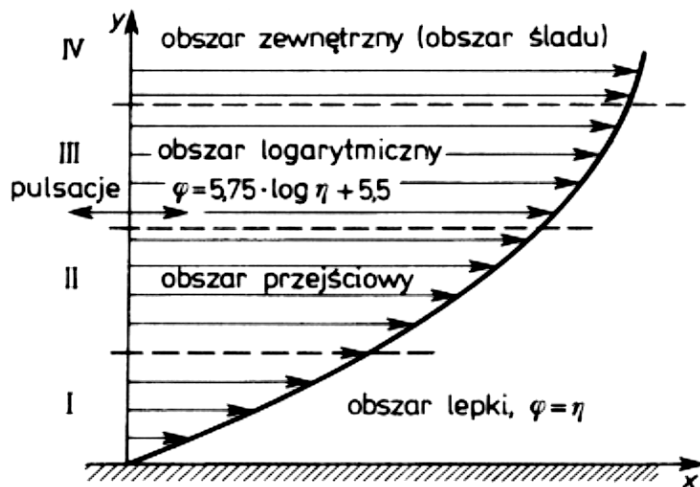


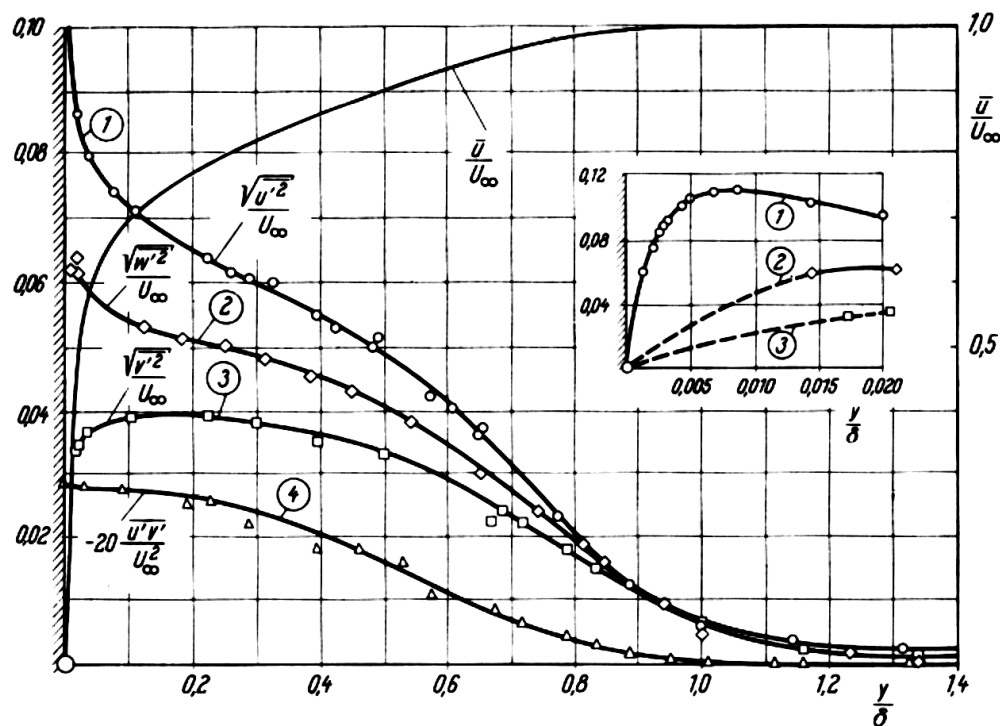
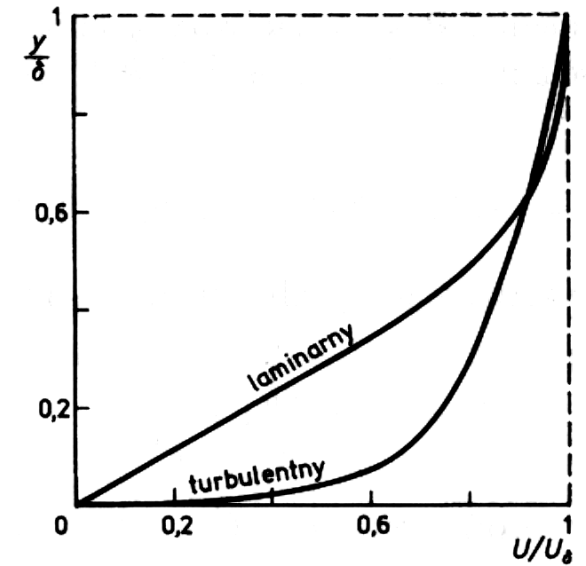
J. Szantyr – Wykład nr 20 – Warstwy przyścienne i ślady 2



W turbulentnej warstwie przyściennej można wydzielić kilka stref różniących się dominującymi mechanizmami kształtującymi przepływ.

Ogólnie warstwę można podzielić na obszar wewnętrzny o grubości około $0,2\delta$ oraz obszar zewnętrzny. W obszarze zewnętrznym dominują siły bezwładności. Obszar wewnętrzny dzieli się na podwarstwę lepka o grubości około $0,02\delta$, gdzie siły lepkości i bezwładności są podobnego rzędu i funkcjonuje przede wszystkim lepkościowy mechanizm wymiany pędu i energii, oraz obszar przejściowy i „logarytmiczny”, gdzie dominują naprężenia turbulentne i turbulentny mechanizm wymiany masy, pędu i energii.

Na skutek łącznego działania lepkościowego i turbulentnego mechanizmu wymiany pędu profil prędkości w warstwie turbulentnej jest „pełniejszy” niż w warstwie laminarnej.



W turbulentnej warstwie przyściennej występują silne trójwymiarowe fluktuacje prędkości, które osiągają maksimum w pobliżu ściany, czyli w obszarze maksymalnego gradientu prędkości średniej.

Na drodze teoretyczno-empirycznej wyprowadzono szereg praktycznie użytecznych wzorów:

$$\delta_{turb} = \frac{0,37 \cdot L}{\sqrt[5]{Re}}$$

$$C_{fturb} = \frac{0,074}{\sqrt[5]{Re}} \quad \text{dla liczb Reynoldsa} \quad 5 \cdot 10^5 < Re < 10^6$$

$$C_{fturb} = \frac{0,455}{(\log Re)^{2,58}} - \frac{A}{Re} \quad \text{dla} \quad 3 \cdot 10^5 < Re < 10^9$$

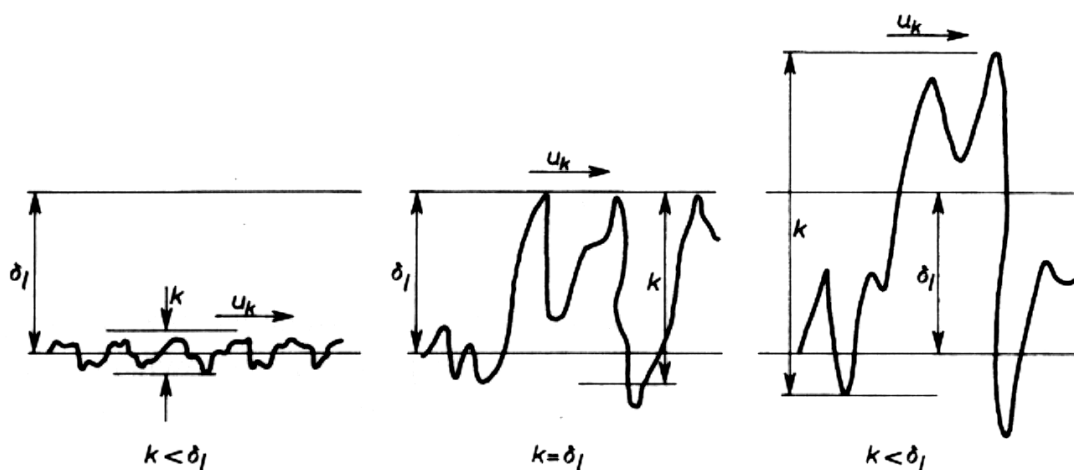
gdzie stałą A określa się na podstawie (górnej) wartości krytycznej liczby Reynoldsa według tabeli:

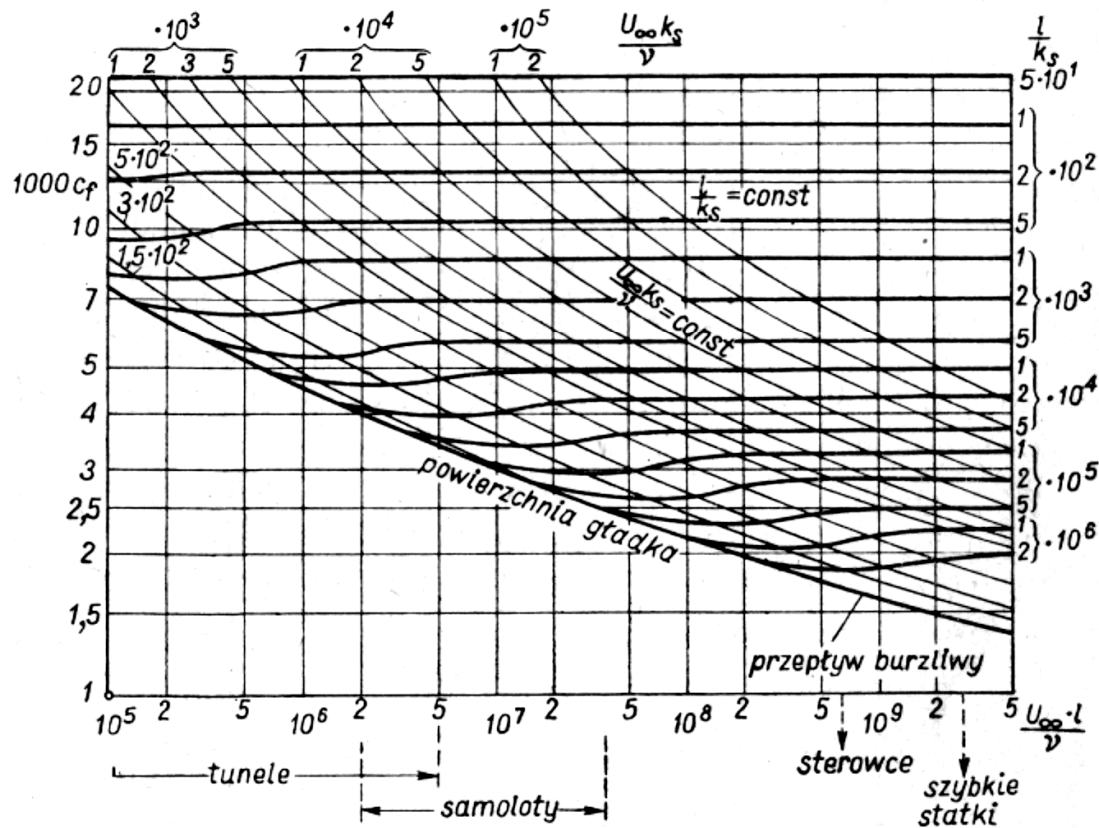
Re_{kryt}	A
$3 \cdot 10^5$	1050
$5 \cdot 10^5$	1700
10^6	3300
$5 \cdot 10^6$	5700

Podane wyżej wzory na współczynnik tarcia obowiązują dla ściany gładkiej. W przepływie turbulentnym współczynnik ten zależy również od chropowatości ściany

Miarą chropowatości powierzchni jest średnia wysokość chropowatości k_s

Z punktu widzenia oporu tarcia istotna jest relacja średniej wysokości chropowatości do grubości podwarstwy lepkiej w turbulentnej warstwie przyściennej. Jeżeli chropowatość mieści się w tej podwarstwie, to chropowatość nie wywołuje zmiany profilu prędkości w warstwie i nie wpływa na opór tarcia - powierzchnię nazywamy hydrodynamicznie gładką. Natomiast jeżeli wysokość chropowatości wykracza poza tę podwarstwę, to jej obecność zmienia profil prędkości w warstwie i wpływa na wzrost oporu tarcia.





Wykres pokazuje zależność współczynnika oporu tarcia od odwrotności chropowatości względnej (czyli odniesionej do charakterystycznego wymiaru liniowego L). Naniesiono również liczby Reynoldsa oparte na wysokości chropowatości.

Istnieją zależności empiryczne pozwalające wyznaczyć współczynnik oporu tarcia na powierzchni chropowatej w turbulentnej warstwie przyściennej, np.:

$$C_{fchrop} = \left(1,89 + 1,62 \log \frac{l}{k_s} \right)^{-2,5} \quad \text{przy} \quad 10^2 < \frac{l}{k_s} < 10^6$$

Przykład 1

Cienką płytę o wymiarach 1,0*1,0 [m] umieszczono pod zerowym kątem natarcia w przepływie wody o prędkości 10 [m/s]. Wyznaczyć wielkość oporu tarcia w dwóch przypadkach: a) dla płyty gładkiej, b) dla płyty o chropowatości względnej 0,0001.

Dane: współczynnik lepkości kinematycznej $\nu=0,000001 \left[\frac{m^2}{s} \right]$
gęstość wody $\rho=1000,0 \left[\frac{kg}{m^3} \right]$

Przypadek a

$$Re = \frac{uL}{\nu} = \frac{10,0 \cdot 1,0}{0,000001} = 10000000$$

Wysoka wartość liczby Reynoldsa wymaga wykorzystania bardziej złożonego wzoru

$$C_{fturb} = \frac{0,455}{(\log Re)^{2,58}} - \frac{A}{Re} = \frac{0,455}{(\log 10^7)^{2,58}} - \frac{1050}{10^7} = 0,00263$$

$$R_{fturb} = C_{fturb} \frac{1}{2} \rho u^2 S = 0,00264 \cdot 0,5 \cdot 1000,0 \cdot 10,0^2 \cdot 2,0 = 264[N]$$

Przypadek b

$$C_{fchrop} = (1,89 + 1,62 \log 10000)^{-2,5} = 0,00494$$

$$R_{fchrop} = C_{fchrop} \frac{1}{2} \rho u^2 S = 0,00494 \cdot 0,5 \cdot 1000,0 \cdot 10,0^2 \cdot 2,0 = 494[N]$$

Wniosek: chropowatość powierzchni ma poważny wpływ na wielkość oporu tarcia w turbulentnej warstwie przyściennej i może doprowadzić nawet do podwojenia oporu w stosunku do powierzchni gładkiej.

Przykład 2

Na płycie o długości $L=1$ [m] w przepływie przy $Re=100000$ występuje alternatywnie laminarna i turbulenta warstwa przyścienna. Jakie są grubości obu typów warstwy na końcu płyty?

Warstwa laminarna:
$$\delta_{lam} = \frac{5L}{\sqrt{Re}} = \frac{5 \cdot 1}{\sqrt{100000}} = 0,0158[m]$$

Warstwa turbulenta:
$$\delta_{turb} = \frac{0,37L}{\sqrt[5]{Re}} = \frac{0,37 \cdot 1}{\sqrt[5]{10^5}} = 0,037[m]$$

Wniosek: przy porównywalnych warunkach przepływu turbulenta warstwa przyścienna jest ponad dwukrotnie grubsza od warstwy laminarnej. Jest to konsekwencją bardziej intensywnej wymiany pędu i energii płynu w warstwie turbulentej.

Temperaturowa warstwa przyścienna

W niektórych problemach (np. w wymiennikach ciepła) istotne jest wyznaczenie rozkładu temperatury w warstwie przyściennej. Przy założeniu, że przepływ jest stacjonarny i liczba Reynoldsa jest większa od 1000, można wyprowadzić zależność:

$$\theta = \frac{T_w - T(y)}{T_w - T_\infty} = \frac{u(y)}{u_\infty} \quad \text{przy} \quad \text{Pr} = \frac{c\mu}{\lambda} = 1,0 \quad (\text{liczba Prandtla})$$

gdzie:

- θ – bezwymiarowa temperatura
- T_w - temperatura na ścianie
- T_∞ - temperatura daleko od ściany

Jeżeli w przepływie stacjonarnym liczba Prandtla jest równa 1, to profil bezwymiarowej temperatury θ w warstwie przyściennej jest identyczny z profilem bezwymiarowej prędkości. Przy $\text{Pr} > 1$ gradient temperatury w wewnętrznym obszarze warstwy jest większy od gradientu prędkości, a przy $\text{Pr} < 1$ – mniejszy.