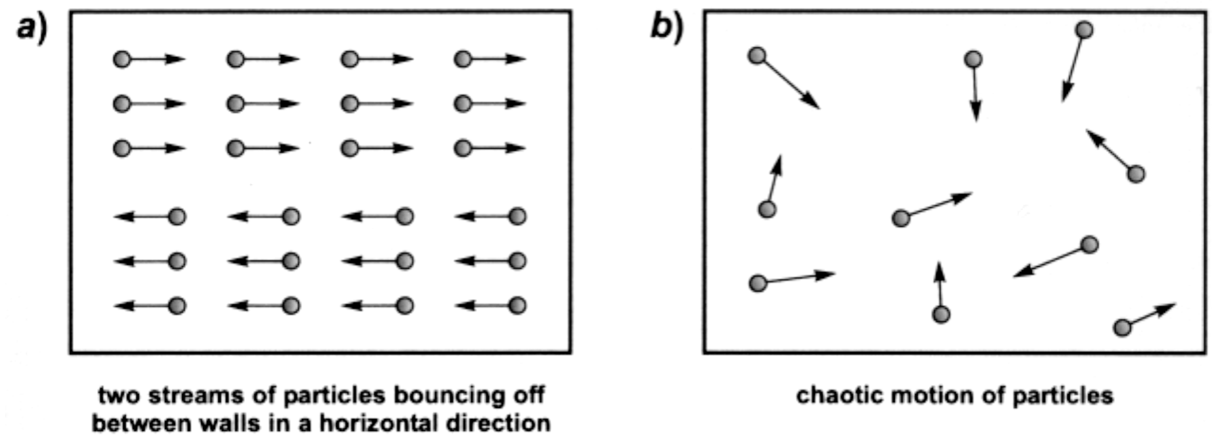
J. Szantyr – Wykład nr 13 – Równanie bilansu entropii

Entropia jest funkcją parametrów stanu płynu i jest miarą chaosu w ruchu molekularnym oraz miarą „bezużytecznej” energii danego układu.



a) układ o małej entropii b) układ o dużej entropii

Lód topniejący w szklance jest przykładem wzrostu entropii

Jednostka entropii S $\left[\frac{J}{K}\right]$

Jednostka entropii właściwej s $\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$

Właściwości entropii

Entropia jest transportowana z ciepłem zgodnie z relacją Clausiusa:

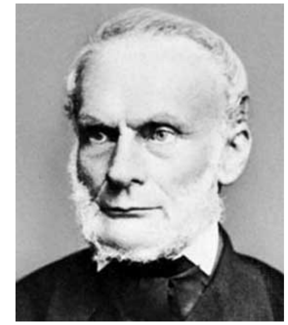
$$j_s = \frac{1}{T} j$$

gdzie: j_s strumień entropii

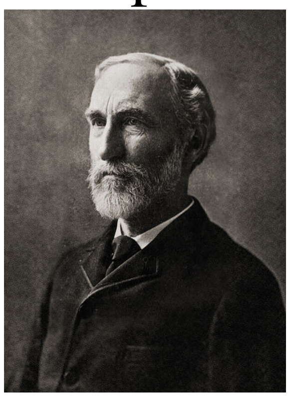
j strumień ciepła

T temperatura przy której zachodzi transport

RudolfClausius
1822 - 1888



Entropia zmienia się wraz z parametrami stanu (relacja Gibbsa):



Josiah Gibbs
1839 - 1903

$$T\frac{Ds}{Dt} = \frac{De}{Dt} + p\frac{D}{Dt}\left(\frac{1}{\rho}\right)$$

gdzie: p - ciśnienie

e – energia wewnętrzna płynu

ρ - gęstość płynu

Druga zasada termodynamiki: w każdym procesie rzeczywistym suma zmian entropii wszystkich ciał biorących udział w procesie jest zawsze dodatnia.

Zmiana w czasie (czyli pochodna substancjalna) entropii w objętości płynnej *V(S)* jest równa produkcji entropii wewnątrz tej objętości oraz strumieniowi entropii przez powierzchnię płynną *S*.

$$\frac{D}{Dt}\int_V \rho s dV = \int_V \dot{s} dV - \int_{S(V)} \bar{j}_s \bullet \bar{n} dS$$

Gdzie: $\dot{s}$ objętościowe natężenie źródeł entropii

Powyższe równanie można przekształcić do postaci jednej całki po objętości płynnej:

$$\int_V \left(\rho \frac{Ds}{Dt} - \dot{s} + div \frac{\bar{j}}{T} \right) dV = 0$$

Ponieważ objętość płynną V wybrano dowolnie, zerować się musi również funkcja podcałkowa, co prowadzi do równania bilansu entropii w postaci różniczkowej (czyli dla elementu płynu):

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = \dot{s} - div \frac{\bar{j}}{T}$$

Jeśli wykorzystamy relację Gibbsa, to otrzymamy:

$$\dot{s} = \frac{\rho}{T}\frac{De}{Dt} - \frac{p}{\rho T}\frac{D\rho}{Dt} + div\frac{\bar{j}}{T} \qquad \text{lub:} \qquad \rho\frac{De}{Dt} = T\dot{s}_M + \frac{p}{\rho}\frac{D\rho}{Dt} + \lambda\Delta T$$

Powyższe równanie można przekształcić przy wykorzystaniu: równania zachowania masy, równania zachowania pędu, równania zachowania energii oraz prawa przewodnictwa cieplnego Fouriera:

$$\dot{s} = \dot{s}_M + \dot{s}_T = \frac{\mu}{T}\left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}\right)^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_y}{\partial y}\right)^2 + \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} - \frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2 + \frac{2}{3}\left(\frac{\partial u_y}{\partial y} - \frac{\partial u_z}{\partial z}\right)^2\right] + \frac{\lambda}{T^2}(gradT)^2$$

Prawo Fouriera: $\bar{j} = -\lambda gradT$

Równanie bilansu entropii w tej formie pokazuje proces ciągłego rozpraszania (dyssypacji) energii mechanicznej płynącego płynu i zamiany tej energii w ciepło.

Joseph Fourier
1768 - 1830

Uwagi:

-oba składniki natężenia objętościowych źródeł entropii są zawsze nieujemne,

-mechaniczne źródła entropii $\dot{s}_M$ mogą być równe zero przy μ=0, a termiczne źródła entropii $\dot{s}_T$ mogą być równe zero przy λ=0 , co prowadzi do modelu płynu nielepkiego i nie przewodzącego ciepła,

-z powyższego równania (na żółtym polu) wynika, że o energii wewnętrznej płynu decydują:

a) procesy entropowe (spalanie, reakcje chemiczne, tarcie wewnętrzne płynu),

b) zmiana gęstości płynu (kompresja lub ekspansja),

c) doprowadzenie lub odprowadzenie ciepła.