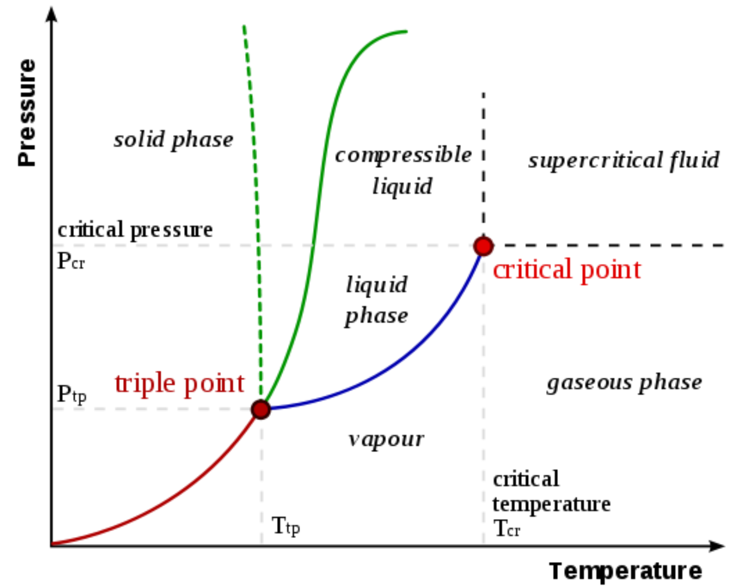
J. Szantyr -Wykład 2 – Poważne wprowadzenie do Mechaniki Płynów

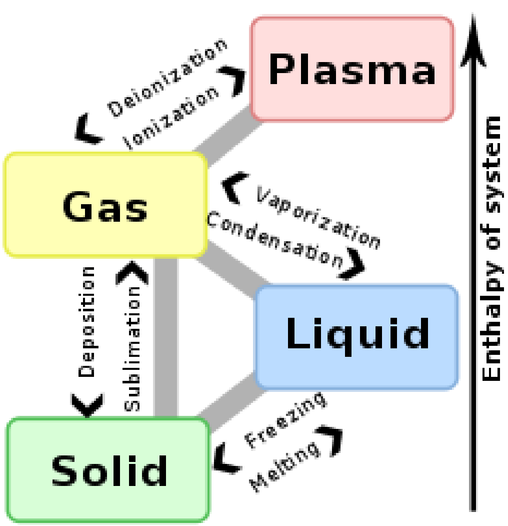
Stany skupienia materii: ciała stałe – płyny, czyli ciecze i gazy

-Ciała stałe przenoszą obciążenia zewnętrzne w taki sposób, że ulegają deformacji tak długo jak długo działa siła, po ustąpieniu siły powracają do stanu poprzedniego (o ile nie przekroczono granicy plastyczności)

-Płyny pod działaniem obciążenia zewnętrznego ulegają ciągłemu odkształceniu i nie powracają do stanu poprzedniego po ustąpieniu siły

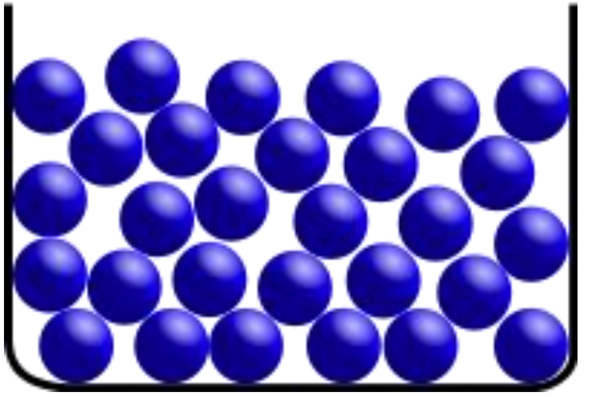
-Płyny nie mają „własnego” kształtu tak jak ciała stałe – przyjmują kształt naczynia w którym są umieszczone, przy czym gazy wypełniają całe naczynie, a ciecze tworzą swobodne powierzchnie, oddzielające je od gazów lub próżni.





Cechy charakterystyczne na poziomie molekularnym

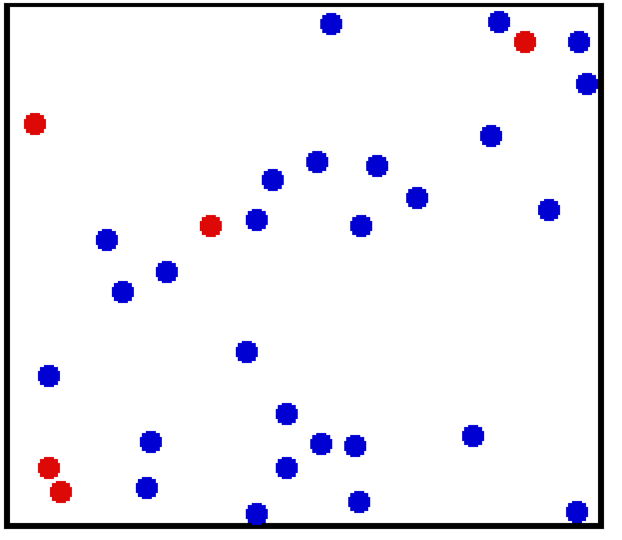
W **cieczach** molekuły wykonują ruch oscylacyjny wokół stałych położeń, a co pewien czas „przeskakują" pomiędzy tymi położeniami. Istotne parametry decydujące o makroskopowych własnościach cieczy to:



-Wielkość molekuły i średnia odległość molekuł

-Średnia droga przeskoku (dla wody 0,0000003 mm)

-Średni czas życia osiadłego (dla wody 0,00000000001 s, a dla smoły 1s)



W **gazach** molekuły wykonują ruch chaotyczny. Istotne parametry decydujące o makroskopowych własnościach gazów to:

-Wielkość molekuły i średnia odległość molekuł

-Średnia droga swobodna (dla powietrza 0,00005 mm)

Płyn jako **model ciekłego lub gazowego stanu materii** posiada cechy **płynności** i **ciągłości.**

Płynność jest to postulat proporcjonalności pomiędzy prędkością odkształcenia a siłą odkształcającą. W przypadku cieczy warunkiem wystąpienia płynności jest aby czas działania siły był znacznie dłuższy od czasu „życia osiadłego” molekuł cieczy.

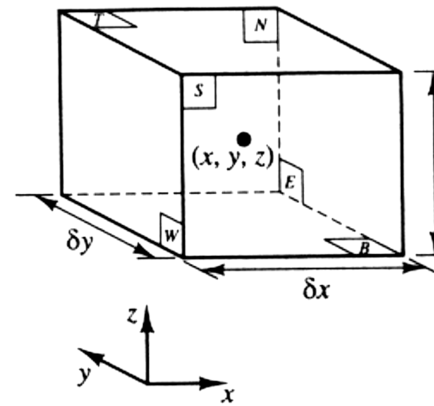
Ciągłość jest to postulat mówiący że ciecz lub gaz jest materią wypełniającą przestrzeń w sposób ciągły. Warunkiem ciągłości jest aby charakterystyczny wymiar liniowy L opisywanego przepływu był znacznie (co najmniej 100 razy) większy od średniej drogi swobodnej lub drogi przeskoku molekuły płynu l_0 . Postulat ciągłości umożliwia formalne stosowanie rachunku różniczkowego do opisu zjawisk występujących w płynach.

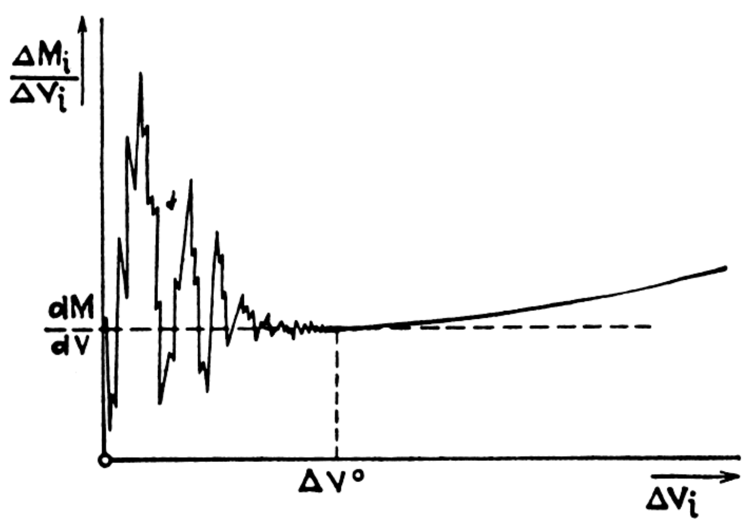
Martin Knudsen
1871 - 1949

Liczba Knudsena

$$Kn = \frac{L}{l_0} \rangle\rangle 1$$

Element płynu jest to część masy płynu o wymiarach nieskończenie małych w porównaniu do masy płynu będącej w ruchu lub do wymiarów obiektu poruszającego się w płynie,a jednocześnie dostatecznie dużych w porównaniu do średniej drogi swobodnej lub drogi przeskoku molekuły płynu.





Przesłanką do wyboru właściwej wielkości elementu płynu może być wyznaczenie gęstości płynu jako ilorazu masy płynu i objętości elementu.

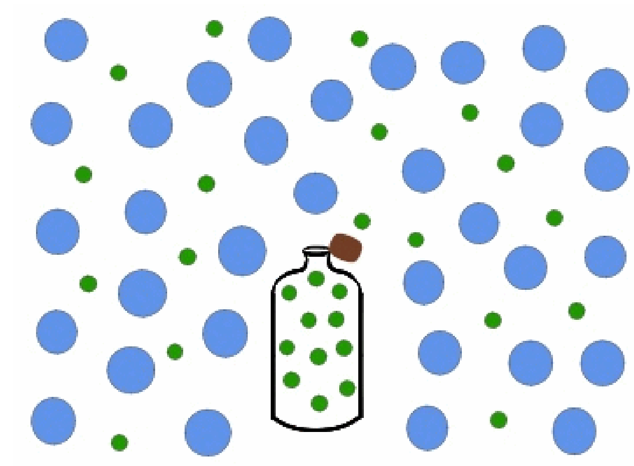
Parametry opisujące właściwości makroskopowe płynu

A) Stan płynu w danym punkcie przestrzeni

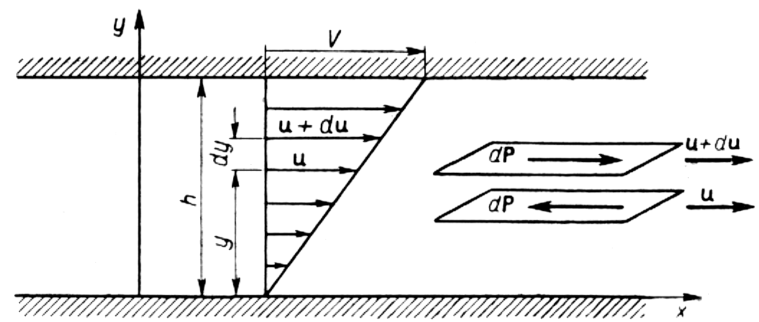
prędkość	$\bar{u}\left[\frac{m}{s}\right]$	stosunek drogi do czasu
gęstość	$\rho\left[\frac{kg}{m^3}\right]$	stosunek masy do objętości
ciśnienie	$p\left[\frac{N}{m^2}\right][Pa]$	stosunek siły do powierzchni
temperatura	$T[K]$	miara energii wewnętrznej płynu

B) Współczynniki transportu

Współczynnik dyfuzji $D\left[\frac{m^2}{s}\right]$



miara transportu masy
na drodze dyfuzji



Dynamiczny współczynnik lepkości

współczynnik proporcjonalności pomiędzy naprężeniem w płynie a prędkością deformacji elementu płynu

$$\mu\left[\frac{kg}{m*s}\right] \qquad \tau = \mu\frac{\partial u}{\partial l}$$

Współczynnik przewodnictwa cieplnego

$$\lambda\left[\frac{kg*m}{s^3*K}\right] \qquad q = -\lambda\frac{\partial T}{\partial l}$$

współczynnik proporcjonalności pomiędzy strumieniem ciepła a gradientem temperatury

C) Parametry zależne od budowy molekuły płynu

Ciepło właściwe przy stałym ciśnieniu: $c_p \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$

Ciepło właściwe przy stałej objętości: $c_v \left[\frac{J}{kg \cdot K} \right]$

Dla cieczy mamy jedną wartość: $c_p = c_v = c$

Ciepło właściwe określa ilość energii potrzebną do podgrzania 1 kg płynu o 1 kelwin (czyli do odpowiedniego podwyższenia energii wewnętrznej płynu).

Rodzaje przepływów

Przepływy **jednowymiarowe**, czyli przepływy z jednym dominującym kierunkiem prędkości, np. przepływ w rurociągu o stałym przekroju.

Przepływy **dwuwymiarowe,** czyli takie gdzie występują dwa równie ważne kierunki przepływu, np. opływ profilu będącego przekrojem płata o nieskończonej rozpiętości lub przepływ w rurociagu o silnie zmiennym przekroju.

Przepływy **trójwymiarowe**, czyli takie gdzie występują trzy równie ważne kierunki przepływu, np. opływ trójwymiarowej bryły o złożonej geometrii (samolot, samochód statek itp.)

Uwaga: w rzeczywistości **wszystkie przepływy są trójwymiarowe**, pozostałe ww. rodzaje są uproszczonymi modelami dopuszczalnymi przy spełnieniu pewnych warunków.

Rodzaje przepływów (ciąg dalszy)

Każdy z ww. rodzajów przepływów może być ponadto traktowany alternatywnie jako:

Przepływ stacjonarny, czyli taki w którym parametry go opisujące nie są zależne od czasu.

Przepływ niestacjonarny, czyli taki w którym parametry go opisujące są zależne od czasu.

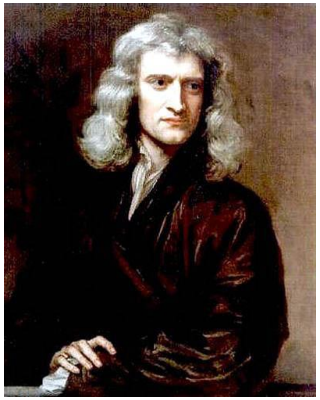
Uwaga: powyższy podział ma charakter subiektywny, tzn. **ten sam przepływ fizyczny** może być **stacjonarny** w jednym układzie współrzędnych, a **niestacjonarny** w innym układzie współrzędnych.

Modele płynu

Ciecz idealna (ciecz Pascala) – płyn nielepki i nieściśliwy

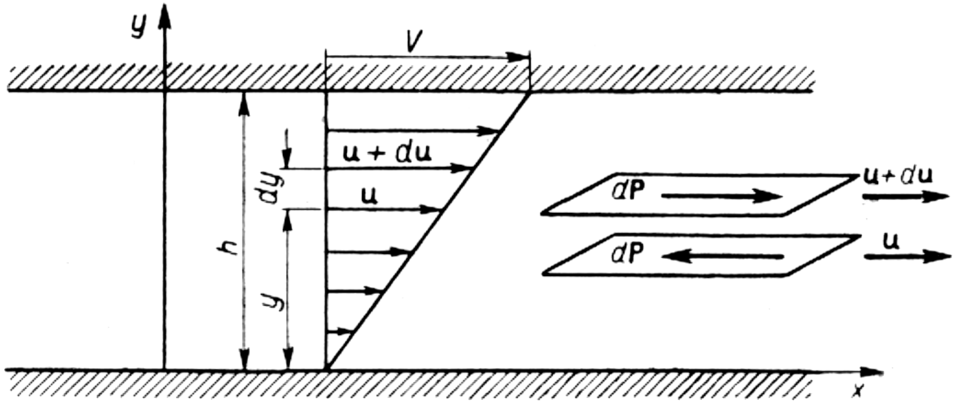
Blaise Pascal
1623 - 1662

Płyn lepki – (płyn Newtona), w którym naprężenia styczne (ścinające) są proporcjonalne do prędkości odkształcenia, np. woda, powietrze, oleje mineralne.



Isaac Newton
1643 - 1727

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

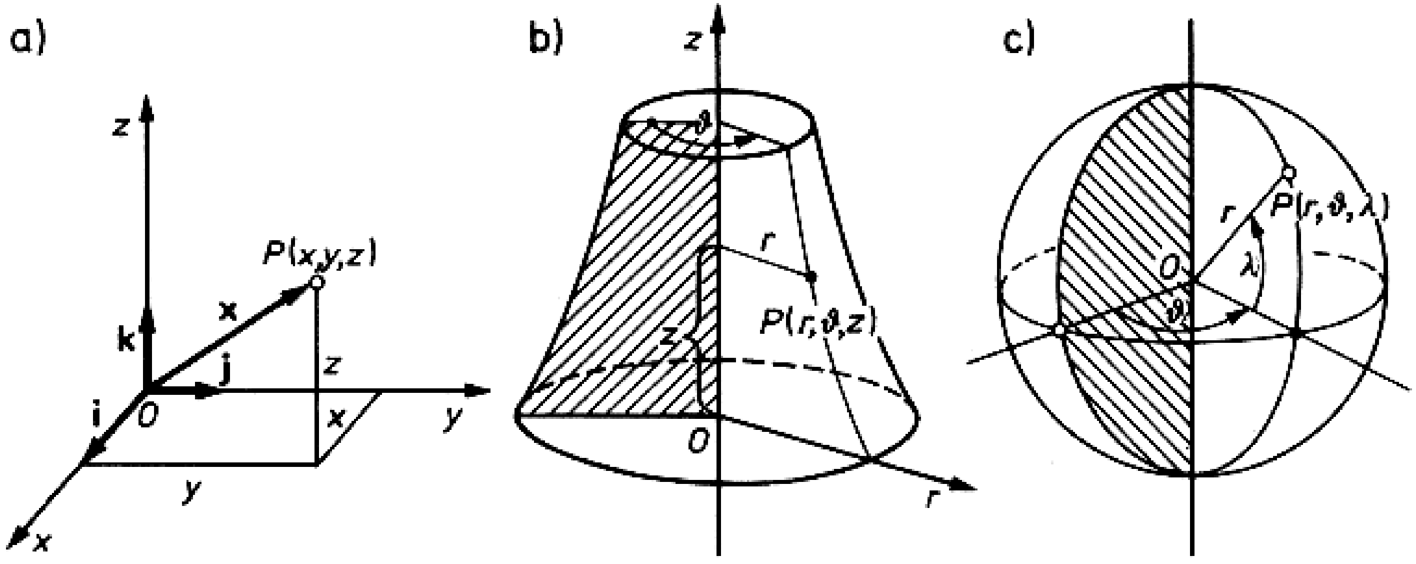


Ciecz lepkoplastyczna (ciecz Binghama) – poniżej pewnej granicy naprężeń zachowuje się jak ciało stałe, a powyżej jak płyn lepki, np. lakiery, pasty, wodny roztwór cementu.

$$\tau = \tau_0 + \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

Eugene Bingham
1878 - 1945

Układy współrzędnych



a) Układ ortokartezjański Oxyz

b) Układ walcowy Orθz

c) Układ sferyczny (kulisty) Orθλ

Rene Descartes
1596 - 1650

Pola fizyczne

Pole skalarne, np. ciśnienie lub temperatura

$$S = S(x, y, z)$$

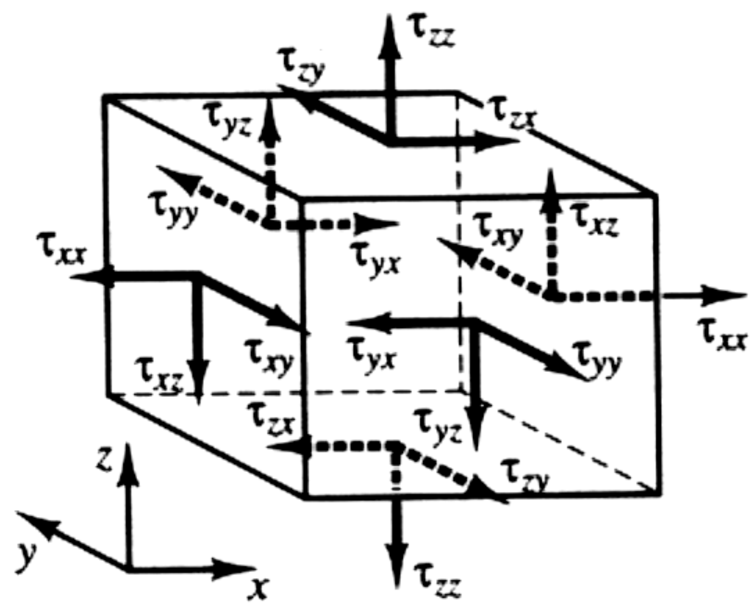
Pole wektorowe, np. prędkość

$$\overline{W} = \overline{W}(x, y, z) = \bar{i}\,W_x(x, y, z) + \bar{j}W_y(x, y, z) + \bar{k}W_z(x, y, z)$$

Pole tensorowe, np. rozkład naprężeń w płynie

$\{\mathrm{T}\} = \tau_{ij}$ gdzie *i*,*j*=*x*, *y*, *z*

Tensor dwuwskaźnikowy jest opisywany macierzą dziewięciu wielkości. W przypadku naprężeń w płynie pierwszy wskaźnik oznacza kierunek prostopadły do ściany na którą działa naprężenie, a drugi – kierunek działania naprężenia



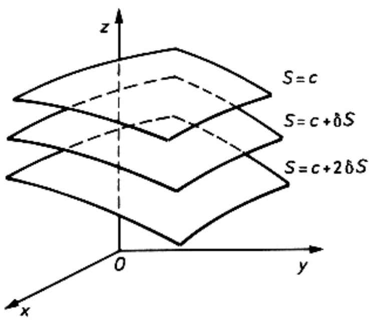
Operator Hamiltona (nabla)

Operator różniczkowania przestrzennego, formalnie traktowany jako wektor.

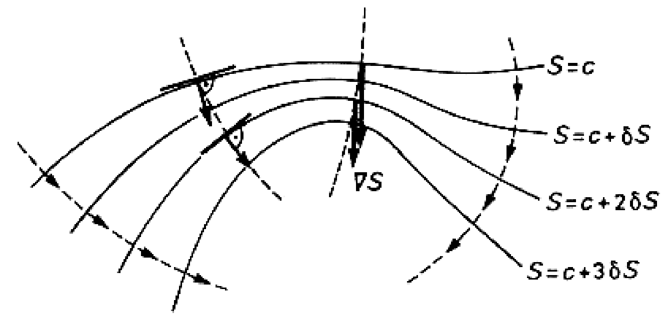
$$\nabla = \bar{i}\,\frac{\partial}{\partial x} + \bar{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \bar{k}\,\frac{\partial}{\partial z}$$

William Hamilton
1805 - 1865

Mnożenie nabla przez skalar daje wektor gradientu pola skalarnego



$$\nabla S = gradS = \bar{i}\,\frac{\partial S}{\partial x} + \bar{j}\,\frac{\partial S}{\partial y} + \bar{k}\,\frac{\partial S}{\partial z}$$



Wektor gradientu pokazuje kierunek maksymalnego przyrostu skalara S. **Każdemu** polu polu skalarnemu można przypisać wektorowe pole gradientu. **Operacja odwrotna nie zawsze jest możliwa**. Jeżeli istnieje pole skalarne S takie że W=gradS, to pole wektorowe W nazywamy polem potencjalnym.

Mnożenie skalarne nabla przez wektor daje wartość liczbową zwaną dywergencją lub rozbieżnością pola wektorowego.

$$\nabla * \overline{W} = \frac{\partial W_x}{\partial x} + \frac{\partial W_y}{\partial y} + \frac{\partial W_z}{\partial z} = div\overline{W}$$

Dywergencja oznacza prędkość zmiany objętości elementu płynu odniesioną do objętości tego elementu, czyli **może być różna od zera tylko w płynie ściśliwym.**

Mnożenie wektorowe nabla przez wektor daje wielkość wektorową zwaną rotacją pola wektorowego

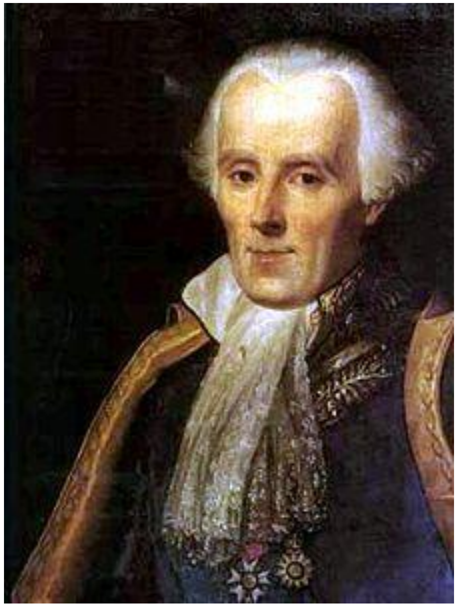
$$\nabla \times \overline{W} = \bar{i}\left(\frac{\partial W_z}{\partial y} - \frac{\partial W_y}{\partial z}\right) + \bar{j}\left(\frac{\partial W_x}{\partial z} - \frac{\partial W_z}{\partial x}\right) + \bar{k}\left(\frac{\partial W_y}{\partial x} - \frac{\partial W_x}{\partial y}\right) = rot\overline{W}$$

Jeżeli pole wektorowe W opisuje pole prędkości przepływu, to niezerowa wartość rotacji tego pola wskazuje na ruch wirowy elementów płynu. Pole gdzie rotW=0 nazywamy bezwirowym.

Jednym z kilku możliwych **iloczynów podwójnych jest dywergencja gradientu skalara** S lub **laplasjan** skalara S

$$\nabla * \nabla S = \nabla^2 S = \frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2}$$

Laplasjan jest główną częścią wielu równań mechaniki płynów, m. in. **równania Laplace'a**, które rządzi tzw. przepływami potencjalnymi.



Pierre Laplace
1749 - 1827