się dookoła przeciwprostokątnej. Przy jakim x stosunek objętości kuli powstałej z obrotu okręgu do objętości bryły powstałej z obrotu trójkąta będzie najmniejszy?

POLITECHNIKA GDAŃSKA Gdańsk, 2.07.1991 r.

Tematy II części egzaminu z matematyki
dla kandydatów ubiegających się o przyjęcie na I rok studiów dziennych.
Wszystkie zadania były oceniane w skali 0–2 punkty. Egzamin trwał 120 minut.

1. Dana jest funkcja $f(x) = \sin^2 4x$. Rozwiązać równanie $f'(x) = -2$.
2. Rozwiązać nierówność $\log_x 5 < 1$.
3. Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 3 i 4. Obliczyć wysokość trójkąta poprowadzoną z wierzchołka kąta prostego.
4. Rozwiązać nierówność $\dfrac{1}{x} > 2 - x$.
5. Rozwiązać nierówność $\operatorname{tg}(2x) \geqslant 1$.
6. W płaszczyźnie $0xy$ zaznaczyć punkty należące do zbioru
$$A = \{(x, y)\colon |x| < y\}.$$
7. Obliczyć $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sin 2(x-1)}{3(x^2-1)}$.
8. Podać resztę z dzielenia wielomianu $W(x) = 5x^4 + 2x^2 + 1$ przez dwumian $x + 1$.
9. W trójkącie o wierzchołkach $A(3, 1, 1)$, $B(2, 2, 1)$ i $C(2, 1, 2)$ wyznaczyć kąt wewnętrzny przy wierzchołku A.
10. Podać liczby naturalne spełniające nierówność $\binom{n}{2} - n \leqslant 14$.
11. Dla jakich wartości parametru k funkcja $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 + kx + 1$ będzie rosnąca w całej swojej dziedzinie?
12. Obliczyc $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt{n^2+1}}{\sqrt[3]{8n^3+2n+1}}$.
13. Obliczyć prawdopodobieństwo wyrzucenia w pięciu rzutach kostką co najmniej raz liczby oczek nie większej od 3.
14. Napisać równanie prostej przechodzącej przez punkt $P(1, 3)$ i prostopadłej do prostej $y = 2x + 5$.
15. Suma wyrazów nieskończonego ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie $a_1 = 3$ wynosi 5. Podać iloraz tego ciągu.