

Studia magisterskie ENERGETYKA

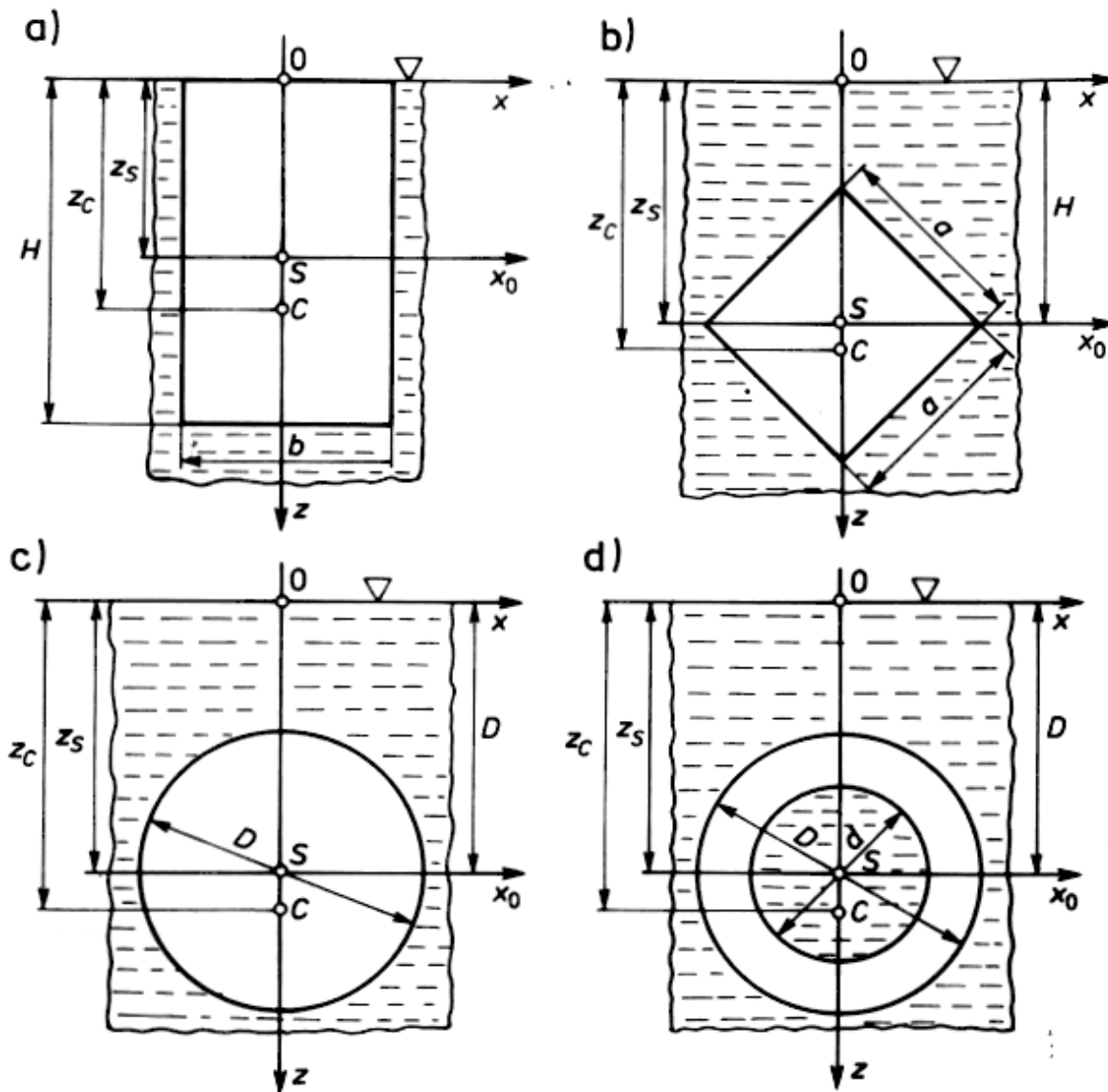
Jan A. Szantyr

Wybrane zagadnienia z mechaniki płynów

Ćwiczenia 1

**Wyznaczanie sił hydrostatycznych na ścianach
zbiorników**

Przykład 1: wyznaczyć napór hydrostatyczny oraz określić położenie środka naporu C dla ścian pionowych pokazanych na rysunku.



Rozwiązanie dla ściany a

Zanurzenie środka geometrycznego ściany: $z_S = \frac{H}{2}$

Pole powierzchni ściany: $S = bH$

Moment bezwładności ściany
względem osi przechodzącej przez
jej środek geometryczny: $I_{x_0} = \frac{bH^3}{12}$

Moment bezwładności ściany
względem osi x (tw. Steinera): $I_x = I_{x_0} + z_S^2 S = \frac{bH^3}{12} + \frac{H^2}{4} bH$

Położenie środka naporu: $z_C = \frac{I_x}{z_S S} = \frac{H}{2} + \frac{H}{6} = \frac{2}{3} H$

Moduł siły naporu hydrostatycznego: $P = \rho g z_S S = \rho g \frac{H}{2} bH = \frac{\rho g b H^2}{2}$

Rozwiązanie dla ściany b

Zanurzenie środka geometrycznego ściany: $z_S = H$

Pole powierzchni ściany: $S = a^2$

Moment bezwładności ściany
względem osi przechodzącej przez
jej środek geometryczny: $I_{x0} = \frac{a^4}{12}$

Moment bezwładności ściany
względem osi x (tw. Steinera): $I_x = I_{x0} + z_S^2 S = \frac{a^4}{12} + H^2 a^2$

Położenie środka naporu: $z_C = \frac{I_x}{z_S S} = H + \frac{a^4}{12a^2 H} = H + \frac{a^2}{12H}$

Moduł siły naporu hydrostatycznego: $P = \rho g z_S S = \rho g H a^2$

Rozwiązanie dla ściany c

Zanurzenie środka geometrycznego ściany: $z_S = D$

Pole powierzchni ściany: $S = \frac{\pi D^2}{4}$

Moment bezwładności ściany
względem osi przechodzącej przez
jej środek geometryczny: $I_{x_0} = \frac{\pi D^4}{64}$

Moment bezwładności ściany
względem osi x (tw. Steinera): $I_x = I_{x_0} + z_S^2 S = \frac{\pi D^4}{64} + D^2 \frac{\pi D^2}{4}$

Położenie środka naporu: $z_C = \frac{I_x}{z_S S} = D + \frac{D}{16} = \frac{17}{16} D$

Moduł siły naporu hydrostatycznego: $P = \rho g z_S S = \rho g D \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \rho g D^3}{4}$

Rozwiązanie dla ściany d

Zanurzenie środka geometrycznego ściany: $z_S = D$

Pole powierzchni ściany: $S = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}$

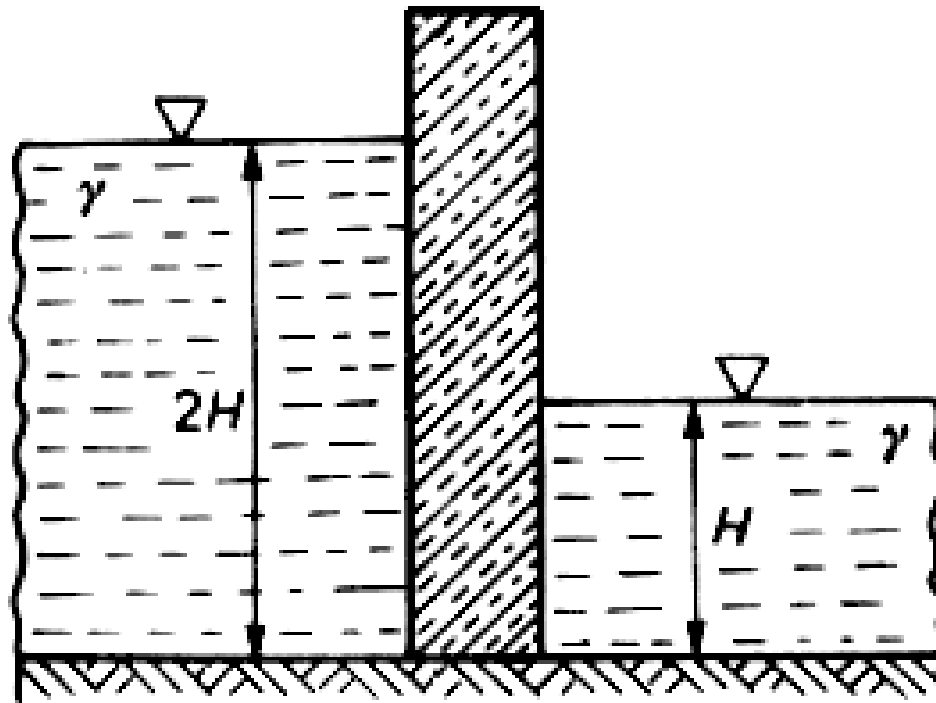
Moment bezwładności ściany
względem osi przechodzącej przez
jej środek geometryczny: $I_{x0} = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64}$

Moment
bezwładności ściany $I_x = I_{x0} + z_S^2 S = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} + \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} D^2$
względem osi x :

Położenie środka naporu: $z_C = \frac{I_x}{z_S S} = D + \frac{D^2 + d^2}{16D}$

Moduł siły naporu hydrostatycznego: $P = \rho g z_S S = \rho g \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} D$

Przykład 2: Wyznaczyć moment względem podstawy działający na pionową ścianę jazu o szerokości L , dzielącą kanał o przekroju prostokątnym. Po lewej stronie zwierciadło ciecchy znajduje się na wysokości $2H$, a po prawej – na wysokości H .



Rozwiązanie

Siły naporu po lewej i prawej stronie wynoszą odpowiednio:

$$P_L = \rho g A_L z_{SL}$$

$$P_P = \rho g A_P z_{SP}$$

Przyjmując szerokość L oraz wiedząc, że:

$$z_{SL} = H$$

$$z_{SP} = \frac{H}{2}$$

Otrzymujemy:

$$P_L = 2\rho g L H^2$$

$$P_P = \frac{1}{2} \rho g L H^2$$

Punkty przyłożenia sił naporu można wyznaczyć w oparciu o poprzedni przykład (a) dla ściany prostokątnej:

$$z_{CL} = \frac{4}{3} H$$

$$z_{CP} = \frac{2}{3} H$$

Moment działający na ścianę jazu wynosi: $M = P_L z_L - P_P z_P$

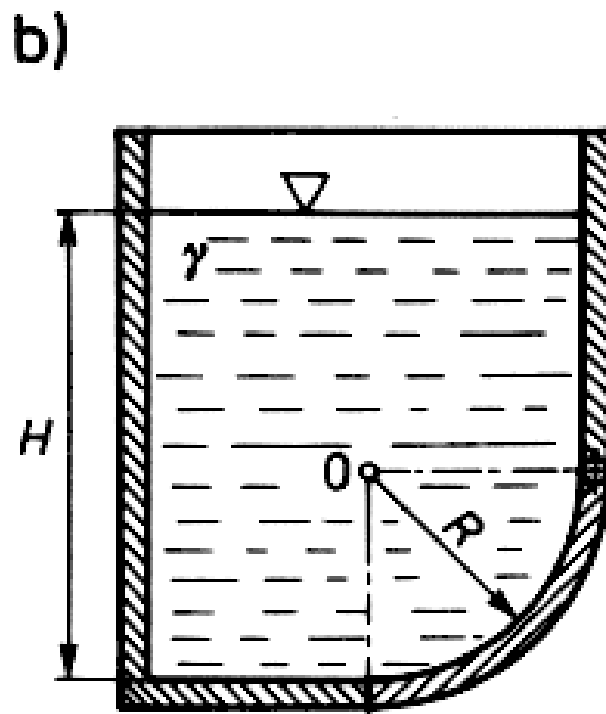
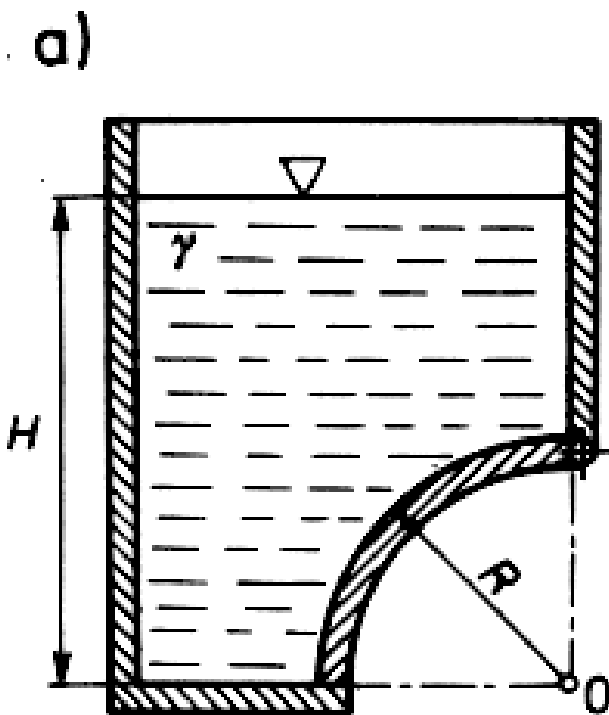
Gdzie:
$$z_L = 2H - z_{CL} = 2H - \frac{4}{3}H = \frac{2}{3}H$$

$$z_P = H - z_{CP} = H - \frac{2}{3}H = \frac{1}{3}H$$

Po podstawieniu otrzymujemy ostatecznie:

$$M = 2\rho g L H^2 \cdot \frac{2}{3}H - \frac{1}{2}\rho g L H^2 \cdot \frac{1}{3}H = \frac{7}{6}\rho g L H^3$$

Przykład 3: Zbiornik wodny zamknięto klapą obrotową w kształcie ćwiartki walca o promieniu R i długości L . Wyznaczyć wielkość naporu hydrostatycznego wywieranego na klapę dla dwóch przypadków a) i b). Przyjąć gęstość wody równą ρ .



Rozwiązanie

Składowe poziome naporu są w obu przypadkach równe i wynoszą:

$$P_{Xa} = P_{Xb} = \rho g R L \left(H - \frac{R}{2} \right)$$

Składowe pionowe wynoszą odpowiednio:

$$P_{Za} = \rho g H R L - \rho g L \frac{\pi R^2}{4} = \rho g L R \left(H - \frac{\pi R}{4} \right)$$

$$P_{Zb} = \rho g H R L - \left(\rho g L R^2 - \rho g L \frac{\pi R^2}{4} \right) = \rho g R L \left(H - R + \frac{\pi R}{4} \right)$$

Napory wypadkowe wynoszą odpowiednio:

$$P_a = \sqrt{P_{Xa}^2 + P_{Za}^2} \qquad P_b = \sqrt{P_{Xb}^2 + P_{Zb}^2}$$

Tworzą one z poziomem kąt: $\alpha = \operatorname{arctg} \frac{P_Z}{P_X}$