Studia magisterskie ENERGETYKA

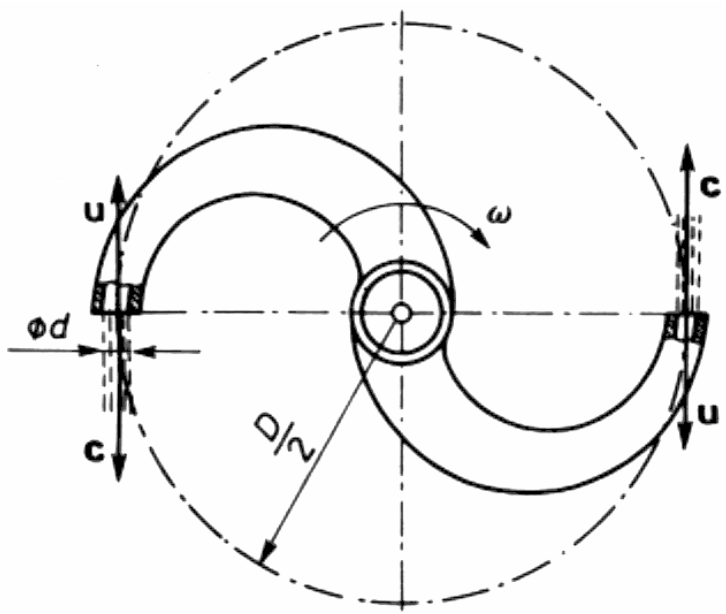
Jan A. Szantyr

Wybrane zagadnienia z mechaniki płynów

Ćwiczenia 3

Wyznaczanie reakcji hydrodynamicznych II

Przykład 1



Do koła Segnera o średnicy D doprowadzona jest woda, której natężenie przepływu wynosi Q. Pomijając opory tarcia oraz straty przepływu wyznaczyć prędkość kątową wirowania ω. Przyjąć średnicę dysz wylotowych równą d. Założyć, że wypadkowy moment na kole jest równy zero.

Koło Segnera obraca się w kierunku przeciwnym do wypływu wody, wobec czego absolutna prędkość wypływu c wynosi:

$$c = w - u$$

Gdzie: $u = \omega \cdot \frac{D}{2}$ $\quad$ $w = \frac{0{,}5 \cdot Q \cdot 4}{\pi \cdot d^2} = \frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot d^2}$

Moment reakcji hydrodynamicznej z zasady krętu wynosi:

$$M = \rho \cdot Q \cdot \frac{D}{2} \cdot c = \rho \cdot Q \cdot \frac{D}{2} \cdot \left(w - u\right)$$

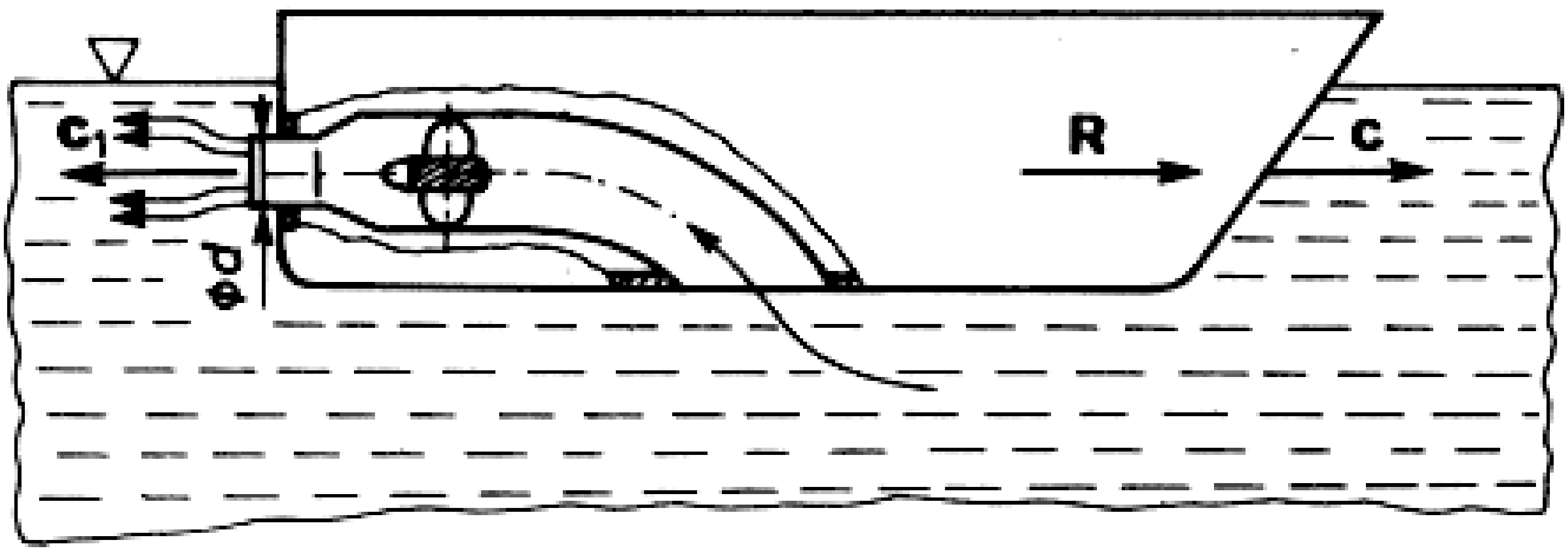
Ponieważ pomijamy opory tarcia musi być M=0, co daje:

$$w - u = 0 \rightarrow w = u$$

Po podstawieniu do powyższego zależności na prędkości w i u otrzymujemy:

$$\frac{2 \cdot Q}{\pi \cdot d^2} = \omega \cdot \frac{D}{2} \rightarrow \omega = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2 \cdot D}$$

Przykład 2



Napęd ścigacza stanowią dwa pędniki strumieniowe o sprawności η=0,82. Ich średnice wylotowe wynoszą d=0,5 [m]. Obliczyć siłę R działającą na ścigacz oraz całkowitą moc N pobierana przez silniki przy prędkości c=54 [km/godz.] i całkowitym natężeniu przepływu przez pędniki Q=8 [m**3/s]. Pominąć wszelkie straty.

Prędkość wypływu wody z każdego pędnika wynosi:

$$c_1 = \frac{4 \cdot \frac{Q}{2}}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot \frac{8}{2}}{3{,}14 \cdot (0{,}5)^2} = 20{,}4[m/s]$$

Całkowita siła działająca na ścigacz:

$$R = 2 \cdot \rho \cdot \frac{Q}{2}(c_1 - c) = 2 \cdot 1000 \cdot \frac{8}{2} \cdot \left(20{,}4 - \frac{54000}{3600}\right) = 43200[N]$$

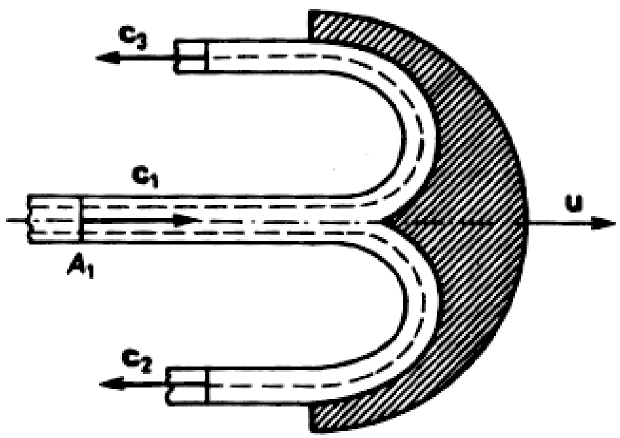
Wysokość ciśnienia wytworzona przez jeden pędnik:

$$H = \frac{c_1^2 - c^2}{2 \cdot g} = \frac{(20{,}4)^2 - \left(\frac{54000}{3600}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81} = 9{,}74[m]$$

Całkowita moc pobierana przez oba pędniki:

$$N = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{1000 \cdot \eta} = \frac{1000 \cdot 9{,}81 \cdot 8 \cdot 9{,}74}{1000 \cdot 0{,}82} = 932[kW]$$

Przykład 3



W łopatkę turbiny Peltona obracającą się ze stałą prędkością obwodową u uderza strumień wody o przekroju A_1 i gęstości ρ. Prędkość strumienia wynosi c_1 pomijając siły tarcia i ciężkości wyznaczyć reakcję hydrodynamiczną.

Strumienie masowe i prędkości (w układzie ruchomym) wynoszą:

$$c_1' = c_1 - u \qquad c_2' = c_2 + u \qquad c_3' = c_3 + u$$

$$\dot{m}_1' = \rho \cdot c_1' \cdot A_1 \qquad \dot{m}_2' = \rho \cdot c_2' \cdot A_2 \qquad \dot{m}_3' = \rho \cdot c_3' \cdot A_3$$

Zgodnie z zasadą zachowania pędu reakcja wynosi:

$$\vec{R} = \dot{m}_1' \cdot \vec{c}_1' - \dot{m}_2' \cdot \vec{c}_2' - \dot{m}_3' \cdot \vec{c}_3'$$

lub skalarnie:

$$R = \dot{m}_1' \cdot c_1' - \left(-\dot{m}_2' \cdot c_2' - \dot{m}_3' \cdot c_3'\right)$$

Przy założeniu równości ciśnień $p_1 = p_2 = p_3 = p_b$ z równania Bernoulliego wynika równość prędkości: $c_1' = c_2' = c_3'$

czyli: $R = c_1' \cdot \left(\dot{m}_1' + \dot{m}_2' + \dot{m}_3' \cdot \right)$

z równania zachowania masy: $\dot{m}_2' + \dot{m}_3' = \dot{m}_1'$

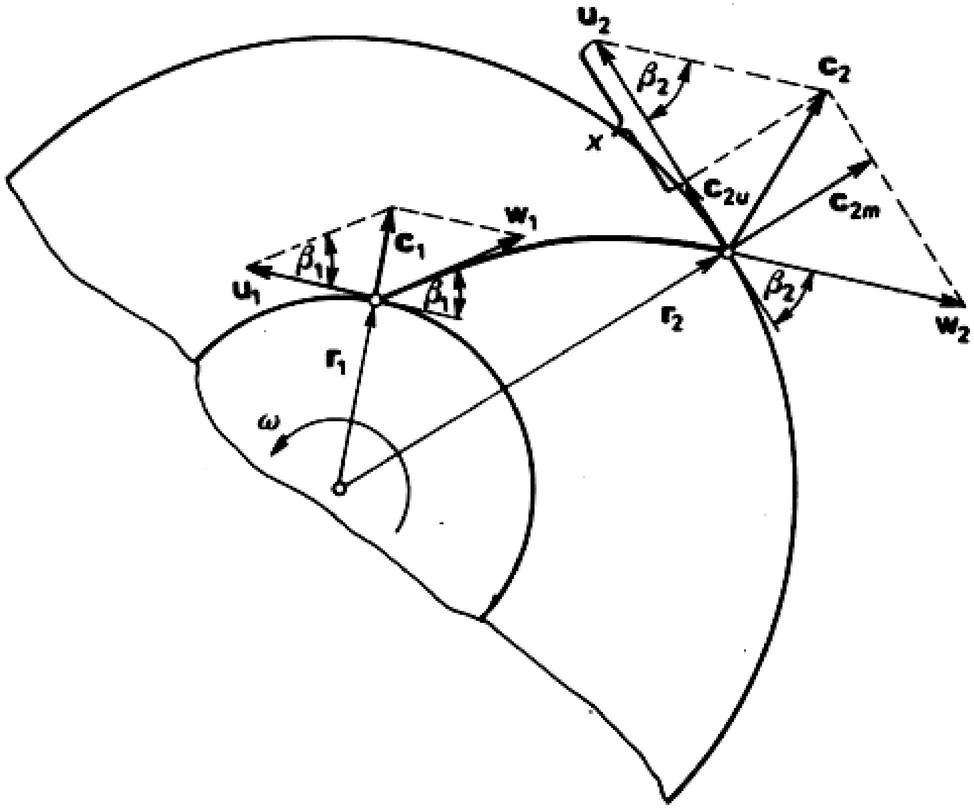
co prowadzi do: $R = 2 \cdot \dot{m}_1' \cdot c_1'$

ponieważ: $c_1' = c_1 - u$ $\dot{m}_1' = \rho \cdot c_1' \cdot A_1 = \rho \cdot A_1 \cdot \left(c_1 - u \right)$

ostatecznie:

$$R = 2 \cdot \rho \cdot A_1 \cdot \left(c_1 - u \right)^2$$

Przykład 4



Wirnik promieniowej maszyny przepływowej o wymiarach:

$$r_1, \beta_1, r_2, \beta_2$$

i szerokości *b* wykonuje *n* obrotów na sekundę. Zakładając model cieczy idealnej i przepływu bez zawirowań wyznaczyć:

- prędkość cieczy dopływającej c_1
- objętościowe natężenie przepływu *Q*
- składową obwodową i promieniową prędkości wypływu
- moment obrotowy *M*
- moc teoretyczną *N*

Wobec braku zawirowań na wlocie jest: $c_1 = c_{1m}$

Ponadto mamy: $u_1 = \omega \cdot r_1 = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot r_1$ $\quad u_2 = \omega \cdot r_2 = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot r_2$

Z trójkąta prędkości na wlocie: $c_1 = c_{1m} = u_1 \cdot tg\beta_1 = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot r_1 \cdot tg\beta_1$

Z równania zachowania masy: $Q = c_1 \cdot A_1$

Ponieważ: $A_1 = 2 \cdot \pi \cdot b \cdot r_1$ więc: $Q = 4 \cdot \pi^2 \cdot r_1^2 \cdot b \cdot n \cdot tg\beta_1$

Z równania zachowania masy: $Q = c_{1m} \cdot A_1 = c_{2m} \cdot A_2$

Czyli: $c_{2m} = c_{1m} \dfrac{A_1}{A_2}$

$$A_1 = 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot b$$

Ponieważ mamy: $c_{1m} = c_1 = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot r_1 \cdot tg\beta_1$

$$A_2 = 2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot b$$

Otrzymujemy: $$c_{2m} = \frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot r_1^2 tg\beta_1}{r_2}$$

Z trójkąta prędkości na wylocie wynika: $$c_{2m} = \left(u_2 - c_{2u}\right) \cdot tg\beta_2 \rightarrow c_{2u} = u_2 - \frac{c_{2m}}{tg\beta_2}$$

Po podstawieniu uprzednio wyznaczonych wielkości:

$$c_{2u} = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot r_2 \cdot \left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot \frac{tg\beta_1}{tg\beta_2}\right)$$

Moment obrotowy na wale: $$M = \rho \cdot Q \cdot r_2 \cdot c_{2u}$$

Po podstawieniu: $$M = 8 \cdot \rho \cdot \pi^3 \cdot r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot b \cdot n^2 \cdot tg\beta_1 \cdot \left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot \frac{tg\beta_1}{tg\beta_2}\right)$$

Moc teoretyczna: $$N = M \cdot \omega = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot M$$

Po podstawieniu:

$$N = 16 \cdot \pi^4 \cdot n^3 \cdot \rho \cdot b \cdot r_1^2 \cdot r_2^2 \cdot tg\beta_1 \cdot \left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2} \cdot \frac{tg\beta_1}{tg\beta_2}\right)$$