Studia magisterskie ENERGETYKA

Jan A. Szantyr

Wybrane zagadnienia z mechaniki płynów

Ćwiczenia 7

Wyznaczanie prostych przepływów gazu

Przykład 1

Samolot leci na małej wysokości, gdzie temperatura powietrza wynosi $T_1 = 285[K]$ a następnie przechodzi w stratosferę, gdzie temperatura powietrza wynosi $T_2 = 218[K]$. Wyznaczyć procentową zmianę liczby Macha, jeżeli w obu przypadkach samolot leci z prędkością c=1500[km/godz.].

Prędkość dźwięku na małej wysokości wynosi:

$$a_1 = \sqrt{k \cdot R \cdot T_1} \approx 20{,}1 \cdot \sqrt{T_1} = 20{,}1 \cdot \sqrt{285} = 339{,}3[m/s]$$

przyjmując dla powietrza k=1,4 $R = 287\left[\frac{m^2}{K \cdot s^2}\right]$

Prędkość dźwięku w stratosferze wynosi:

$$a_2 = \sqrt{k \cdot R \cdot T_2} = 20{,}1 \cdot \sqrt{T_2} = 20{,}1 \cdot \sqrt{218} = 296{,}8[m/s]$$

Prędkość lotu samolotu: $c = 1500\left[km/godz.\right] = 416{,}7\left[m/s\right]$

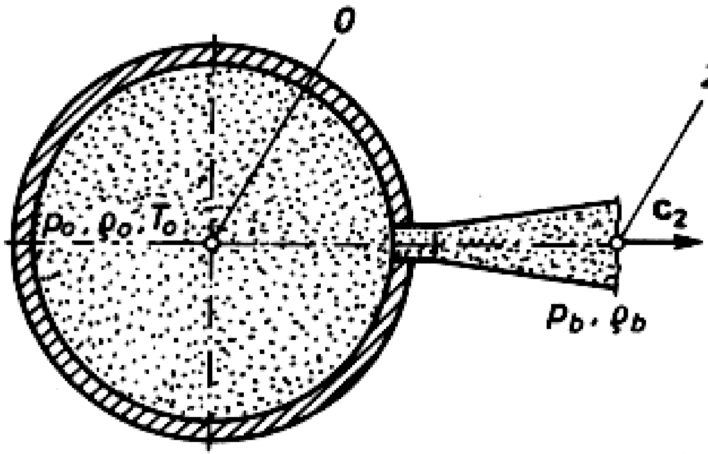
Wobec czego liczby Macha wynoszą:

$$M_1 = \frac{c}{a_1} = \frac{416{,}7}{339{,}3} = 1{,}23 \qquad M_2 = \frac{c}{a_2} = \frac{416{,}7}{296{,}8} = 1{,}40$$

Czyli procentowa zmian liczby Macha wynosi:

$$\frac{M_2 - M_1}{M_1} \cdot 100 = 13{,}8$$

Przykład 2



W butli gazowe znajduje się powietrze o temperaturze $T_0 = 288[K]$ pod ciśnieniem absolutnym $p_0 = 25[MPa]$. Jaką temperaturę osiągnie powietrze wypływając z butli do atmosfery przez dyszę de Lavala, jeżeli ciśnienie barometryczne wynosi $p_2 = p_b = 0{,}1[MPa]$ Przyjąć izentropowy przepływ gazu.

Równanie bilansu energii dla przekrojów 0 i 2:

$$\frac{c_0^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_0}{\rho_0} = \frac{c_2^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_b}{\rho_b}$$

Ponieważ mamy: $c_0 = 0$

$$\frac{\rho_0}{\rho_b} = \left(\frac{p_0}{p_b}\right)^{\frac{1}{k}}$$

Otrzymujemy: $c_2 = \sqrt{2\frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_0}{\rho_0}\left[1 - \left(\frac{p_b}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]}$

Podstawiając z równania stanu: $\frac{p_0}{\rho_0} = R \cdot T_0$ otrzymujemy:

$$c_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot R \cdot T_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_b}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} = \sqrt{2 \cdot \frac{1,4}{1,4-1} \cdot 287 \cdot 288 \cdot \left[1 - \left(\frac{0,1}{25}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}}\right]} = 677 [m/s]$$

Z równania: $\frac{c_2^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot R \cdot T_2 = \frac{k}{k-1} \cdot R \cdot T_0$ można wyznaczyć:

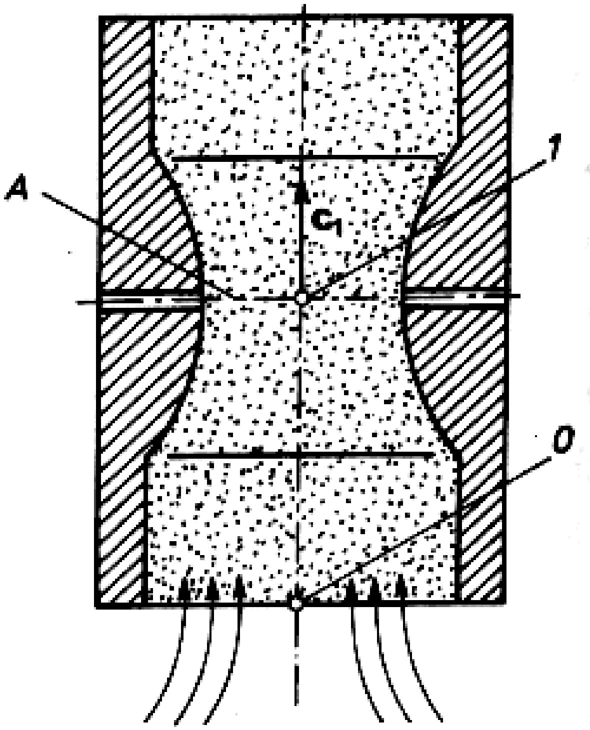
$$T_2 = T_0 - \frac{c_2^2 \cdot (k-1)}{2 \cdot k \cdot R} = 288 - \frac{677^2 \cdot (1,4-1)}{2 \cdot 1,4 \cdot 287} = 60 [K]$$

Uwagi: równanie stanu $p = \rho \cdot R \cdot T$ gdzie: $R = \frac{\Lambda}{m} = c_p - c_v$

Dla powietrza mamy: $R = \frac{\Lambda}{m} = \frac{8314}{28,97} = 287 \left[\frac{m^2}{s^2 \cdot K}\right]$

$c_p = 1005$ $c_v = 718$

$$k = \frac{c_p}{c_v} = 1,4$$



Przykład 3

W gardzieli gaźnika o przekroju $A = 5\left[cm^2\right]$ panuje podciśnienie p=14[kPa]. Obliczyć masowe natężenie dopływu powietrza do gaźnika, jeżeli temperatura otoczenia $T_0 = 290\left[K\right]$ a ciśnienie barometryczne $p_b = 98\left[kPa\right]$

Równanie energii dla przekrojów 1 i 0:

$$\frac{c_1^2}{2} + \frac{k}{k-1}\cdot R\cdot T_1 = \frac{k}{k-1}\cdot R\cdot T_0$$

Co prowadzi do:

$$c_1^2 = 2\cdot\frac{k}{k-1}\cdot R\cdot\left(T_0 - T_1\right) = 2\cdot\frac{k}{k-1}\cdot R\cdot T_0\cdot\left(1-\frac{T_1}{T_0}\right)$$

Z równania stanu i równania adiabaty Poissona mamy: $\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}$

Co prowadzi do:

$$c_1 = \sqrt{2 \cdot \frac{k}{k-1} \cdot R \cdot T_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} = \sqrt{2 \cdot \frac{1,4}{1,4-1} \cdot 287 \cdot 290 \cdot \left[1 - \left(\frac{84}{98}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}}\right]} = 158 [m/s]$$

Ze wzoru: $\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}$ oraz z równania stanu otrzymujemy:

$$\rho_1 = \frac{p_0}{R \cdot T_0} \cdot \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1}{k}} = \frac{98000}{287 \cdot 290} \cdot \left(\frac{84}{98}\right)^{\frac{1}{1,4}} = 1,055 [kg/m^3]$$

Teraz masowe natężenie przepływu przez gaźnik można określić jako:

$$\dot{m} = \rho_1 \cdot c_1 \cdot A = 1,055 \cdot 158 \cdot 0,0005 = 0,083 [kg/s]$$

Przykład 4

W zbiorniku ciśnieniowym znajduje się powietrze o temperaturze $T_0 = 293[K]$

a) Jaką maksymalną prędkość może osiągnąć strumień powietrza wypływającego ze zbiornika?

Z równania bilansu energii: $\frac{c_0^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_0}{\rho_0} = \frac{c_w^2}{2} + \frac{k}{k-1} \cdot \frac{p_w}{\rho_w}$

wynika, że prędkość maksymalną wypływające powietrze osiągnie, gdy ciśnienie otoczenia będzie równe zero. Ponieważ prędkość powietrza w zbiorniku wynosi zero, więc otrzymujemy:

$$c_{w\max} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} \cdot \left(\frac{p_0}{\rho_0}\right)}$$

Prędkość dźwięku w zbiorniku wynosi: $a_0 = \sqrt{k \cdot \frac{p_0}{\rho_0}}$

co prowadzi do: $c_{w\max} = a_0 \cdot \sqrt{\frac{2}{k-1}} = a_0 \cdot \sqrt{5}$ przy k=1,4 dla powietrza

Prędkość dźwięku można wyznaczyć z równania stanu:

$$a_0 = \sqrt{k \cdot R \cdot T_0} = 20{,}1 \cdot \sqrt{T_0} = 20{,}1 \cdot \sqrt{293} = 344[m/s]$$

przy R dla powietrza: $R = 287\left[\frac{m^2}{K \cdot s^2}\right]$

stąd:

$$c_{w\max} = 344 \cdot \sqrt{5} = 769[m/s]$$

b) Określić liczbę Macha odpowiadającą maksymalnej prędkości wypływu powietrza.

Odpowiedź; przy ciśnieniu dążącym do zera prędkość dźwięku też dąży do zera, wobec czego liczba Macha będzie dążyła do nieskończoności

c) Jaką gęstość i ciśnienie powinno mieć otaczające powietrze aby istniała możliwość osiągnięcia prędkości maksymalnej?

Odpowiedź: możliwość osiągnięcia prędkości maksymalnej istnieje tylko wtedy gdy gęstość i ciśnienie otaczającego medium są równe zero, czyli strumień powietrza wpływa do próżni absolutnej