



Metody numeryczne – I stopień

Krzysztof Tesch

WIMiO

Politechnika Gdańska

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Wstęp

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

- Przykłady zastosowań
- Najszybsze komputery
- Top 500

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Podstawowe równania

Spis zagadnień

Wstęp

**Podstawowe
równania**

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Równanie zachowania masy

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (1)$$

Podane przez Eulera w 1755 roku.

Niewiadome ρ, u_x, u_y, u_z .

Jeżeli $\rho = \text{const}$, to

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2)$$

Podane przez Eulera w 1752.

Niewiadome u_x, u_y, u_z .

[Spis zagadnień](#)

[Wstęp](#)

[Podstawowe
równania](#)

[Warunki brzegowe i
początkowe](#)

[Liczby kryterialne](#)

[Podstawy
modelowania
turbulencji](#)

[Przepływy
wieloskładnikowe](#)

[Metoda VoF](#)

[Płyny
nienewtonowskie](#)

[CFD](#)

[Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne](#)

Równanie zachowania pędu

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \rho \mathbf{f} + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (3)$$

Podane przez Cauchy'ego.

Trzy równania skalarne, które odpowiadają drugiej zasadzie dynamiki Newtona 1686

$$m \mathbf{a} = \sum_i \mathbf{F}_i \quad (4)$$

Niewiadome $\rho, u_x, u_y, u_z, \sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yx}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}, \sigma_{zy}, \sigma_{zz}$.

Zwykle $\mathbf{f} = \mathbf{g}$.

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Równanie zachowania momentu pędu

Z równanie tego wynika, że

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^T = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (5)$$

Pozwala to zredukować liczbą niewiadomych o trzy ρ ,
 $u_x, u_y, u_z, \sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}$.

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Równanie zachowania energii

Energia całkowita

$$e_c = \frac{u^2}{2} + e + \Pi + \frac{p}{\rho} \quad (6)$$

Równanie zachowania energii

$$\rho \frac{de_c}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (2\mu \mathbf{D}^D \cdot \mathbf{u}) + \lambda \nabla^2 T \quad (7)$$

Jeżeli przepływ jest stacjonarny, nielepki i nieprzewodzący ciepła, to $\frac{de_c}{dt} = 0$ lub otrzymujemy równanie Bernoulliego (1738)

$$\frac{u^2}{2} + e + \Pi + \frac{p}{\rho} = \text{const} \quad (8)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Równanie energii wewnętrznej

Między innymi z równania zachowania energii i równania zachowania pędu można otrzymać równanie energii wewnętrznej $de = c_v dT$

$$c_v \rho \frac{dT}{dt} = \phi_\mu + \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \lambda \nabla^2 T \quad (9)$$

$\phi_\mu = 2\mu \mathbf{D}^{D2} \geq 0$ jest funkcją dyssypacji. Powyższe równanie jest inną postacią pierwszej zasady termodynamiki dla ośrodków ciągłych. Współczynnik przewodnictwa cieplnego λ . Ciepło właściwe przy stałej objętości c_v . Niewiadome $\rho, u_x, u_y, u_z, \sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}, T$. Można dodać równanie stanu gazu $p = \rho RT$, gdzie R jest stałą gazową.

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Równania konstytutywne

Równanie konstytutywne są słuszne dla wybranych grup płynów. Zakłada się, że tensor naprężenia można zdekomponować na część odwracalną $-p\delta$ i nieodwracalną (lepką) τ w postaci $\sigma = -p\delta + \tau$. Dla płynów newtonowskich w klasycznej mechanice płynów równanie konstytutywne ma postać

$$\sigma = -p\delta + 2\mu\mathbf{D}^D \quad (10)$$

Tensor $\mathbf{D}$ jest tensorem prędkości deformacji, a μ jest współczynnikiem lepkości dynamicznej. Zamiast sześciu niewiadomych $\sigma_{xx}, \sigma_{xy}, \sigma_{xz}, \sigma_{yy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zz}$ mamy teraz tylko dwie p, μ . Często μ jest znane. Jeżeli $\mu = 0$, to $\sigma = -p\delta$ (płyn nielepki).

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Równania Naviera-Stokesa i Eulera

Jeżeli $\rho = \text{const}$, to równanie Naviera-Stokesa ma postać

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \nabla \cdot (2\mu \mathbf{D}) \quad (11)$$

Jeżeli ponadto $\mu = \text{const}$, to

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (12)$$

Równanie podane przez Naviera w 1827. Jest to równanie różniczkowe cząstkowe, nieliniowe, rzędu drugiego. Jeżeli $\mu = 0$, to otrzymujemy równanie Eulera (1755)

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \rho \mathbf{f} - \nabla p \quad (13)$$

Również jest to r.r.c.n., ale tym razem rzędu pierwszego.

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Domknięte układy równań

Dla płynu nieściśliwego $\rho = \text{const}$ i $\mu = \text{const}$ mamy równanie zachowania masy

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (14)$$

i równanie zachowania pędu (Naviera-Stokesa)

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \quad (15)$$

Daje to cztery równania skalarne i cztery niewiadome p, u_x, u_y, u_z .

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Domknięte układy równań

Dla płynu nieściśliwego $\rho = \text{const}$ i $\mu = f(T)$ mamy równanie zachowania masy

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (16)$$

równanie zachowania pędu (Naviera-Stokesa)

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \nabla \cdot (2\mu \mathbf{D}) \quad (17)$$

i równanie energii wewnętrznej

$$c_v \rho \frac{dT}{dt} = \phi_\mu + \lambda \nabla^2 T \quad (18)$$

Daje to pięć równań skalarnych i pięć niewiadomych T, p, u_x, u_y, u_z .

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Domknięte układy równań

Dla płynu ściśliwego $\rho = \text{var}$, $\mu = \text{const}$ i $c_v = \text{const}$ mamy równanie zachowania masy

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (19)$$

równanie zachowania pędu (Naviera-Stokesa)

$$\rho \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \mu \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (20)$$

równanie energii wewnętrznej

$$c_v \rho \frac{dT}{dt} = \phi_\mu + \frac{p}{\rho} \frac{d\rho}{dt} + \lambda \nabla^2 T \quad (21)$$

i równanie stanu $p = \rho R T$. Daje to sześć równań skalarnych i sześć niewiadomych ρ , T , p , u_x , u_y , u_z .

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Podział przepływów

- Nielepkie (równanie Eulera) $\mu = 0$
- Lepkie (równanie Naviera-Stokesa) $\mu \neq 0$
 - ◆ lamianarne
 - ◆ przejściowe
 - ◆ turbulentne (np. równanie Reynoldsa)

Każdy przepływ ponadto może być:

- ściśliwy $\rho = \text{var}$ lub nieściśliwy $\rho = \text{const}$
- wewnętrzny lub zewnętrzny
- jedno- lub wieloskładnikowy
- jedno- lub wielofazowy

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe i początkowe

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

**Warunki brzegowe i
początkowe**

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki na konturach opływanych

- Warunek nieprzenikalności $u_n = 0$ na brzegu dla przepływów lepkich i nielepkich
- Warunek adhezji $u_l = 0$ dla płynów lepkich (dodatkowy). Czyli $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ na brzegu
- Jeżeli mamy przepływ z wymianą ciepła, to możemy zadać jeden z warunków:
 - ◆ Dirichleta $T = f(x, y, z, t)$
 - ◆ Neumanna $-\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = f(x, y, z, t)$ lub $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$ (adiabatyczność)
 - ◆ mieszany $\alpha T - \lambda \frac{\partial T}{\partial n} = f(x, y, z, t)$ (Dirichlet + Neumann)

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Pozostałe warunki brzegowe

- Na wlocie podajemy rozkład prędkości $\mathbf{u} = \mathbf{f}(x, y, z, t)$ i temperatury $T = f(x, y, z, t)$ jeżeli mamy wymianę ciepła. Dla przepływów ściśliwych dodatkowo ciśnienie p lub gęstość ρ
- Na wylocie powinno się zadawać składowe normalną $(\hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \hat{\mathbf{n}}$ i styczną $(\hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\sigma}) \cdot \hat{\mathbf{l}}$ wektora naprężenia $\hat{\mathbf{n}} \cdot \boldsymbol{\sigma}$. Te informacje są na ogół niedostępne. Uproszczone warunki na wylocie mają postać: $p = f(x, y, z, t)$. Jeżeli jest wymiana ciepła, to na ogół zakłada się, że $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$
- warunek symetrii $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = 0$ dla wszystkich skalarów φ
- warunek periodyczności $\varphi_A(P) = \varphi_B(P')$ dla periodycznych powierzchni A i B

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

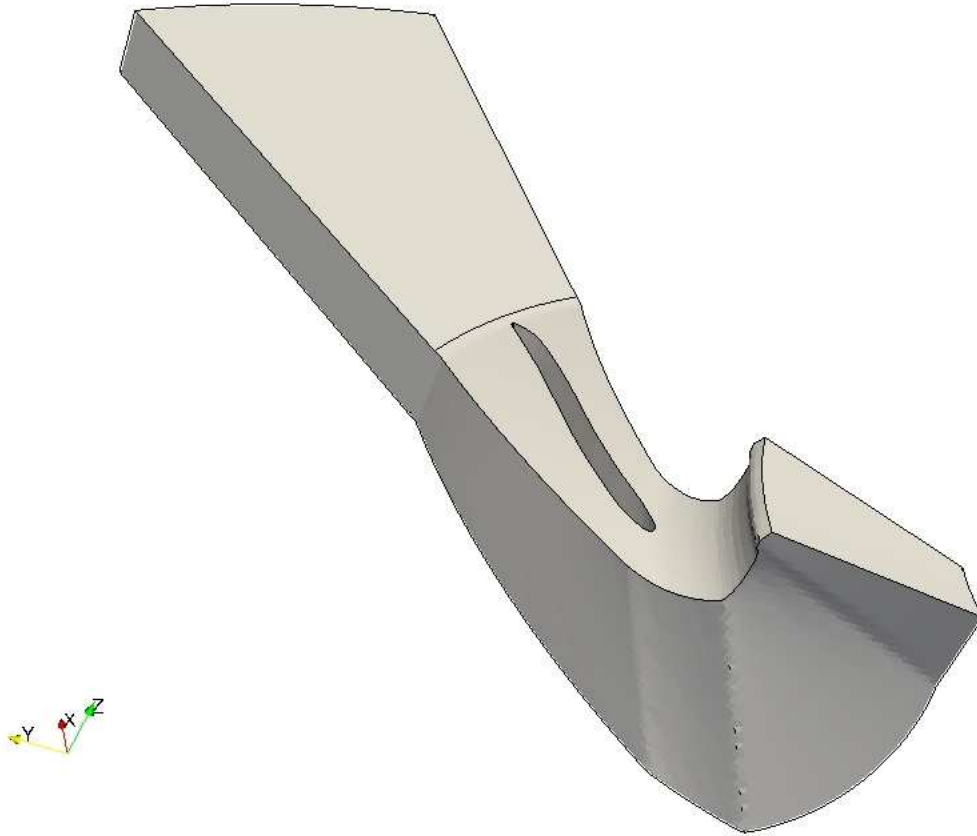
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe – przykład



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe – przykład



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

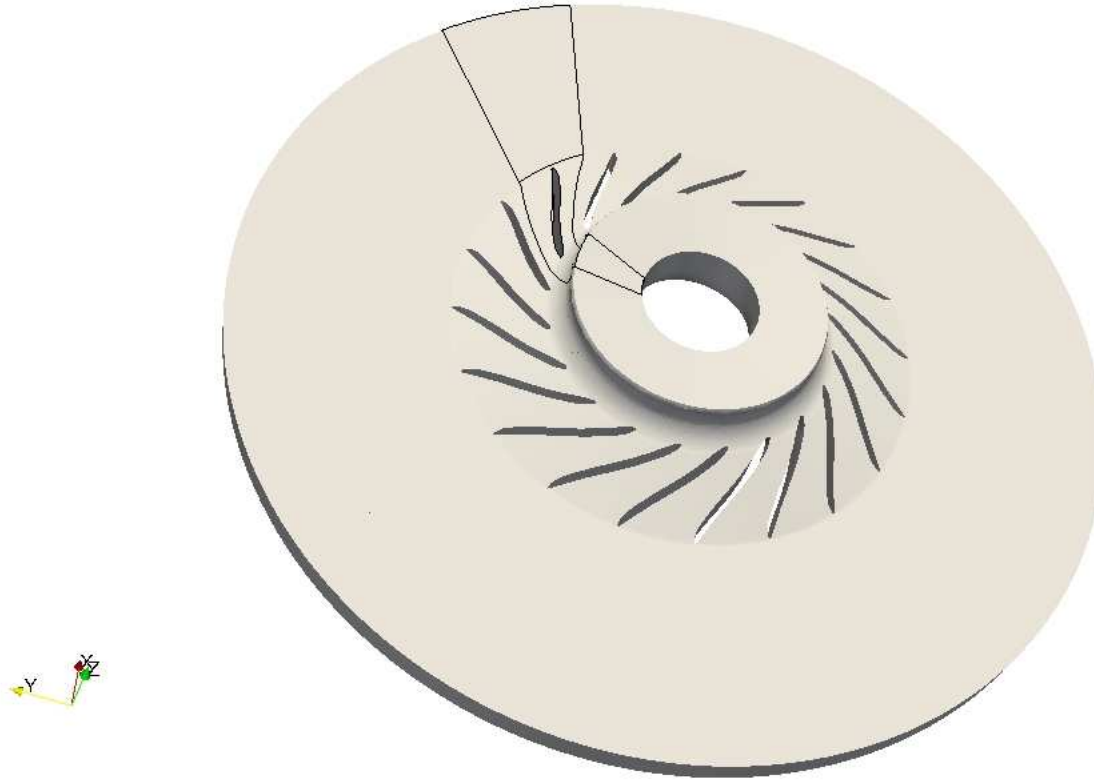
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe – przykład



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

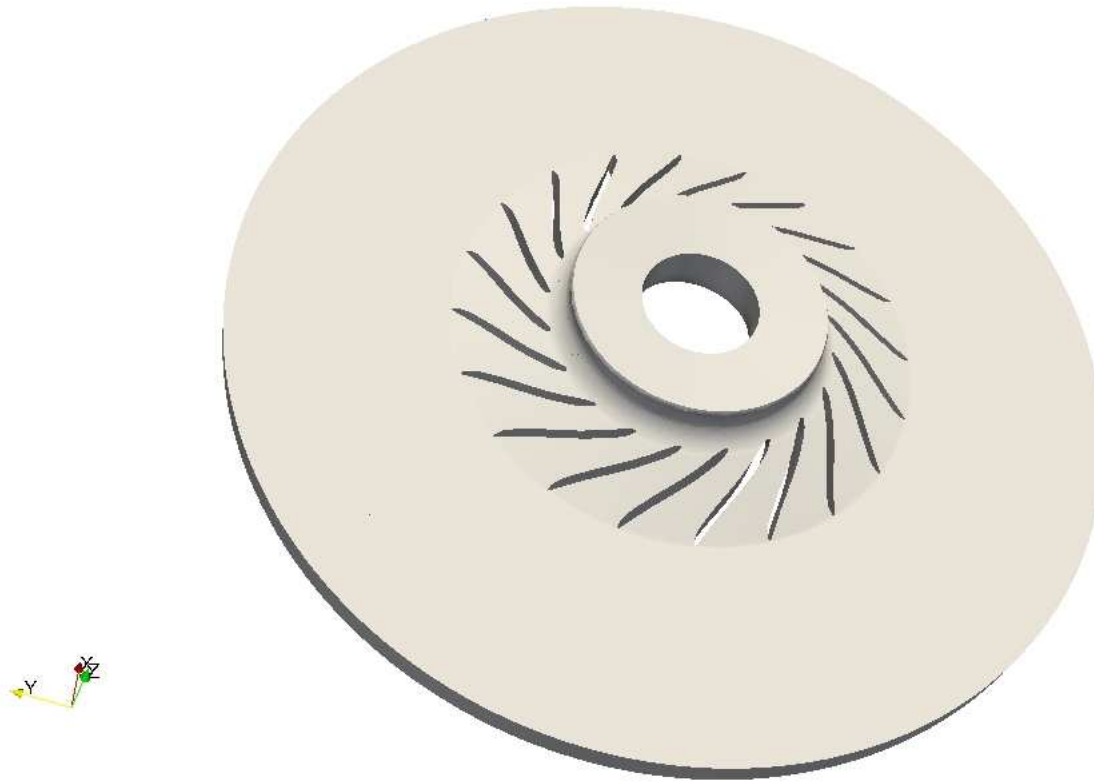
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe – przykład



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

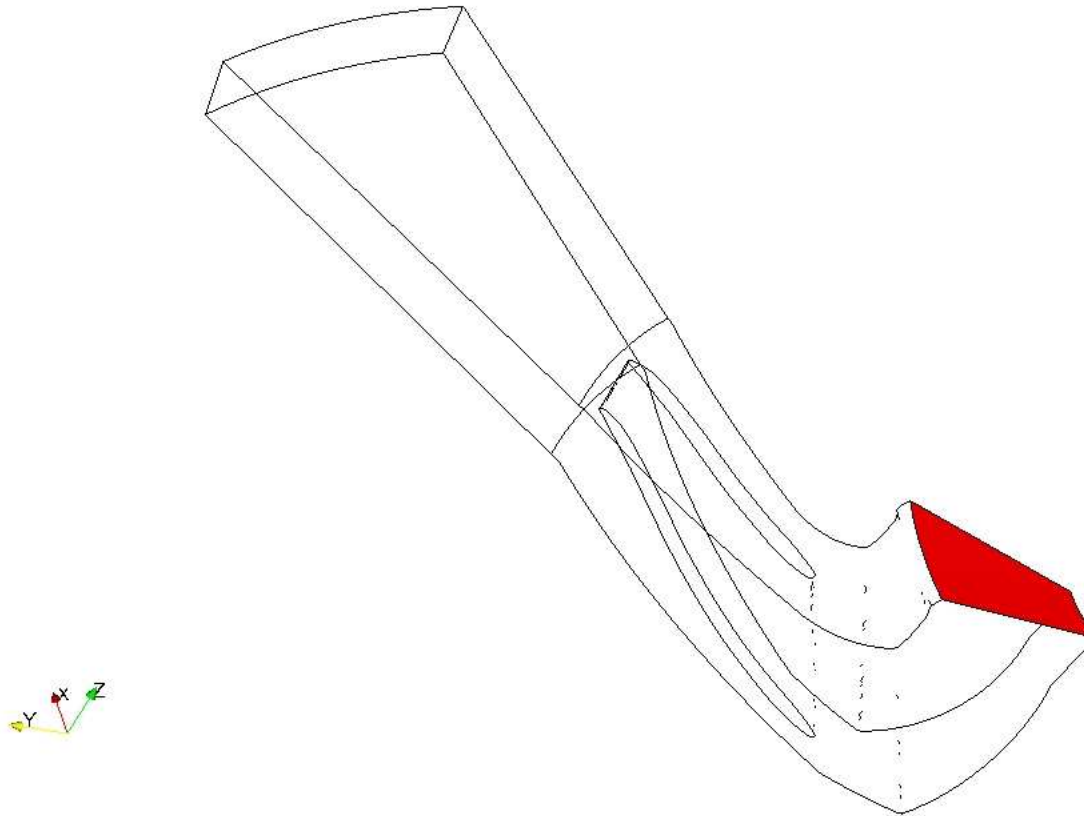
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe – przykład



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

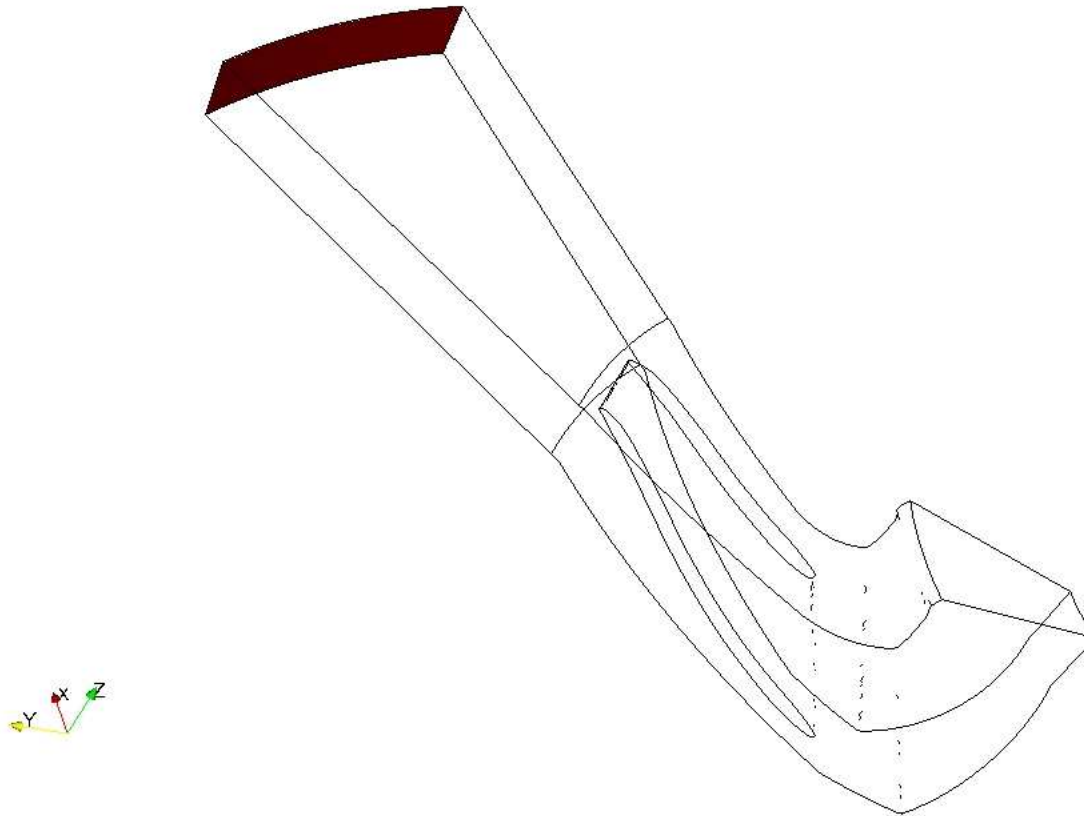
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe – przykład



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

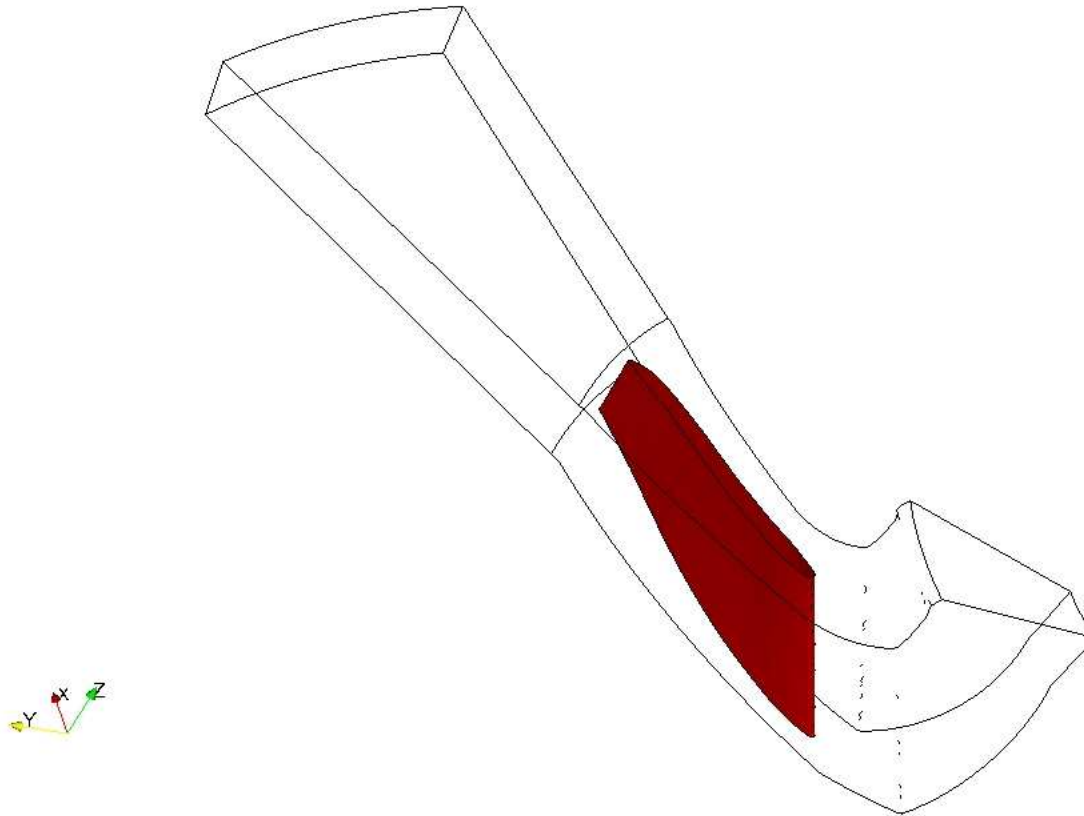
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe – przykład



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

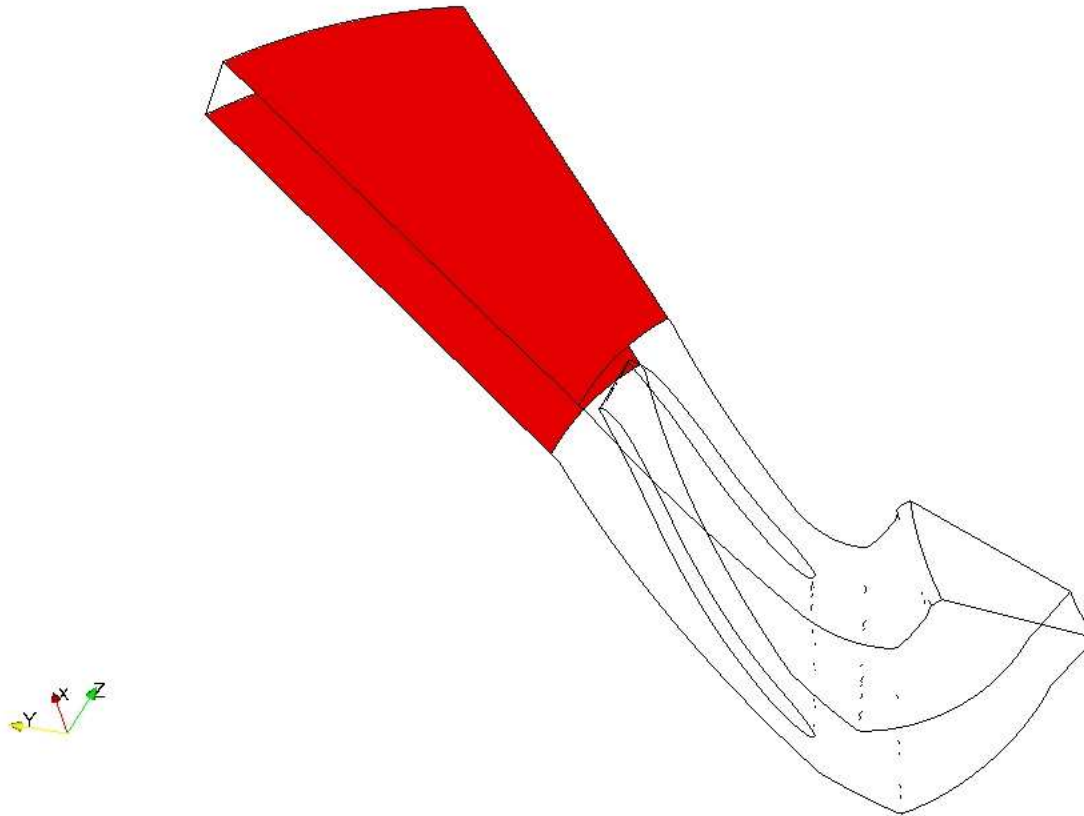
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe – przykład



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

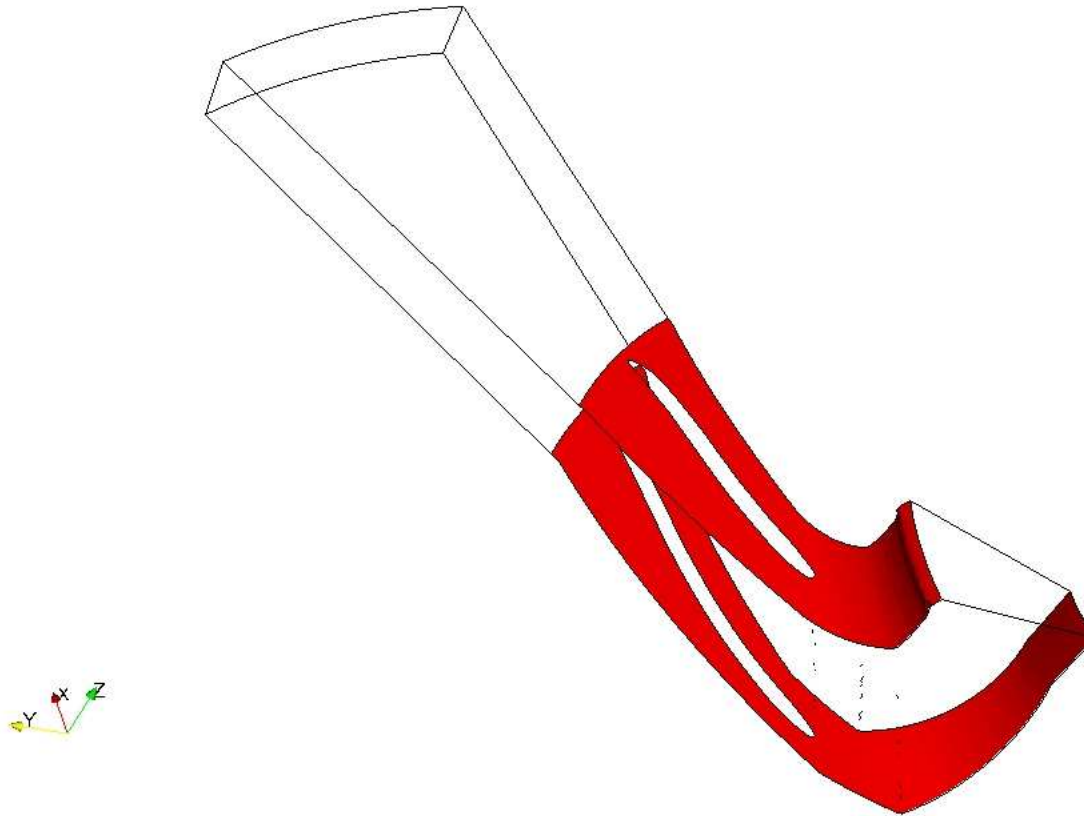
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe – przykład



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

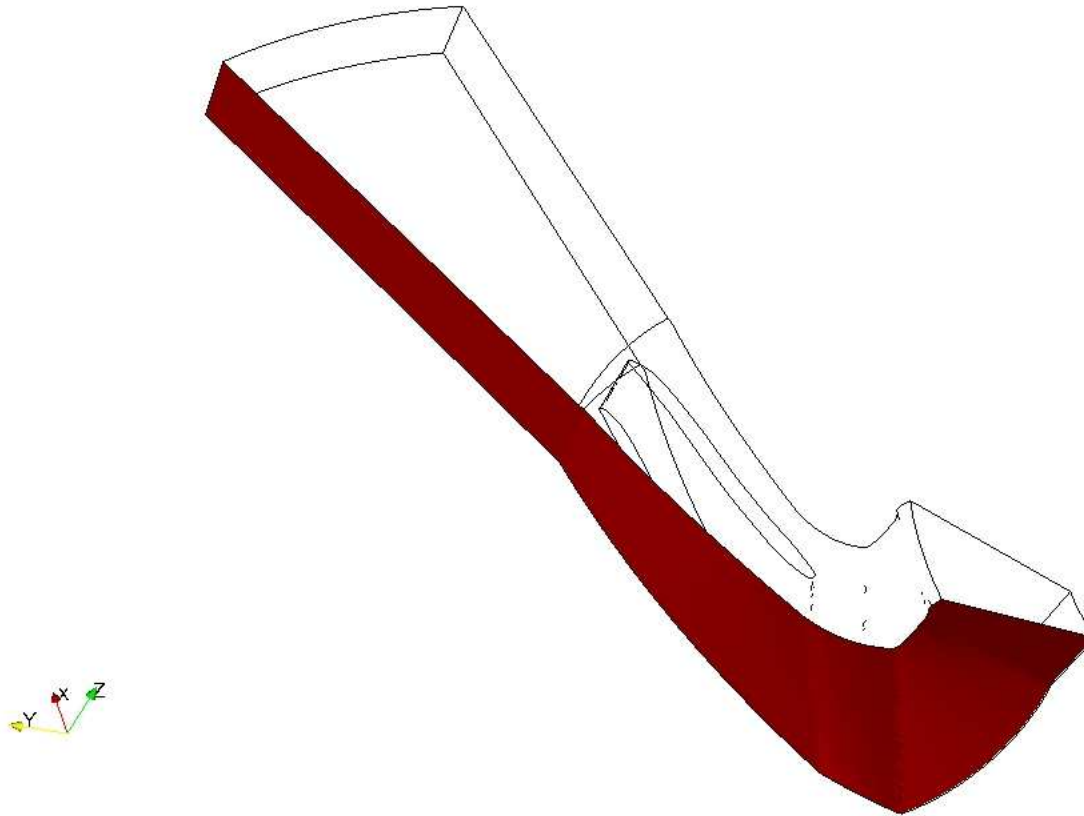
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe – przykład



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

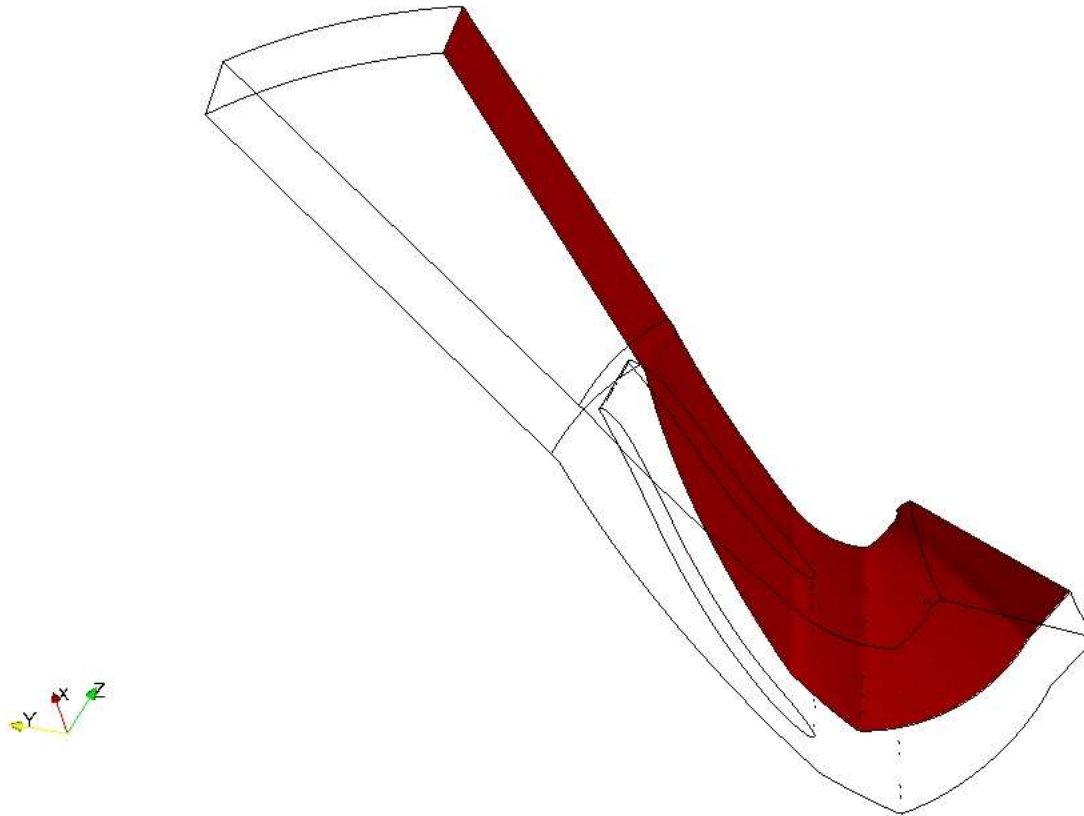
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe – przykład



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

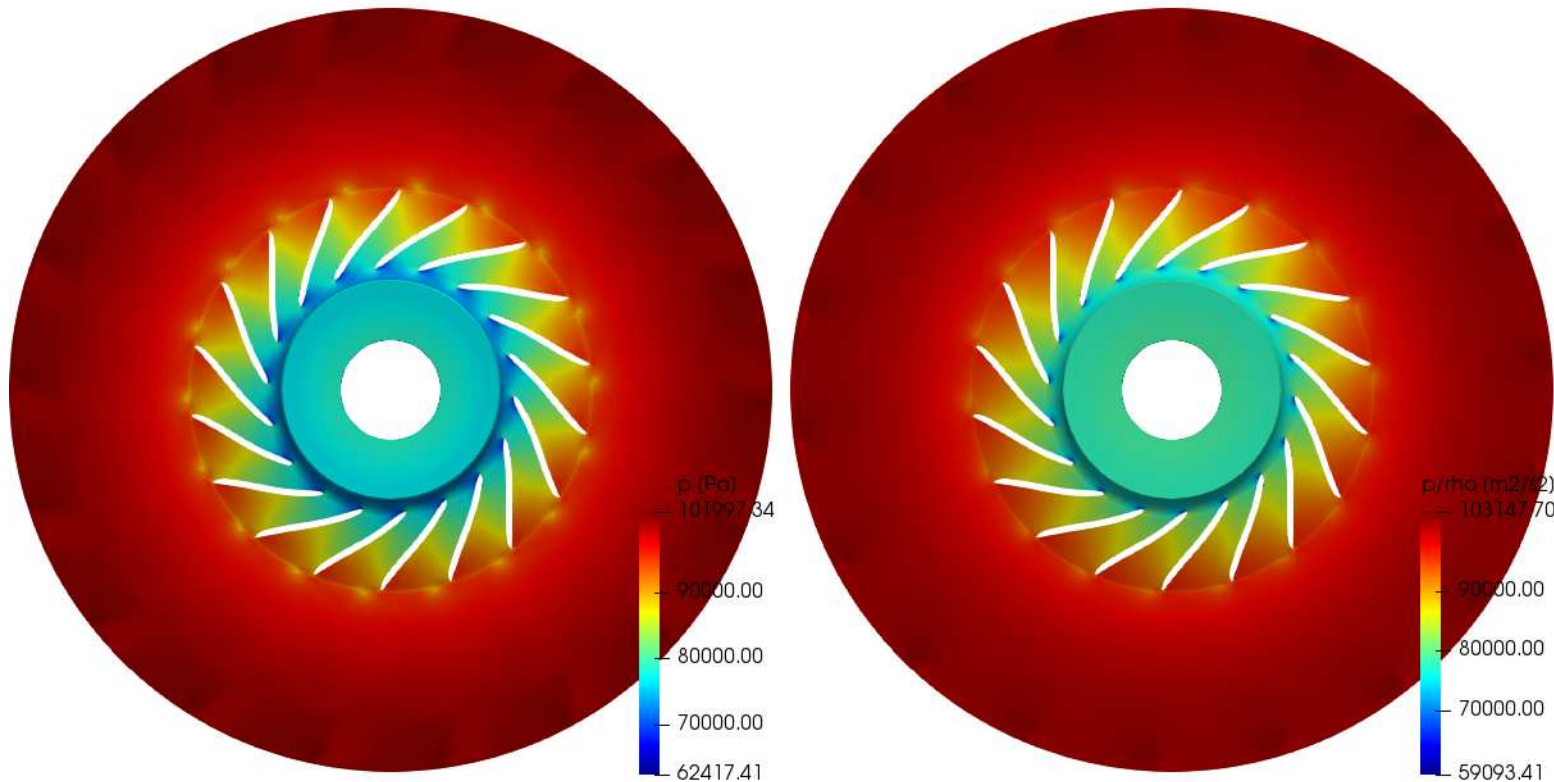
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Warunki brzegowe – przykład



$$\Pi = 1.288$$

$$\Pi = \frac{p_o}{p_i}$$

$$\Pi = 1.303$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Liczby kryterialne

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Bezwymiarowe równania zachowania

Płyn nieściśliwy.

Równanie zachowania masy

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (22)$$

Równanie zachowania pędu

$$\rho \left(\text{Sh} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = \frac{\rho \mathbf{f}}{\text{Fr}} - \text{Eu} \nabla p + \frac{\mu}{\text{Re}} \nabla^2 \mathbf{u} \quad (23)$$

Równanie Fouriera-Kirchhoffa

$$\rho c_v \left(\text{Sh} \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T \right) = \frac{\text{Ec}}{\text{Re}} \phi_\mu + \frac{\lambda}{\text{Pr Re}} \nabla^2 T \quad (24)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Liczby kryterialne

$$\text{Sh} = \frac{t_{ch}}{t_0} \quad (25)$$

$$\text{Fr} = \frac{\frac{\rho_0 \mathcal{U}^2}{\mathcal{L}}}{\rho_0 f_0} \quad (26)$$

$$\text{Re} = \frac{\frac{\rho_0 \mathcal{U}^2}{\mathcal{L}}}{\frac{\mu_0 \mathcal{U}}{\mathcal{L}^2}} \quad (27)$$

$$\text{Eu} = \frac{\frac{p_0}{\mathcal{L}}}{\frac{\rho_0 \mathcal{U}^2}{\mathcal{L}}} \quad (28)$$

$$\text{Ec} = \frac{\mathcal{U}^2}{c_{v0} T_0} \quad (29)$$

$$\text{Pr} = \frac{c_{v0} \mu_0}{\lambda_0} \quad (30)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Podstawy modelowania turbulencji

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

**Podstawy
modelowania
turbulencji**

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

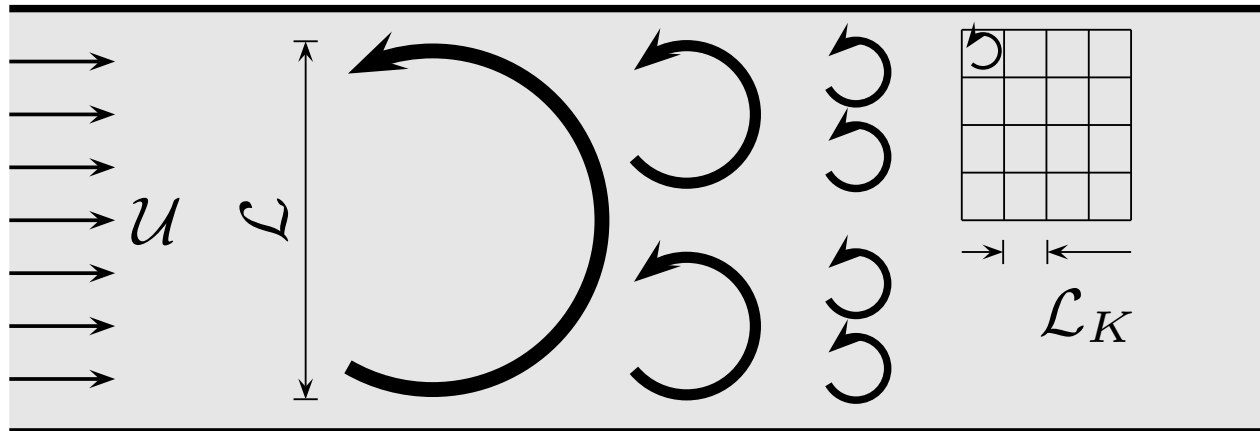
Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Cechy turbulencji

- nieregularność
- niestacjonarność
- trójwymiarowość struktur wirowych
- dyfuzyjność
- dyssypatywność
- potrzeba ciągłego doprowadzania energii
- kaskada wirów



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Skala prędkości $\mathcal{U}_K$, długości $\mathcal{L}_K$ i czasu t_K , które zależą od dyssypacji ε i lepkości ν

$$\mathcal{U}_K = (\nu\varepsilon)^{1/4} \quad (31)$$

$$\mathcal{L}_K = (\nu^3\varepsilon^{-1})^{1/4} \quad (32)$$

$$t_K = (\nu\varepsilon^{-1})^{1/2} \quad (33)$$

Licząc liczbę Reynoldsa, mamy

$$\text{Re}_K = \frac{\mathcal{U}_K \mathcal{L}_K}{\nu} = \frac{(\nu\varepsilon)^{1/4} (\nu^3\varepsilon^{-1})^{1/4}}{\nu} = 1 \quad (34)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Stosunek skal długości

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_K} = \text{Re}^{\frac{3}{4}} \quad (35)$$

Wynika stąd, że trójwymiarowa siatka obliczeniowa proporcjonalna jest do

$$\left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_K}\right)^3 = \text{Re}^{\frac{9}{4}} \quad (36)$$

Dla „małej” liczby Reynoldsa $\text{Re} = 10^4$ otrzymamy

$$\left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_K}\right)^3 = (10^4)^{\frac{9}{4}} = 10^9 \quad (37)$$

(miliard) elementów. Co najmniej tyle elementów jest potrzebne, aby uwzględnić wszystkie skale długości.

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Minimalna liczba kroków czasowych $\Delta t \leq \mathcal{L}_K / \mathcal{U}$ na czas trwania symulacji t może być szacowana za pomocą skali $\mathcal{L}_K$

$$\frac{t}{\Delta t} = \frac{t}{\mathcal{L}_K / \mathcal{U}} = \frac{t}{\mathcal{L} / \mathcal{U}} \text{Re}^{\frac{3}{4}} \quad (38)$$

Liczba koniecznych operacji równa jest liczbie węzłów razy liczba kroków czasowych

$$\left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_K} \right)^3 \frac{t}{\Delta t} = \frac{t}{\mathcal{L} / \mathcal{U}} \text{Re}^3 \quad (39)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Czas trwania obliczeń równy jest liczbie koniecznych operacji razy liczba obliczeń na operację (np. 10^3) przez moc komputera wyrażoną np. w jednostkach TFLOPS $= 10^{12} \text{ s}^{-1}$

$$\frac{10^3}{10^{12}} \left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_K} \right)^3 \frac{t}{\Delta t} = \frac{10^3}{10^{12}} \frac{t}{\mathcal{L}/\mathcal{U}} \text{Re}^3 \quad \text{s} \quad (40)$$

Np. dla czasu symulacji tylko $t = 10\mathcal{L}/\mathcal{U}$, mamy następujące szacowanie czasu trwania symulacji

$$\frac{10^3}{10^{12}} \left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_K} \right)^3 \frac{t}{\Delta t} = \frac{10^4 \text{Re}^3}{10^{12}} \quad \text{s} \quad (41)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Czas obliczeń dla komputera o mocy 1 teraFLOPS

$$\frac{10^3}{10^{12}} \left(\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_K} \right)^3 \frac{t}{\Delta t} = \frac{10^4 \text{Re}^3}{10^{12}} \quad \text{s} \quad (42)$$

dla $\text{Re} = 10^3$ wynosi 10 sekund,

dla $\text{Re} = 10^4$ wynosi 3 godziny,

dla $\text{Re} = 10^5$ wynosi 115 dni,

dla $\text{Re} = 10^6$ wynosi 327 lat...

Ale nawet, tak jest tylko dla krótkiego czasu symulacji

$t = 10\mathcal{L}/\mathcal{U}$.

Ile wynosi Re dla samochodu?

[Spis zagadnień](#)

[Wstęp](#)

[Podstawowe równania](#)

[Warunki brzegowe i początkowe](#)

[Liczby kryterialne](#)

[Podstawy modelowania turbulencji](#)

[Przepływy wieloskładnikowe](#)

[Metoda VoF](#)

[Płyny nienewtonowskie](#)

[CFD](#)

[Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne](#)

Moce obliczeniowe

Procesor	Taktowanie	TFLOPS [†]
i3 M380	2.53 GHz × 2(4)	0.017
i7 930	2.80 GHz × 4(8)	0.034
i7 870	2.93 GHz × 4(8)	0.041
i7 2670QM	2.20 GHz × 4(8)	0.064
i5 1035G1	1.00 GHz × 4(8)	0.132
i7 10700T	2.00 GHz × 8(16)	0.257
i7 6850K	3.60 GHz × 6(12)	0.284
2 × Xeon Gold 5120	2.20 GHz × 28	0.673

[†]Intel[®] LINPACK Benchmark for Linux

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

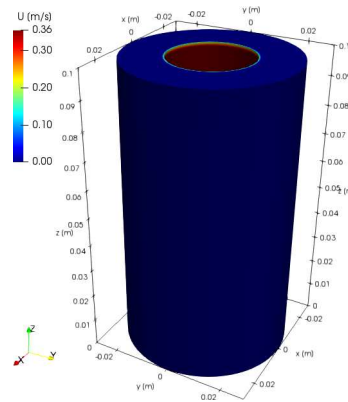
Płyny nienewtonowskie

CFD

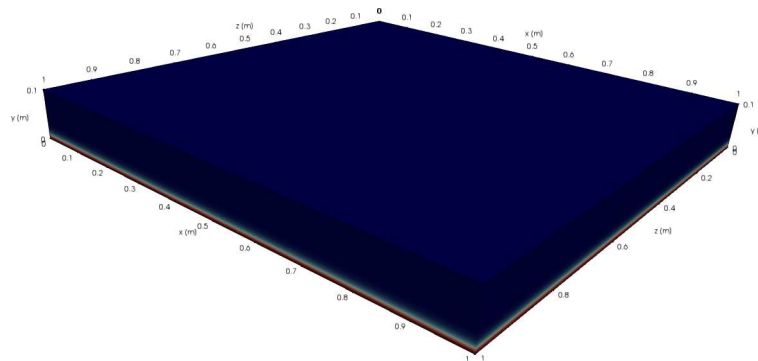
Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Klasyczne eksperymenty

- Eksperyment Reynoldsa (liczba Re)
- Niestabilność Taylora (liczba Ta)



- Niestabilność Rayleigha-Bénarda (liczba Ra)



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

- DNS
- LES
- RANS (RAS)
- URANS
- DES
- SST
- RNG
- EARSM
- RST

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

- DNS – Direct Numerical Simulation
- LES – Large Eddy Simulation
- RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes
- URANS – Unsteady Reynolds Averaged Navier-Stokes
- DES – Detached Eddy Simulation
- SST – Shear Stress Transport
- RNG – ReNormalisation Group
- EARSM – Explicit Algebraic Reynolds Stress Models
- RST – Reynolds Stress Transport

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbulencja – modelowanie

- Bezpośrednia symulacja numeryczna (DNS)
- Symulacja dużych wirów (LES)
- Uśrednione równania Naviera-Stokesa (RANS)
 - ◆ Modele, które wykorzystują hipotezę Boussinesqa
 - Modele zerorównaniowe (algebraiczne)
 - Modele jednorównaniowe
 - Modele dwurównaniowe
 - ◆ Modele, które nie wykorzystują hipotezy Boussinesqa
 - Modele wykorzystujące równanie transportu naprężeń Reynoldsa
 - Modele wykorzystujące równania algebraiczne na tensor naprężeń Reynoldsa

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Funkcję f dekomponuje się na wartość średnią i fluktuację $f(\mathbf{r}, t) = \bar{f}(\mathbf{r}) + f'(\mathbf{r}, t)$.

Średnia:

- po realizacjach $\bar{f}(\mathbf{r}) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f_i(\mathbf{r}, t)$
- po czasie $\bar{f}_\tau(\mathbf{r}) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau f(\mathbf{r}, t) dt$
- po czasie $\bar{f}_t(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} f(\mathbf{r}, t) dt$
- przestrzenna $\bar{f}_V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{|V|} \iiint_V f(\mathbf{r}, t) dV$

Hipoteza ergodyczności $\bar{f} = \bar{f}_\tau = \bar{f}_V$.

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Równanie Reynoldsa

Równanie zachowania masy ma taką samą postać po uśrednieniu

$$\nabla \cdot \bar{\mathbf{u}} = 0 \quad (43)$$

Równanie Naviera-Stokesa nie

$$\rho \frac{d\bar{\mathbf{u}}}{dt} = \rho \bar{\mathbf{f}} - \nabla \bar{p} + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} - \rho \nabla \cdot \overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} \quad (44)$$

Pojawia się sześć nowych składowych tensora naprężenia Reynoldsa

$$\mathbf{R} = -\rho \overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'} \quad (45)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Tensor naprężeń Reynoldsa

- Równanie transportu naprężeń Reynoldsa. Jest to równanie różniczkowe, bardzo ogólne

$$\frac{d\mathbf{R}}{dt} = -\nabla \bar{\mathbf{u}} \cdot (\mathbf{R}^T + \mathbf{R}) + \nabla \cdot \left(\left(C \frac{k^2}{\varepsilon} + \nu \right) \nabla \mathbf{R} \right) - \mathbf{\Pi} + \frac{2}{3} \rho \varepsilon \delta \quad (46)$$

Przez k oznacza się energię kinetyczną fluktuacji prędkości, a przez ε dyssypację tej energii.

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Tensor naprężeń Reynoldsa

- Hipoteza Boussinesqa. Mniej ogólna niż równanie transportu naprężeń Reynoldsa, ale prostsza

$$\mathbf{R} = -\frac{2}{3}\rho k \boldsymbol{\delta} + 2\mu_t \bar{\mathbf{D}} \quad (47)$$

gdzie μ_t jest lepkością turbulentną. Sześć składowych $\mathbf{R}$ zostało zastąpione dwoma: k oraz μ_t

- Równania algebraiczne Formułowane są nieliniowa równania na tensor $\mathbf{a}$

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{R}}{k} - \frac{2}{3}\boldsymbol{\delta} \quad (48)$$

w postaci

$$\mathbf{a} = f(\bar{\mathbf{D}}, \bar{\mathbf{A}}) \quad (49)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Modele te wykorzystuje się dzisiaj głównie na początku obliczeń do kilku pierwszych iteracji.

- Model wykorzystujący pojęcie drogi mieszania. Zakłada się, że $k = 0$ oraz $\varepsilon = 0$, co uprasza hipotezę Boussinesqa $\mathbf{R} = 2\mu_t \bar{\mathbf{D}}$. Mamy jedną niewiadomą μ_t , którą wyraża się za pomocą drogi mieszania l_m w postaci $\mu_t = \rho l_m^2 \sqrt{2\bar{\mathbf{D}}}$. Droga mieszania wyznaczana jest eksperymentalnie
- Model Prandtla-Kołmogorowa, gdzie lepkość turbulentna wyrażana jest za pomocą skal dużych prędkości $\mathcal{U}$ i skal długości $\mathcal{L}$ w postaci $\mu_t = c\rho\mathcal{U}\mathcal{L}$. W praktyce $\mathcal{U} \sim |\bar{u}_{max}|$ i $\mathcal{L} \sim \sqrt[3]{V}$. Stała c dobierana jest eksperymentalnie

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Model jednorównaniowy

Dodaje się jedno dodatkowe równanie transportu na k .
Z równania transportu naprężeń Reynoldsa
otrzymujemy poszukiwane równanie

$$\rho \frac{dk}{dt} = 2\mu_t \bar{\mathbf{D}} + \nabla \cdot \left(\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) \nabla k \right) - \rho \varepsilon \quad (50)$$

Mamy trzy dodatkowe niewiadome k , ε , μ_t .

Dyssypację estymujemy za pomocą k i skali długości $\mathcal{L}$

$$\varepsilon = k^{3/2} \mathcal{L}^{-1} \quad (51)$$

Lepkość turbulentna dana jest za pomocą postulatu
Prandtla

$$\mu_t = \rho \sqrt{k} \mathcal{L} \quad (52)$$

Stałe σ_k i $\mathcal{L}$ wyznacza się eksperymentalnie.

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Model dwurównaniowy k - ε

Oprócz równania na transport k

$$\rho \frac{dk}{dt} = 2\mu_t \bar{\mathbf{D}}^2 + \nabla \cdot \left(\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) \nabla k \right) - \rho \varepsilon$$

dodaje się dodatkowe równanie transportu na ε

$$\rho \frac{d\varepsilon}{dt} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t \bar{\mathbf{D}}^2 + \nabla \cdot \left(\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu \right) \nabla \varepsilon \right) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (53)$$

Lepkość turbulentna zależy od k i ε

$$\mu_t = C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (54)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Model dwurównaniowy k - ω

Oprócz równania na transport k

$$\rho \frac{dk}{dt} = 2\mu_t \bar{\mathbf{D}}^2 + \nabla \cdot \left(\left(\frac{\mu_t}{\sigma_{k1}} + \mu \right) \nabla k \right) - C_\mu \rho k \omega \quad (55)$$

dodaje się dodatkowe równanie transportu na częstotliwość turbulentną ω , która związana jest z dyssypacją: $\varepsilon = C_\mu k \omega$

$$\rho \frac{d\omega}{dt} = \alpha_1 \frac{\omega}{k} 2\mu_t \bar{\mathbf{D}}^2 + \nabla \cdot \left(\left(\frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 1}} + \mu \right) \nabla \omega \right) - \beta_1 \rho \omega^2 \quad (56)$$

Lepkość turbulentna zależy od k i ω

$$\mu_t = \rho \frac{k}{\omega} \quad (57)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Model dwurównaniowy k - ω SST

Jest to kombinacja modeli k - ε i k - ω .

$$\rho \frac{dk}{dt} = 2\mu_t \bar{\mathbf{D}}^2 + \nabla \cdot \left(\left(\frac{\mu_t}{\sigma_{k3}} + \mu \right) \nabla k \right) - C_\mu \rho k \omega \quad (58)$$

$$\rho \frac{d\omega}{dt} = \alpha_3 \frac{\omega}{k} 2\mu_t \bar{\mathbf{D}}^2 + \nabla \cdot \left(\left(\frac{\mu_t}{\sigma_{\omega 3}} + \mu \right) \nabla \omega \right) - \beta_3 \rho \omega^2 + (1 - F_1) \frac{2}{\omega} \rho \sigma_{\omega 3} \nabla k \cdot \nabla \omega \quad (59)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Ogólne równanie transportu

Ogólne równanie transportu wielkości skalarnej f ma postać

$$\rho \frac{d\bar{f}}{dt} = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \bar{f} - \bar{\mathbf{k}}) + \bar{S}_f \quad (60)$$

Na prędkość zmian $\bar{f}$ wpływa dyfuzja turbulentna i molekularna. Dodatkowo mamy źródła $\bar{S}_f$. Na źródła składa się produkcja i dyssypacja. Dobierając odpowiednio współczynniki i źródła otrzymujemy równania transportu k, ε, ω .

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Filtracja równania Naviera-Stokesa

Otrzymuje się taką postać równania N.-S., która opisuje bezpośrednio ruch dużych struktur wirowych. Mniejsze struktury są modelowane. Filtracja związana jest z metodą LES. Funkcja f dekomponowana jest na postać przefiltrowaną $\bar{f}$ i rezydualną f' w postaci $f(\mathbf{r}, t) = \bar{f}(\mathbf{r}, t) + f'(\mathbf{r}, t)$. Funkcja przefiltrowana również zależy od czasu! Filtracja związana jest z metodą LES. Filtrowanie polega na liczeniu splotu funkcji f i filtra G w postaci $f \star G$. Przefiltrowane równanie N.-S. mają postać

$$\rho \frac{d\bar{\mathbf{u}}}{dt} = \rho \bar{\mathbf{f}} - \nabla p + \mu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} - \rho \nabla \cdot (\mathbf{L} + \mathbf{C} + \mathbf{R}) \quad (61)$$

Tensor naprężeń Leonarda $\mathbf{L}$ i tensor naprężeń mieszanych $\mathbf{C}$ mogą w szczególnym przypadku być zerowe. Wtedy filtrowanie tożsame jest z uśrednianiem i otrzymujemy równanie Reynoldsa.

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

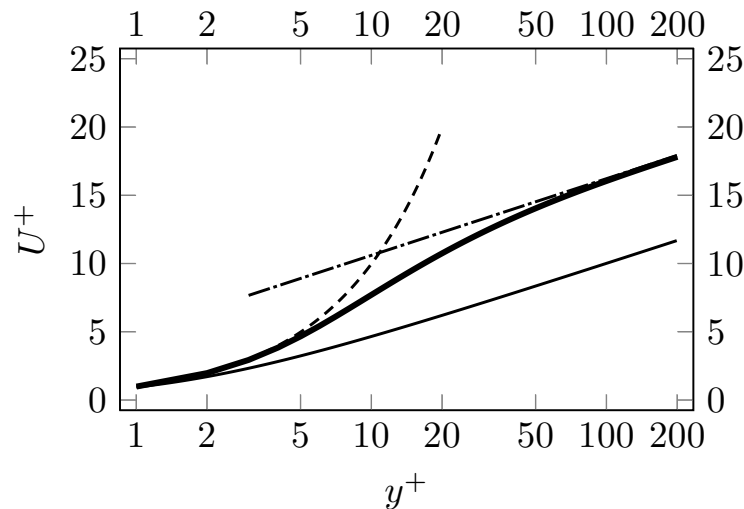
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbulentna warstwa przyścienna



- $y^+ < 11$ podwarstwa laminarna
- $5 < y^+ < 30$ warstwa buforowa
- $11 < y^+ < 250$ podwarstwa turb. (log-law layer)
- $y^+ < 250$ wew. obszar turb. warstwy przyściennej
- $y^+ > 250$ zew. obszar turb. warstwy przyściennej

Prędkość tarcia $U_\tau = \sqrt{\frac{\bar{\tau}_0}{\rho}}$, bezwymiarowa prędkość

$U^+ = \frac{\bar{U}_x}{U_\tau}$, bezwymiarowa odległość $y^+ = \frac{y}{l}$.

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływy wieloskładnikowe

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

**Przepływy
wieloskładnikowe**

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływy wieloskładnikowe dotyczą mieszanin płynów w skali mikro. Posiadają one wspólne pola prędkości, ciśnień i temperatur. Nowe równanie to równania transportu poszczególnych składników (udziałów masowych)

$$g^i = \frac{m^i}{m} \quad (62)$$

Z ogólnego równania transportu mamy

$$\rho \frac{dg^i}{dt} = S_m^i - \nabla \cdot \mathbf{k}^i \quad (63)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Transport udziałów masowych opisuje prawo Ficka. Dyfuzyjna gęstość strumienia masy opisana jest zależnością

$$\mathbf{k}^i = -\rho D^{ij} \nabla g^i \quad (64)$$

Łącząc powyższe równania otrzymamy równanie transportu udziału masowego

$$\rho \frac{dg^i}{dt} = S_m^i + \rho D^{ij} \nabla^2 g^i \quad (65)$$

Forma tego równanie jest analogiczna do równania energii wewnętrznej

[Spis zagadnień](#)

[Wstęp](#)

[Podstawowe równania](#)

[Warunki brzegowe i początkowe](#)

[Liczby kryterialne](#)

[Podstawy modelowania turbulencji](#)

[Przepływy wieloskładnikowe](#)

[Metoda VoF](#)

[Płyny nienewtonowskie](#)

[CFD](#)

[Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne](#)

Metoda VoF

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

VoF – Volume of Fluid

Dwie fazy, które się nie mieszają, traktowane są jako jeden płyn. Prędkość u jest wspólna dla obu faz.

Gęstość ρ i współczynnik lepkości μ są średnimi ważonymi

$$\rho = \alpha \rho_l + (1 - \alpha) \rho_g \quad (66a)$$

$$\mu = \alpha \mu_l + (1 - \alpha) \mu_g \quad (66b)$$

α jest udziałem objętościowym jednej z faz

$$\alpha = \begin{cases} 1, & \text{ciecz;} \\ 0, & \text{gaz;} \\ 0 \leq \alpha \leq 1, & \text{interfejs} \end{cases} \quad (67)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Równanie zachowania masy

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (68)$$

Równanie Naviera-Stokesa

$$\frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = \rho \mathbf{f} - \nabla p + \nabla \cdot (2\mu \mathbf{D}) \quad (69)$$

Równanie transportu α

$$\frac{\partial \alpha}{\partial t} + \nabla \cdot (\alpha \mathbf{u}) = 0 \quad (70)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Na siły masowe $\mathbf{f}$ składają się siły grawitacji $\mathbf{g}$ i siły od napięcia powierzchniowego $\mathbf{f}_\sigma$

$$\rho \mathbf{f} = \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_\sigma \quad (71)$$

Siły od napięcia powierzchniowego na powierzchni swobodnej dane są jako

$$\mathbf{f}_\sigma = \sigma \kappa \nabla \alpha \quad (72)$$

σ jest napięciem powierzchniowym, a κ krzywizną powierzchni swobodnej

$$\kappa = -\nabla \cdot \hat{\mathbf{n}} = -\nabla \cdot \frac{\nabla \alpha}{\|\nabla \alpha\|} \quad (73)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Płyny nienewtonowskie

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

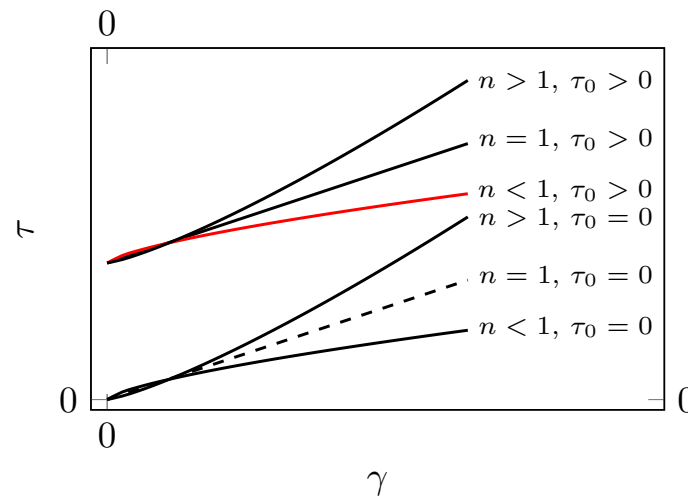
**Płyny
nienewtonowskie**

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Płyny nienewtonowskie

- dla płynów newtonowskich mamy $\tau = \mu\gamma$, gdzie τ jest naprężeniem stycznym, a γ prędkością ścinania. W przypadku trójwymiarowym $\boldsymbol{\tau} = 2\mu\mathbf{D}$. Zależność $\tau = f(\gamma)$ zwana jest krzywą płynięcia i dla płynów newtonowskich jest to linia prosta
- dla najprostszych płynów nienewtonowskich mamy $\tau = \mu(\gamma)\gamma$, czyli lepkość zależy również od prędkości ścinania. Zależność ta nie jest liniowa



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

- model Ostwalda-de Waele (potęgowy) $\tau = k\gamma^n$
- model Bingham $\tau = \tau_0 + k\gamma$
- model Herschela-Bulkleya $\tau = \tau_0 + k\gamma^n$
- model Cassona $\sqrt{\tau} = \sqrt{\tau_0} + \sqrt{k\gamma}$
- model uogólniony Cassona $\tau^{\frac{1}{n}} = \tau_0^{\frac{1}{n}} + (k\gamma)^{\frac{1}{n}}$
- model Szulmana $\tau^{\frac{1}{n}} = \tau_0^{\frac{1}{n}} + (k\gamma)^{\frac{1}{m}}$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

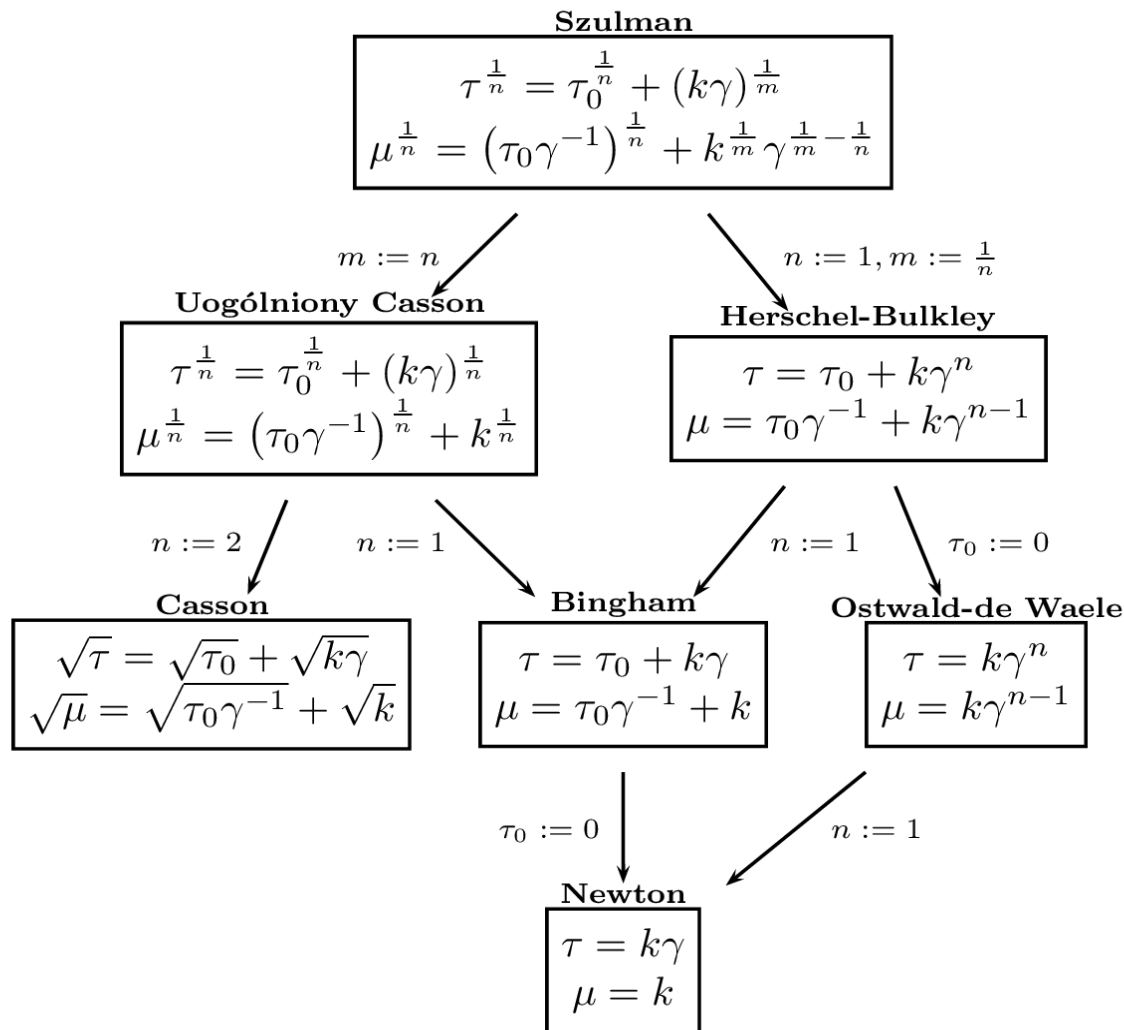
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Schemat i zależności



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

CFD

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

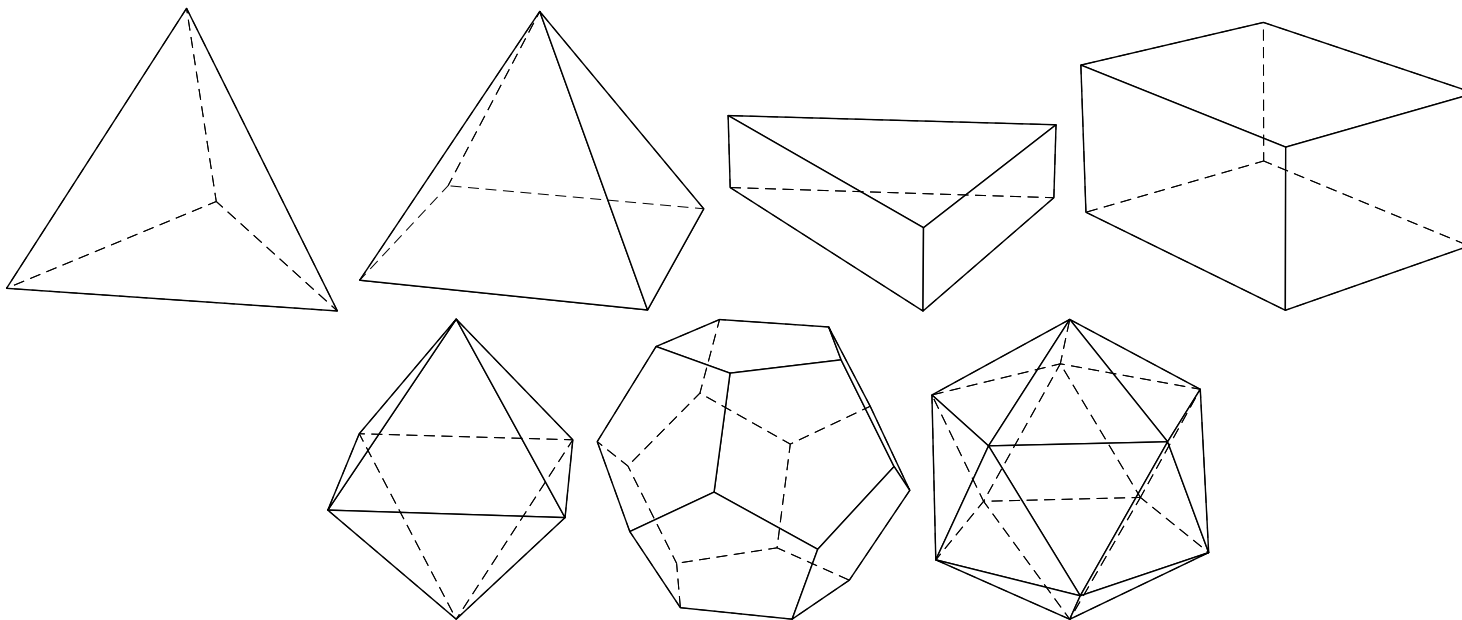
Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Typowe objętości skończone (elementy)

- czworościenne (tetrahedral)
- piramidalne (pyramid)
- pryzmatyczne (prismatic)
- sześćościenne (hexahedral)
- wielościenne (polyhedral)



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

- strukturalne
- niestrukuralne
- kartezjańskie
- wielościenne
- mieszane

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

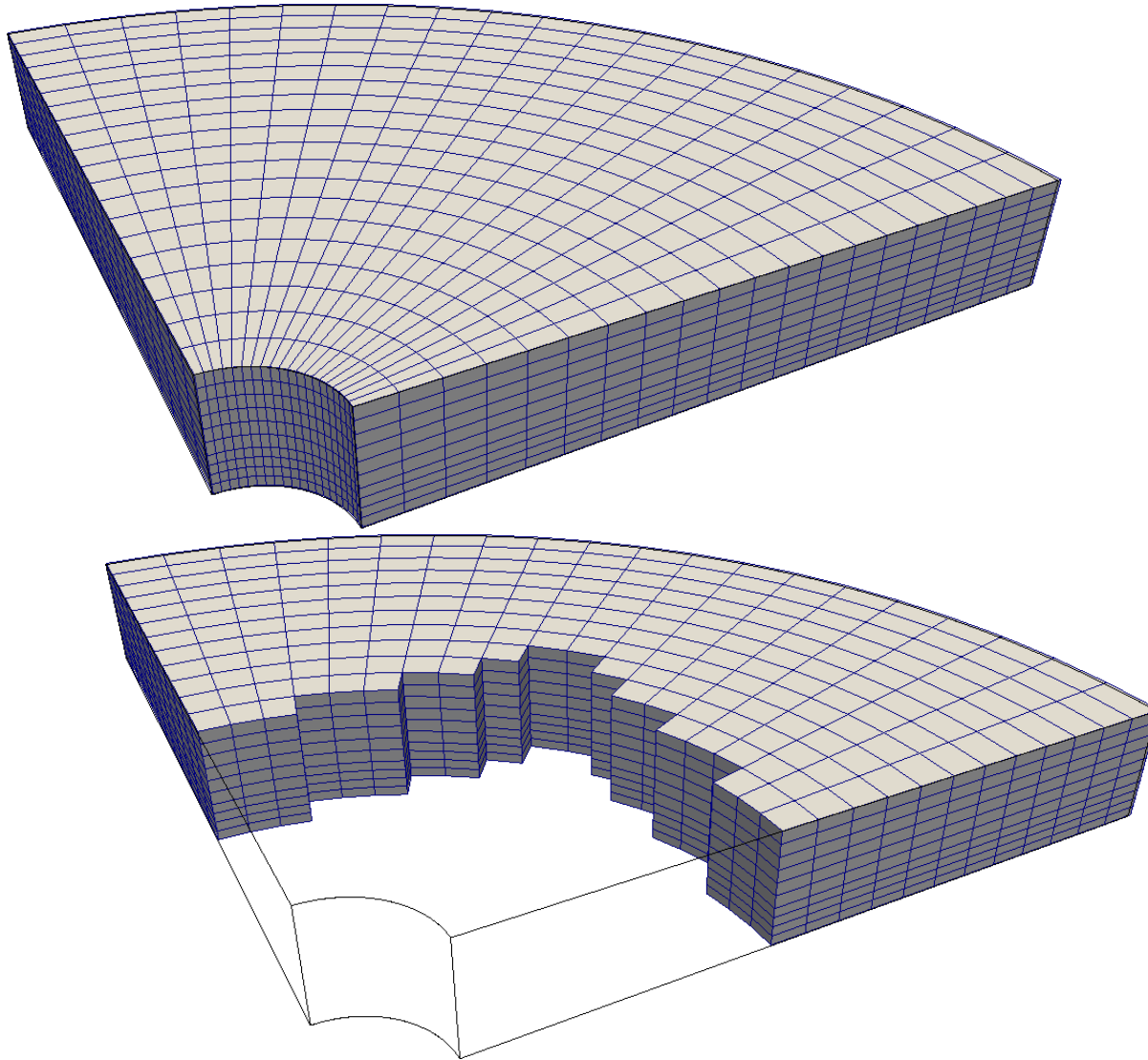
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Siatki strukturalne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

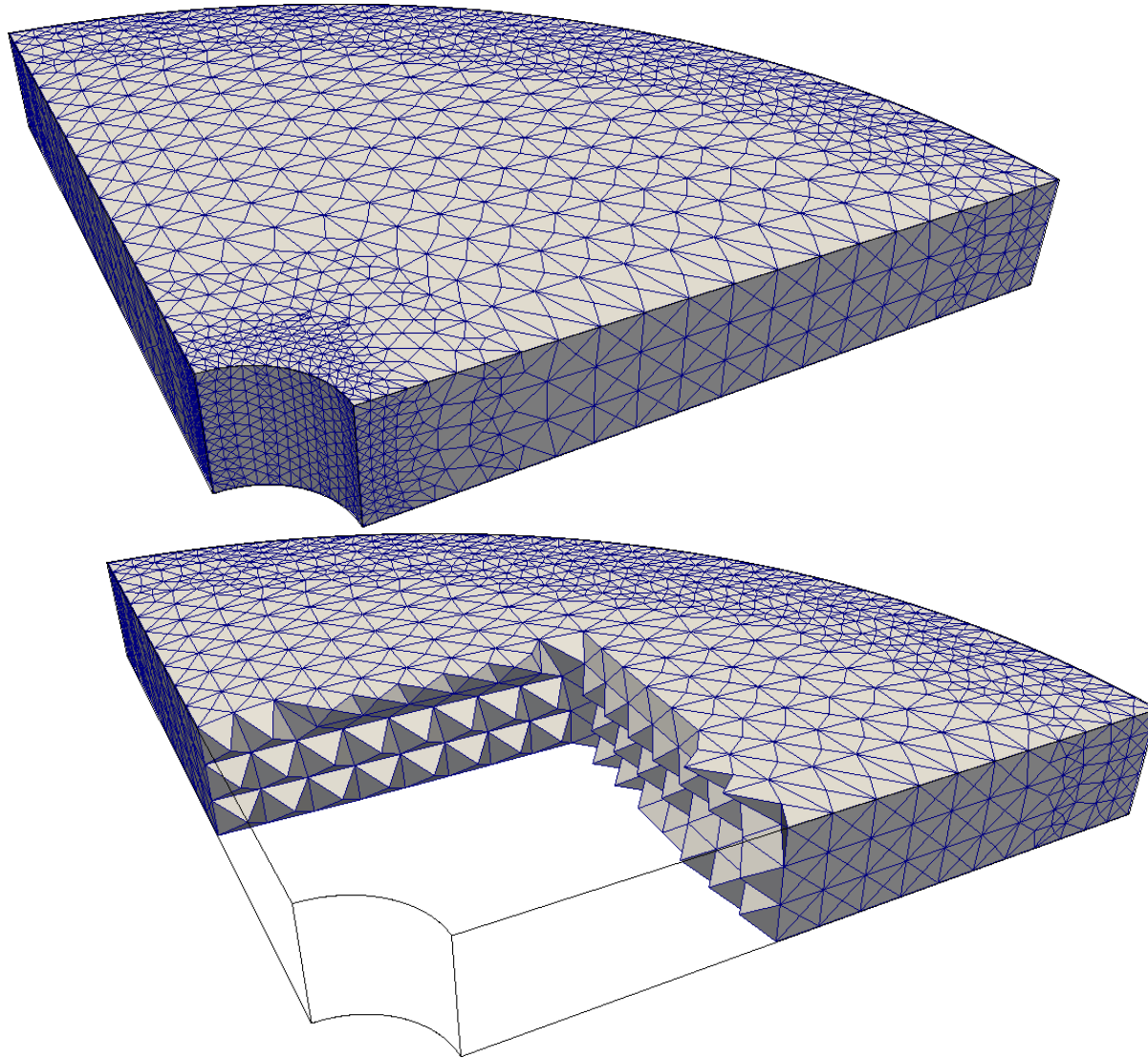
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Siatki niestrukturalne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

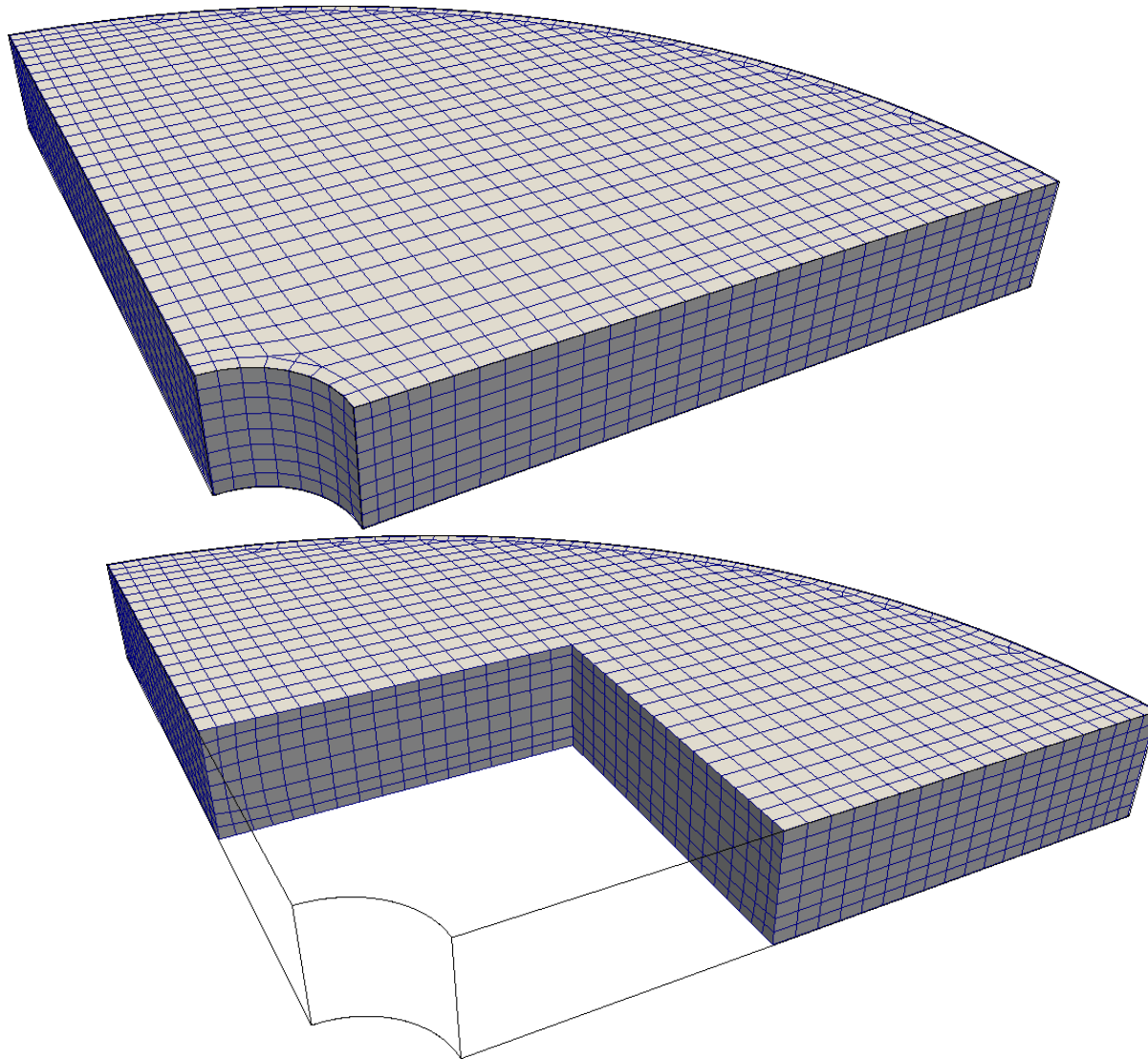
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Siatki kartezjańskie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

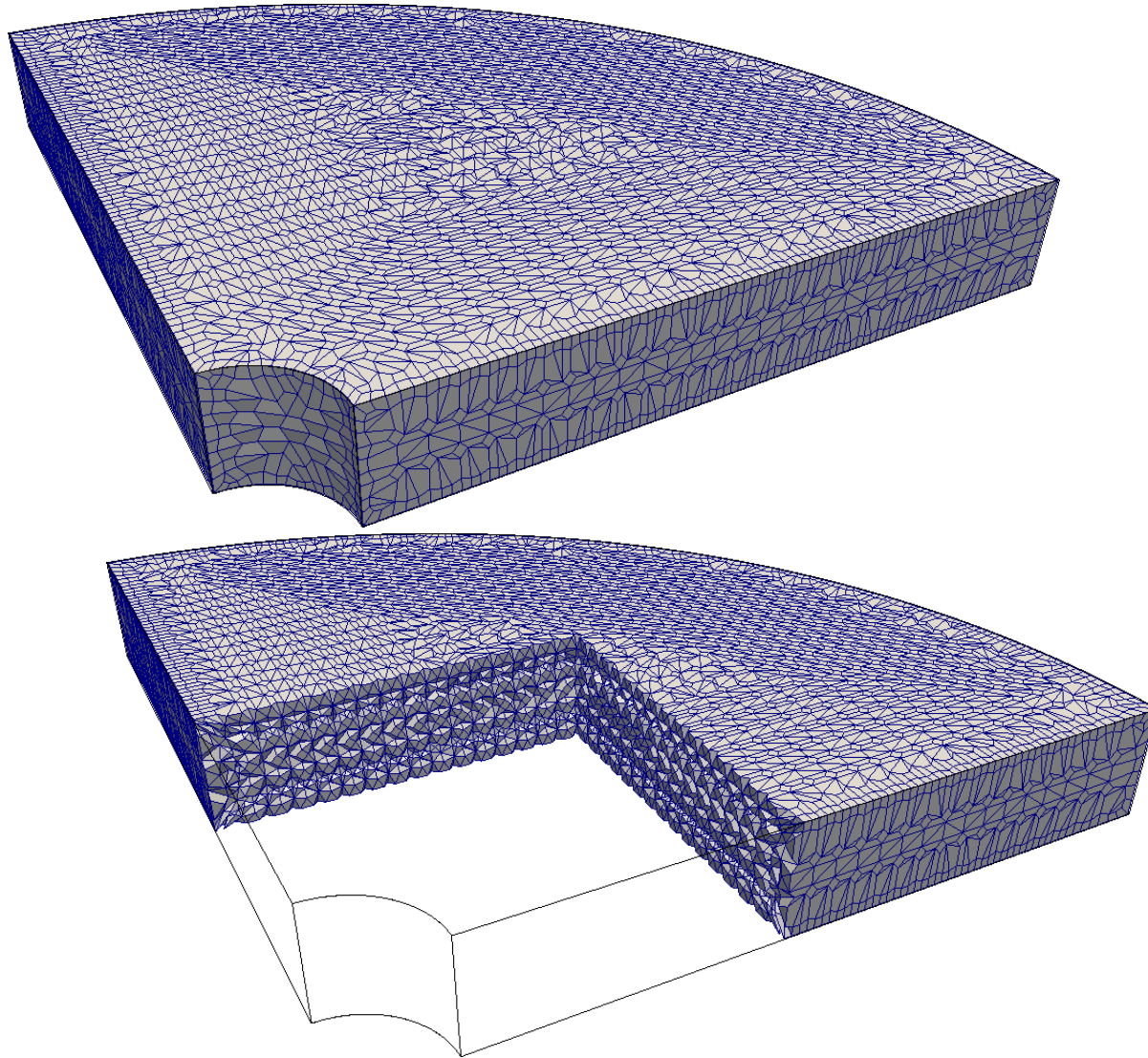
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Siatki wielościenne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

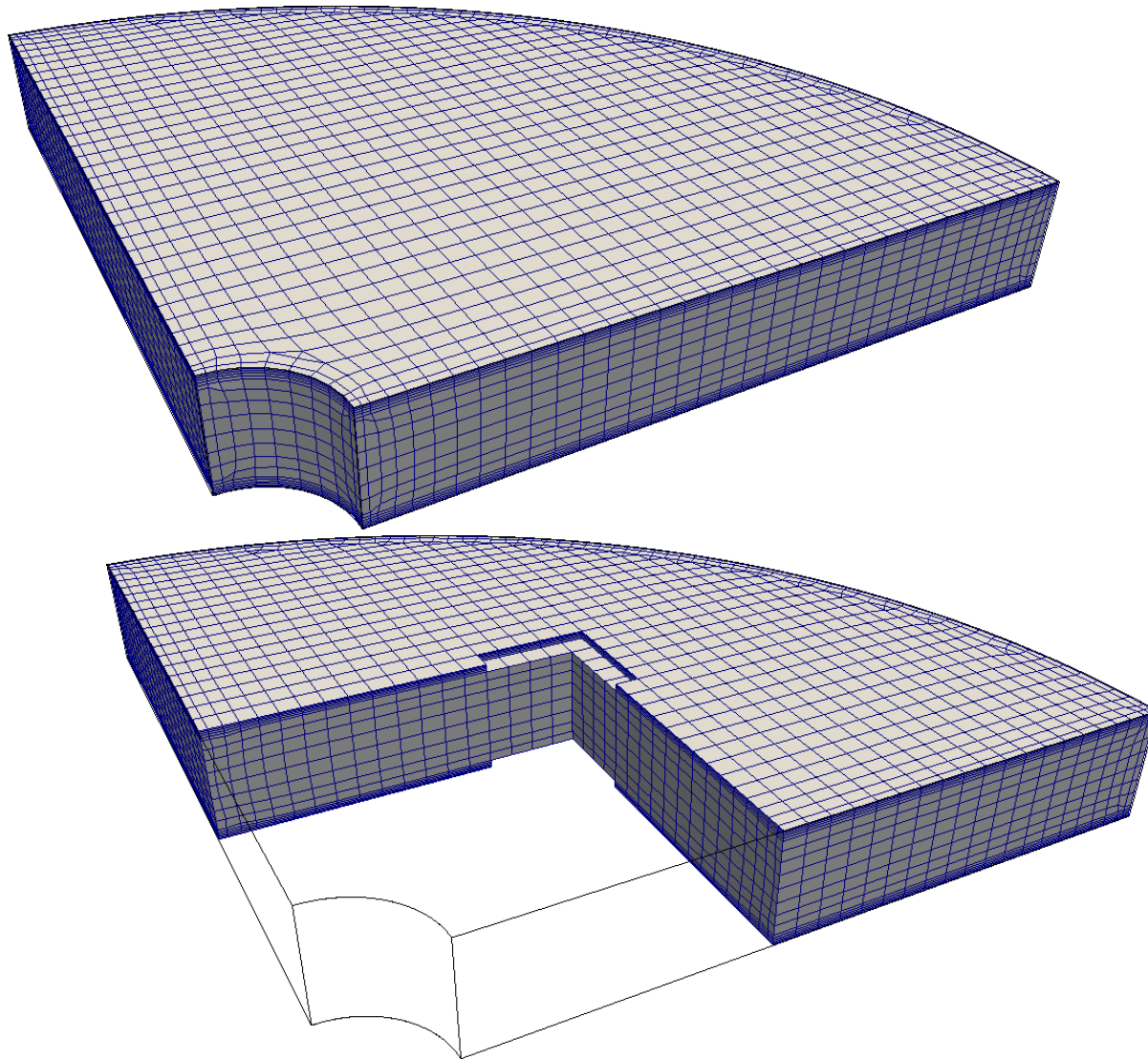
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Siatki mieszane



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

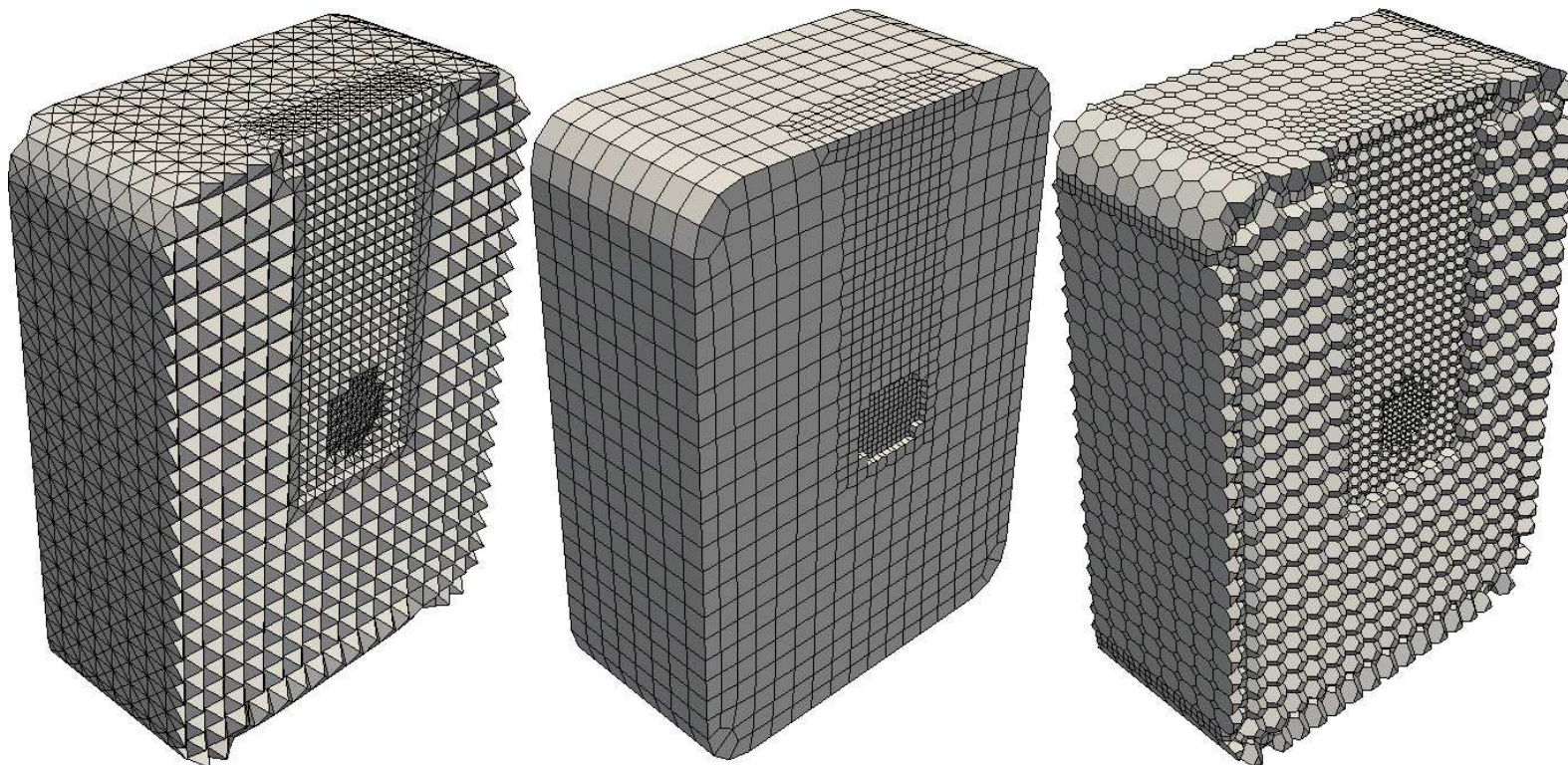
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

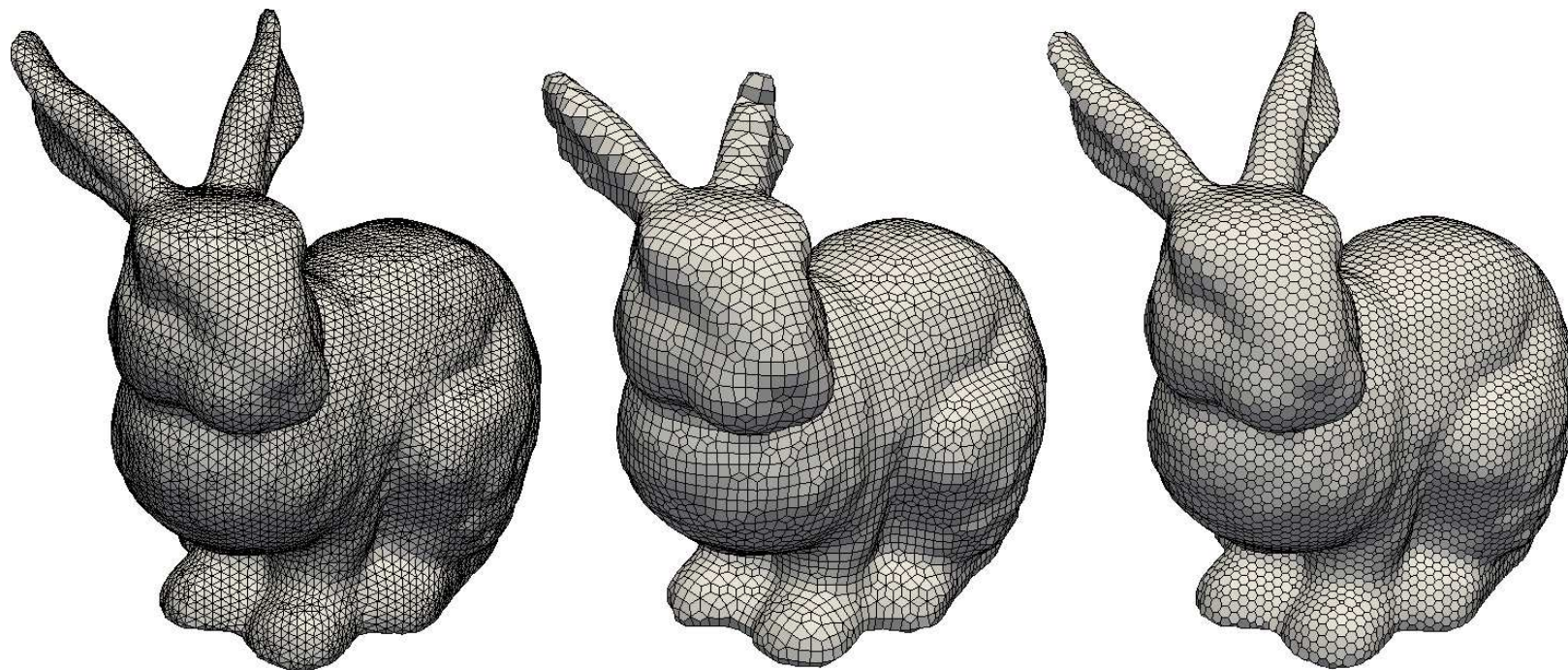
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

CFD – schemat postępowania

- Sformułowanie problemu
- Określenie zjawisk fizycznych
- Określenie modelu przepływu i zjawisk towarzyszących
- Przygotowanie geometrii
- Określenie warunków brzegowych
- Dyskretyzacja
- Rozwiązanie (warunki zakończenia obliczeń)
- Przetwarzanie/wizualizacja
- Weryfikacja (rozw. analityczne, eksperyment, wpływ siatki, wpływ warunków brzegowych, residua)

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

CFD vs eksperyment

- Dla wybranych/wszystkich zjawisk
- Jedna/wszystkie zmienne (wielkości)
- W ograniczonej liczbie/w każdym punkcie
- W określonym czasie/w każdej chwili
- W pomniejszonym modelu/rzeczywistej skali
- Drogi/tańszy
- Specjalistyczne/ogólnego przeznaczenia metody

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Źródła błędów CFD

- Adekwatność modelu fizycznego
- Dyskretyzacja czasu i przestrzeni
- Parametry i kalibracja
- Niewystarczające moce obliczeniowe
- Błędy zaokrągleń. Precyzja
- Błędne warunki brzegowe

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

CFD – Typowe metody numeryczne

- MRS (FDM)
- MES (FEM)
- MOS (FVM)
- MSB (LBM)
- MEB (BEM)
- HWC (SPH)
- MC (MC)

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

CFD – Typowe metody numeryczne

- Metoda Różnic Skończonych
(Finite Difference Method)
- Metoda Elementów Skończonych
(Finite Element Method)
- Metoda Objętości Skończonych
(Finite Volume Method)
- Metoda Siatkowa Boltzmann
(Lattice Boltzmann Method)
- Metoda Elementów Brzegowych
(Boundary Element Method)
- Hydrodynamika Wygładzonych Cząstek
(Smoothed Particle Hydrodynamics)
- Metoda Monte Carlo (Monte Carlo)

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Typowe sposoby rozwiązywania nieściśliwych równań NS

- Sformułowanie: wirowość-funkcja prądu (równania Helmholtza)
- Metoda sztucznej ścisłości
- Metody korekcji ciśnienia
 - ◆ Metoda projekcji
 - ◆ Metoda ułamkowego kroku
 - ◆ Metody PISO, SIMPLE, PIMPLE

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Różne skale opisu płynu

- Opis mikroskopowy
- Opis mezoskopowy
- Opis makroskopowy

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

**Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne**

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

- Samochody
- Motocykl
- Kula
- Cylinder
- Profil
- Turbiny wiatrowe
- Turbina Tesli
- Pompa
- Turbina Kaplana
- Przepływy krwi
- Astronauta
- Kawitacja
- Drony
- Pompa Archimedesesa
- Koalescencja
- Bąble
- Fale uderzeniowe
- Niestabilności
- Pędnik

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

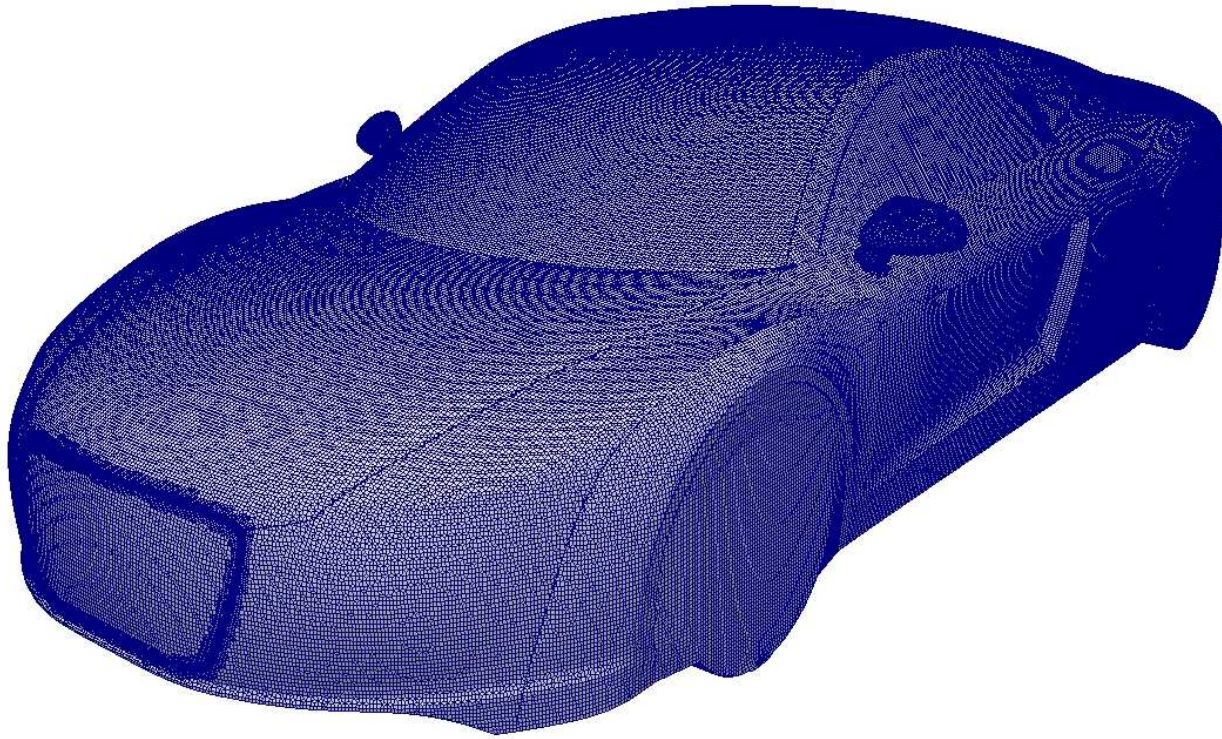
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – siatka



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

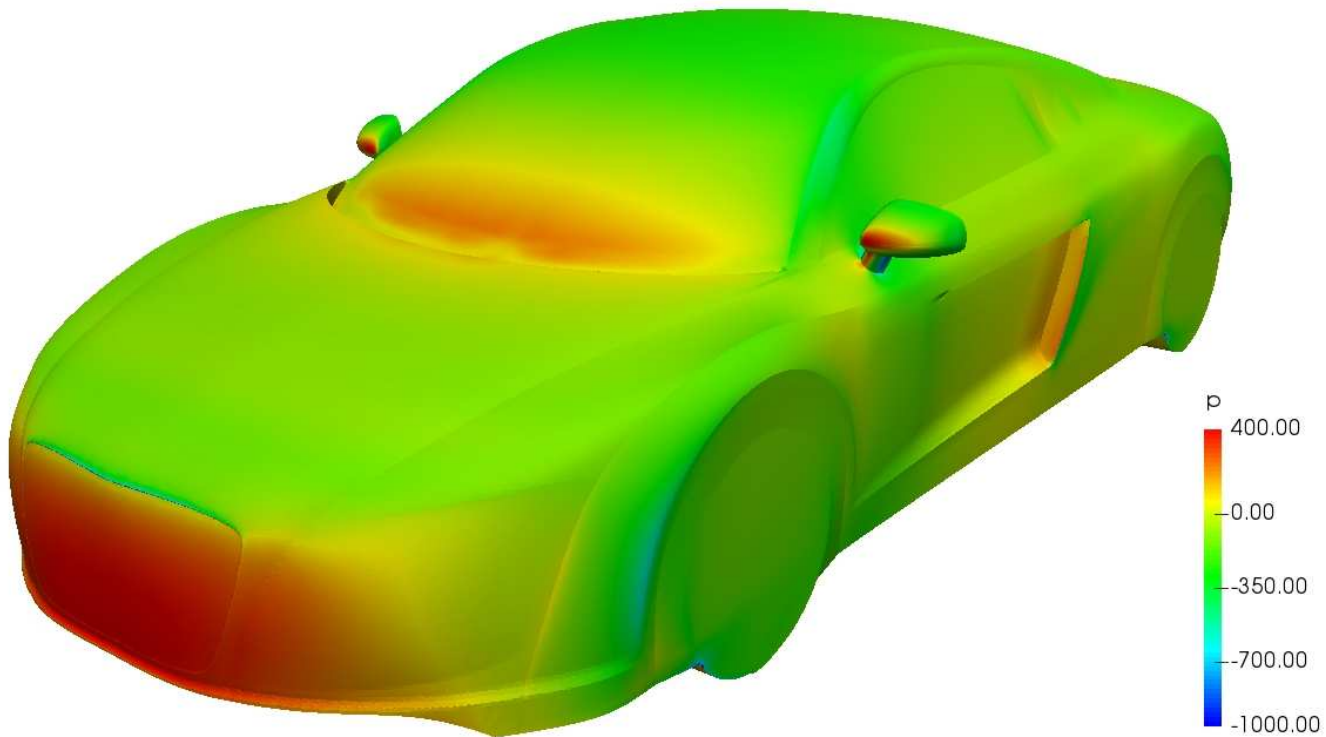
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – ciśnienie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

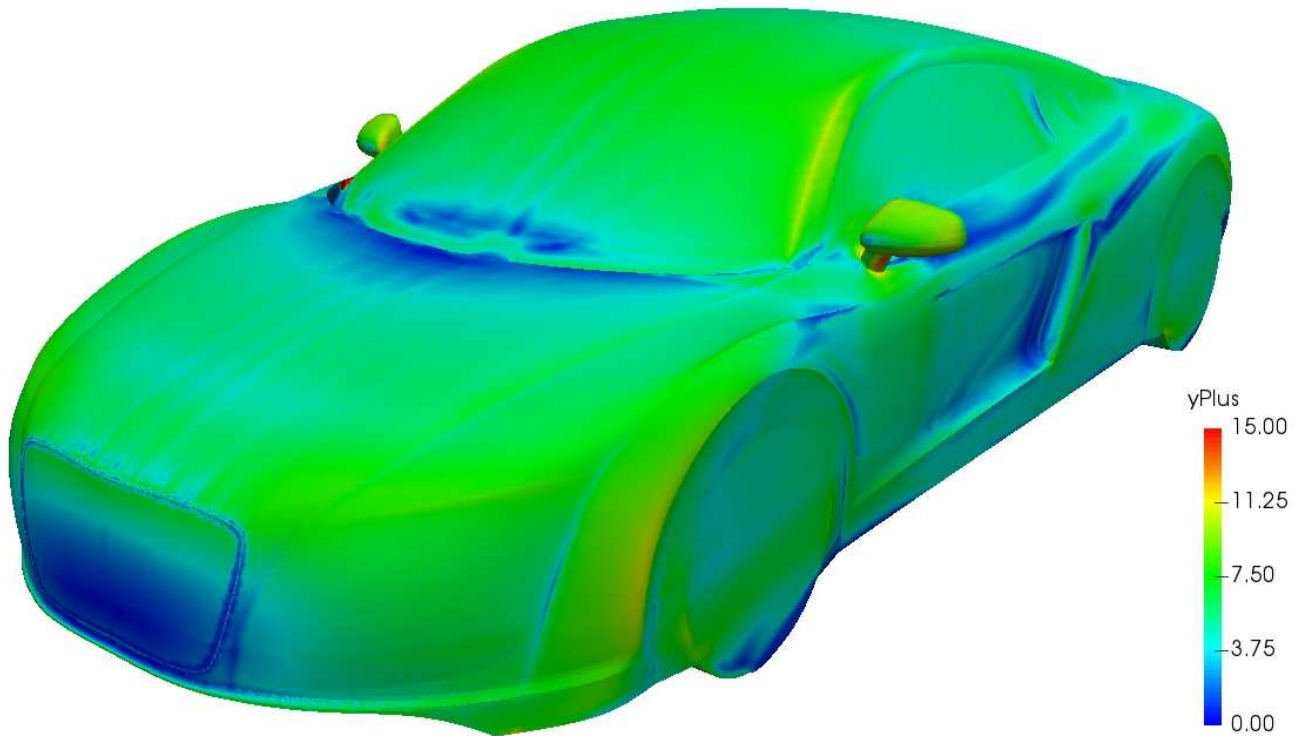
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – y^+



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

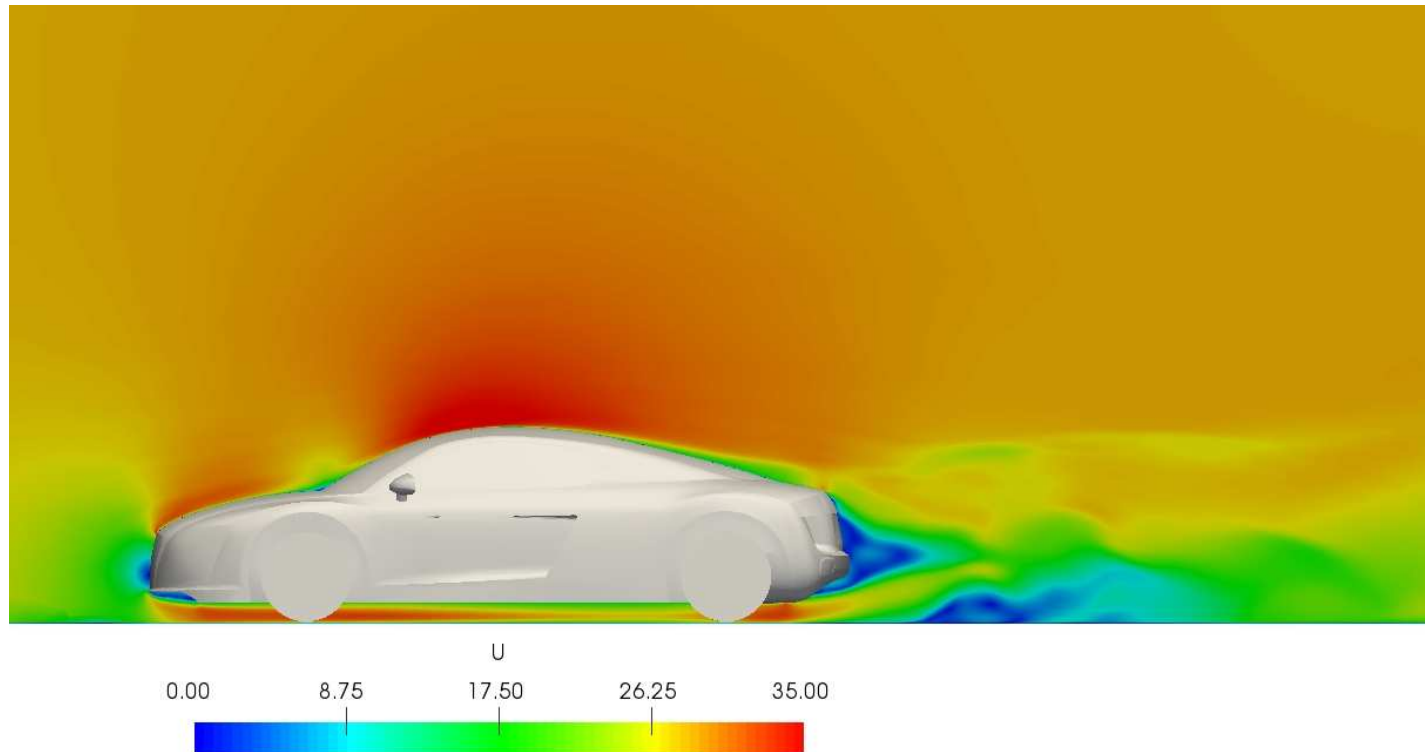
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – prędkość



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

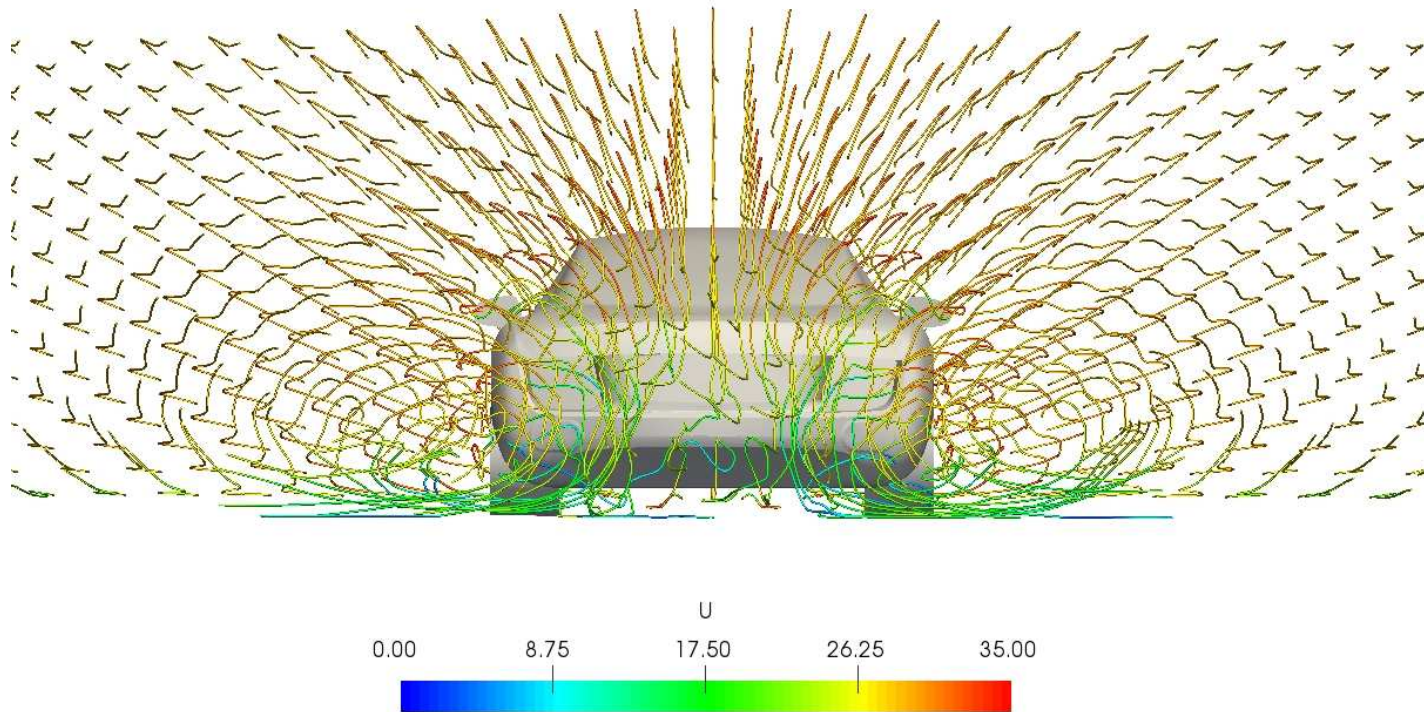
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – linie prądu



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

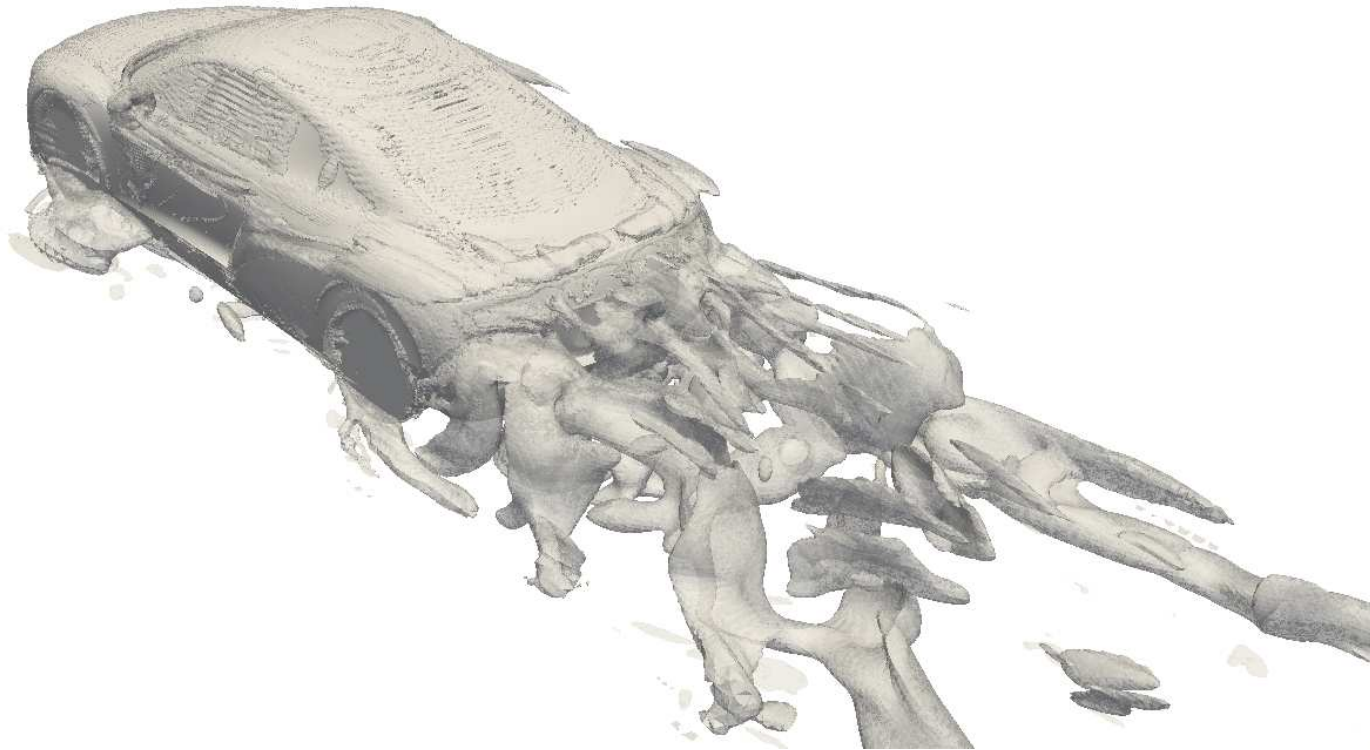
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – wiry



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

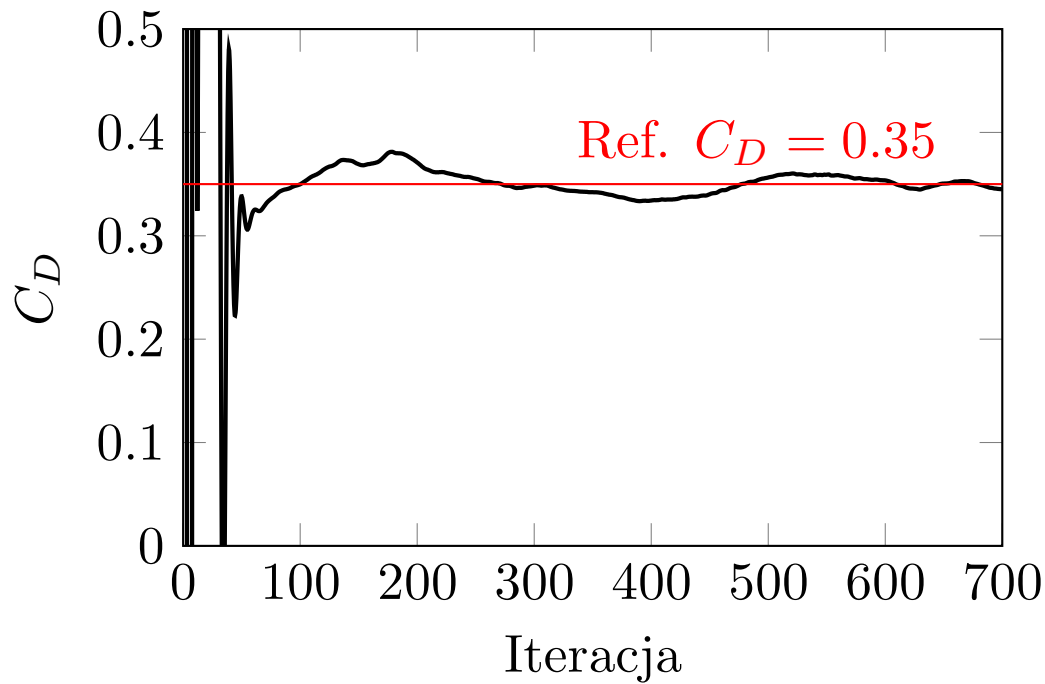
Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – współczynnik oporu

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2 A} \quad (74)$$



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

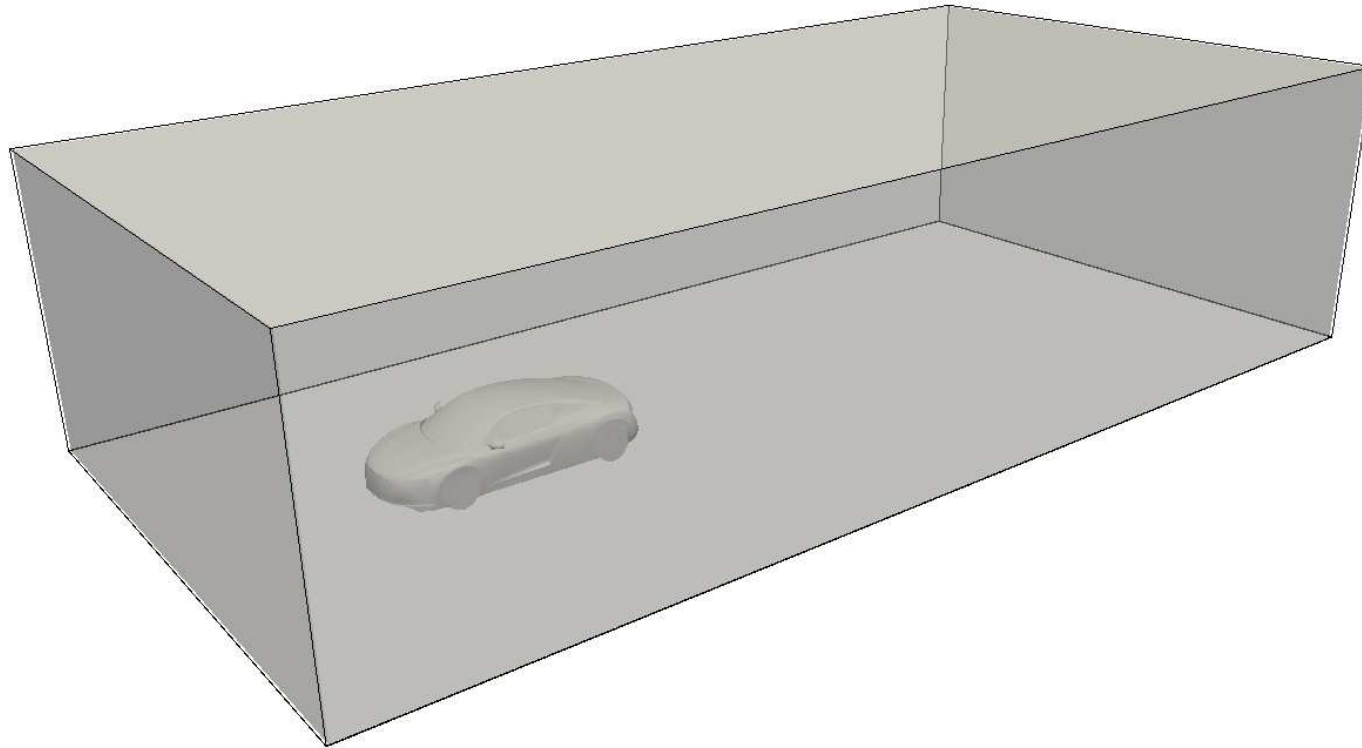
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

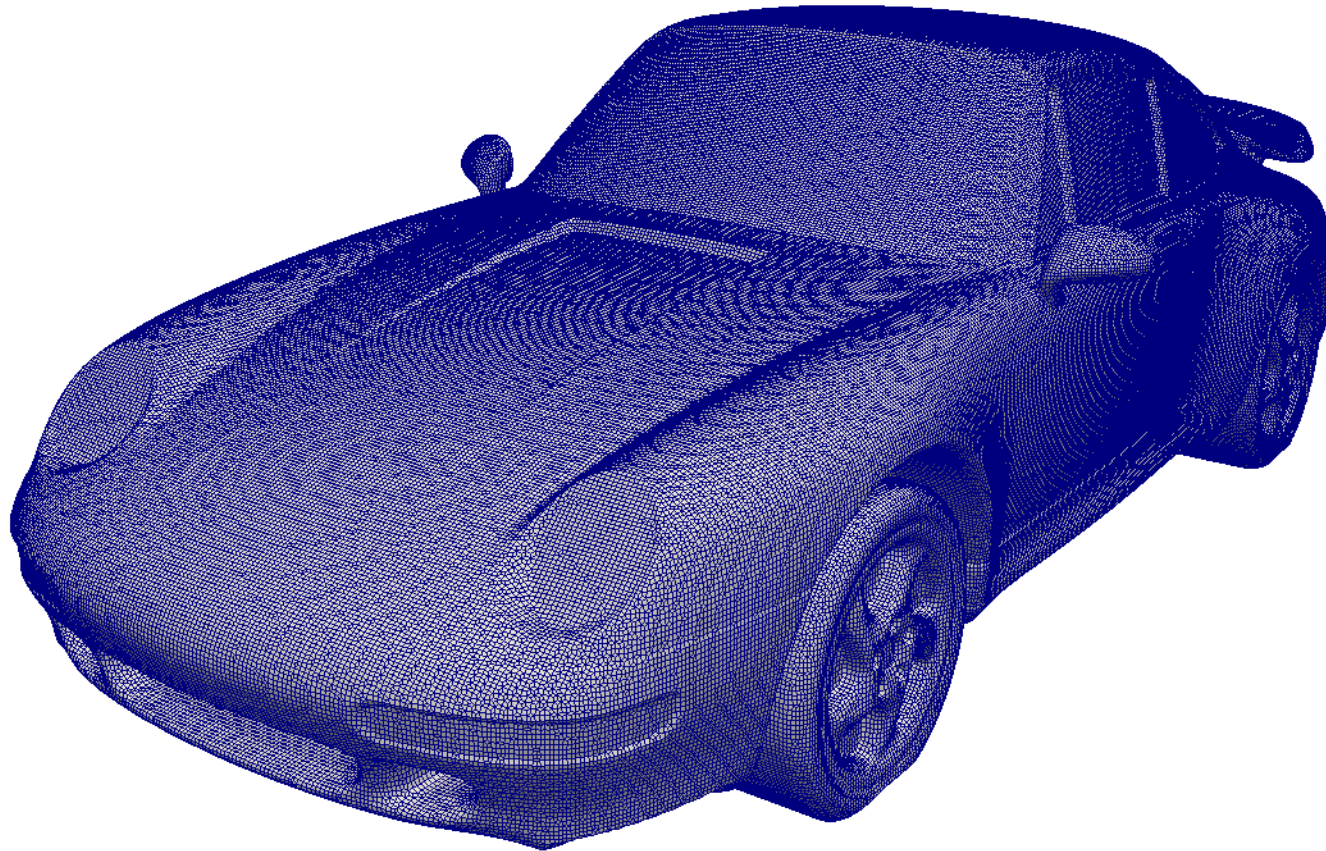
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – siatka



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

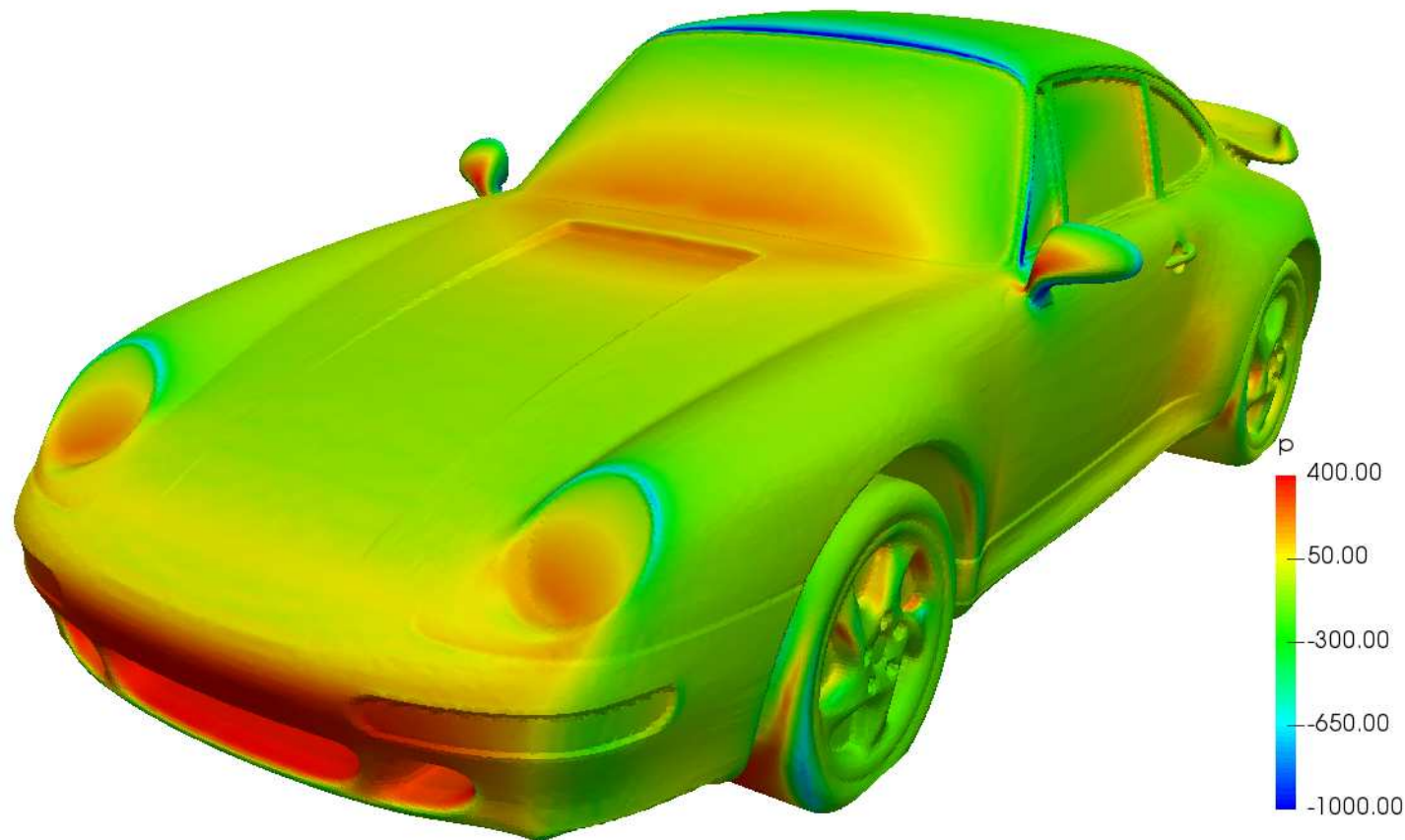
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – ciśnienie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

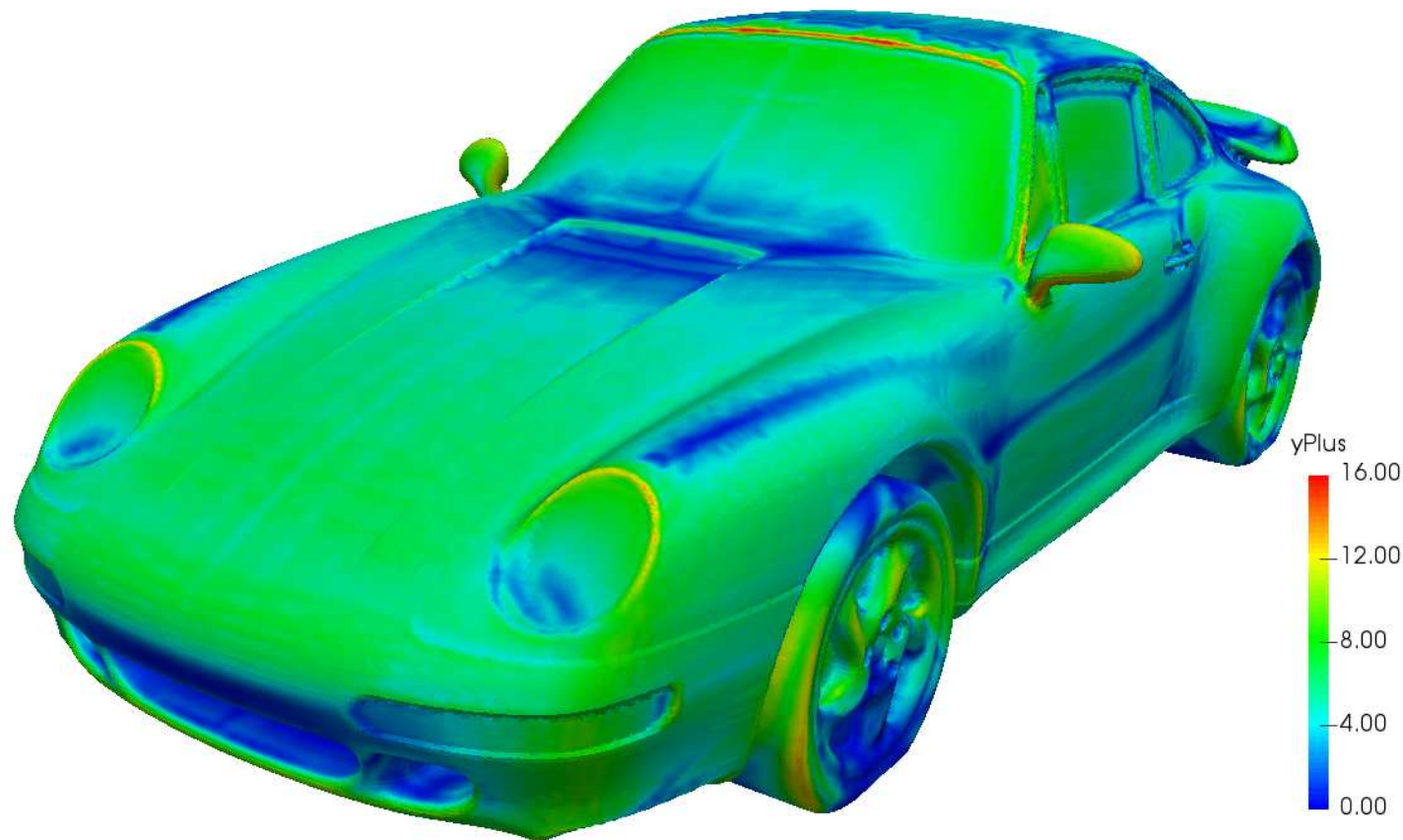
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – y^+



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

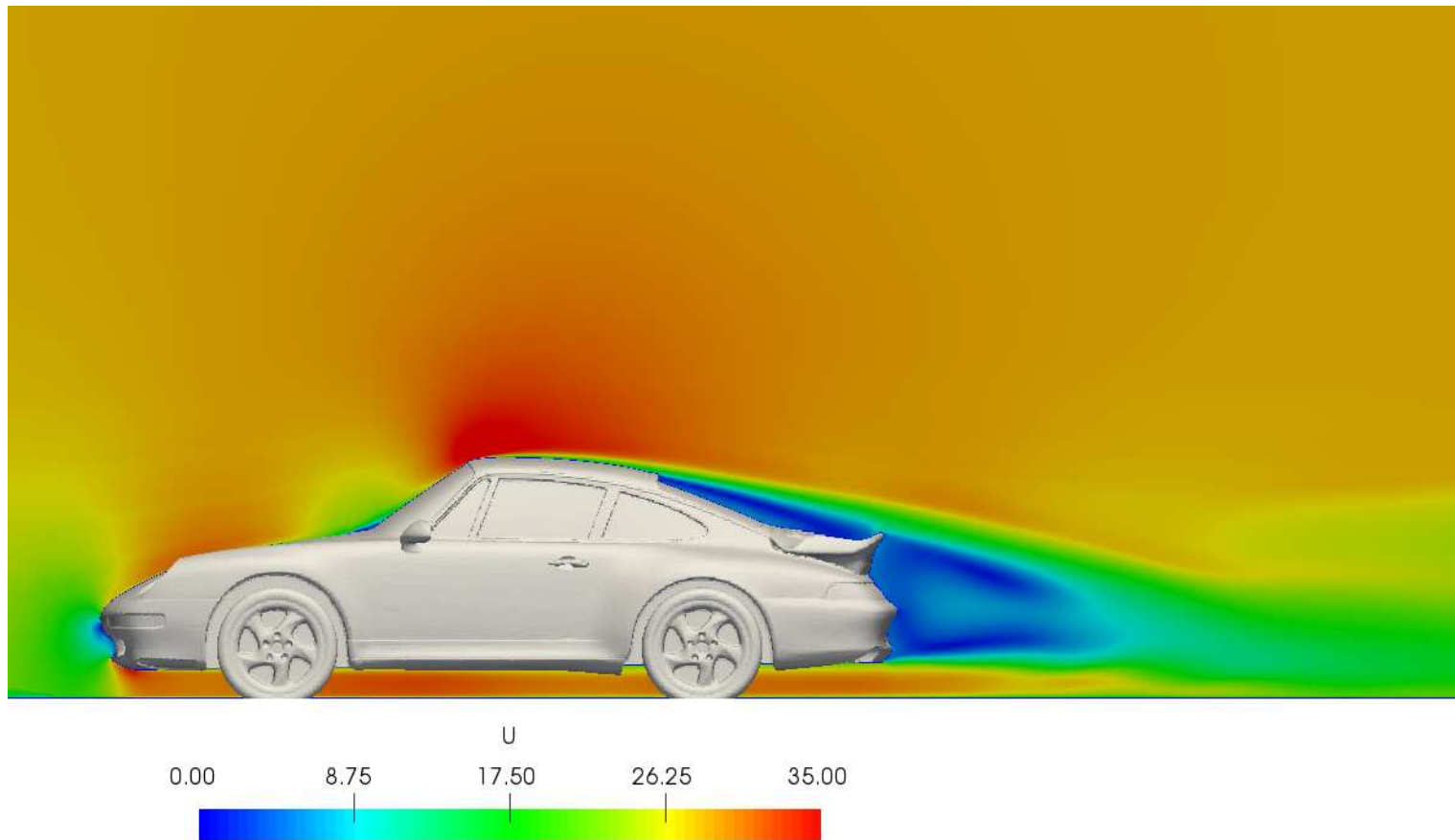
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – prędkość



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

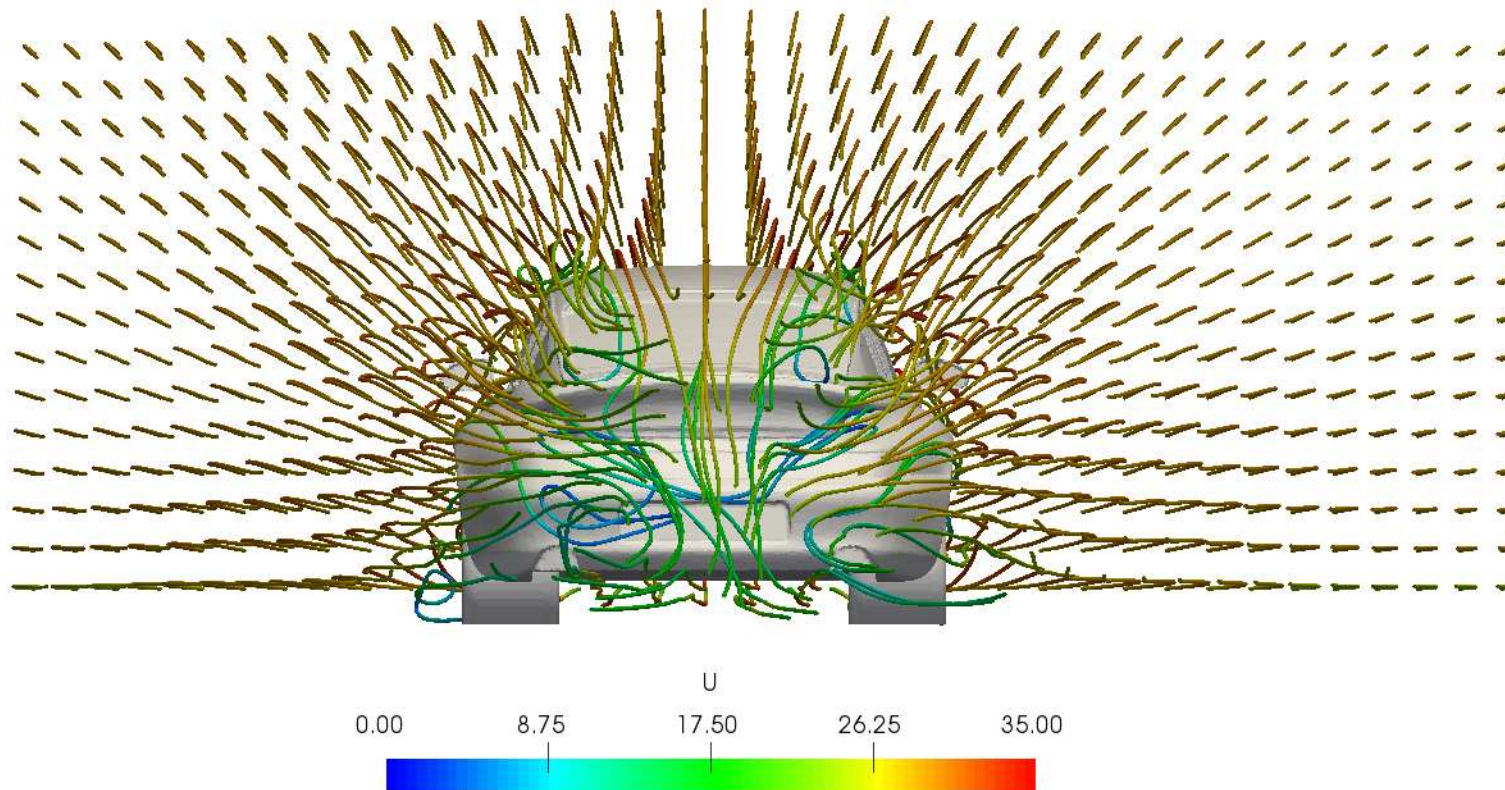
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – linie prądu



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

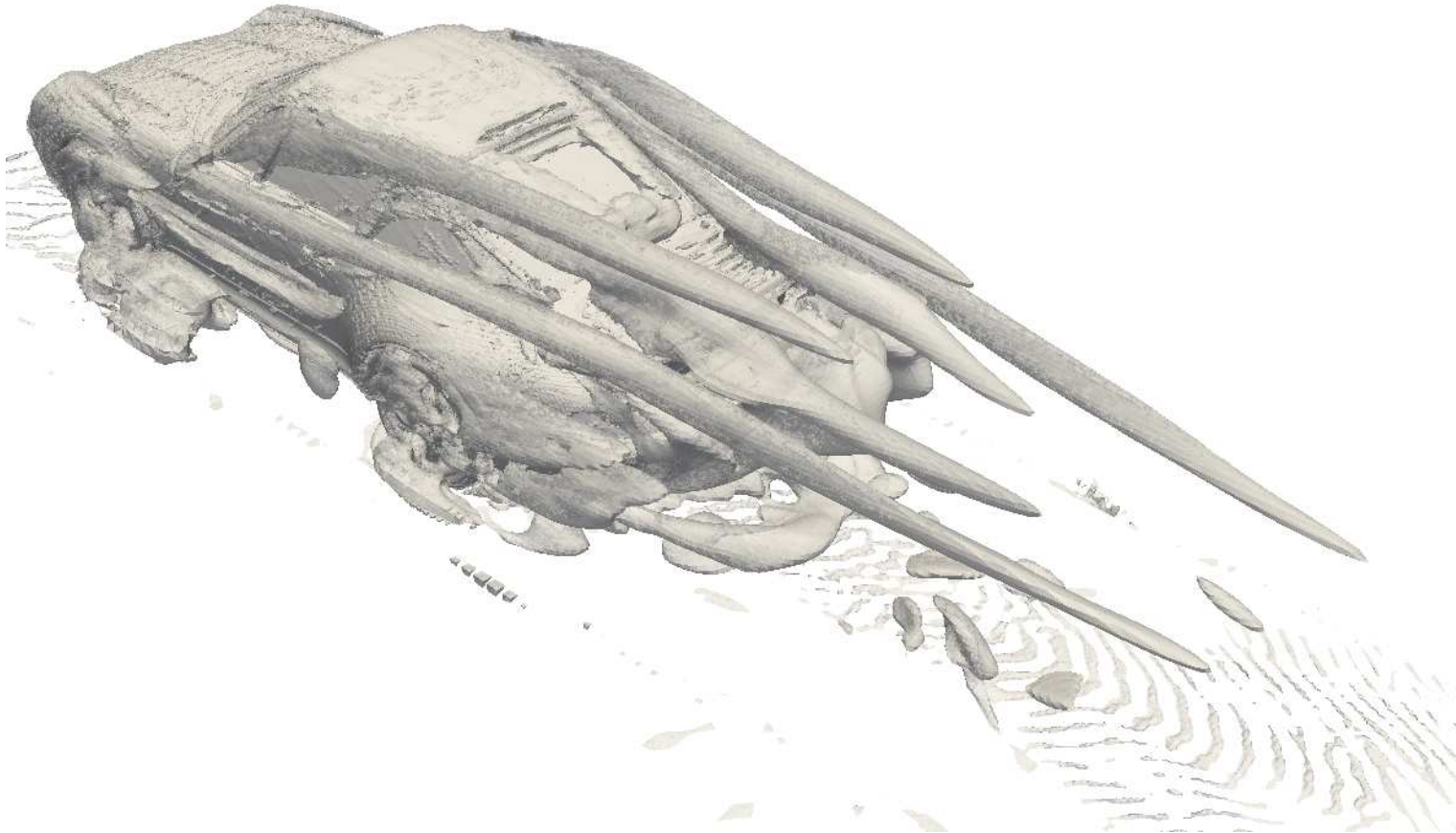
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – wiry



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

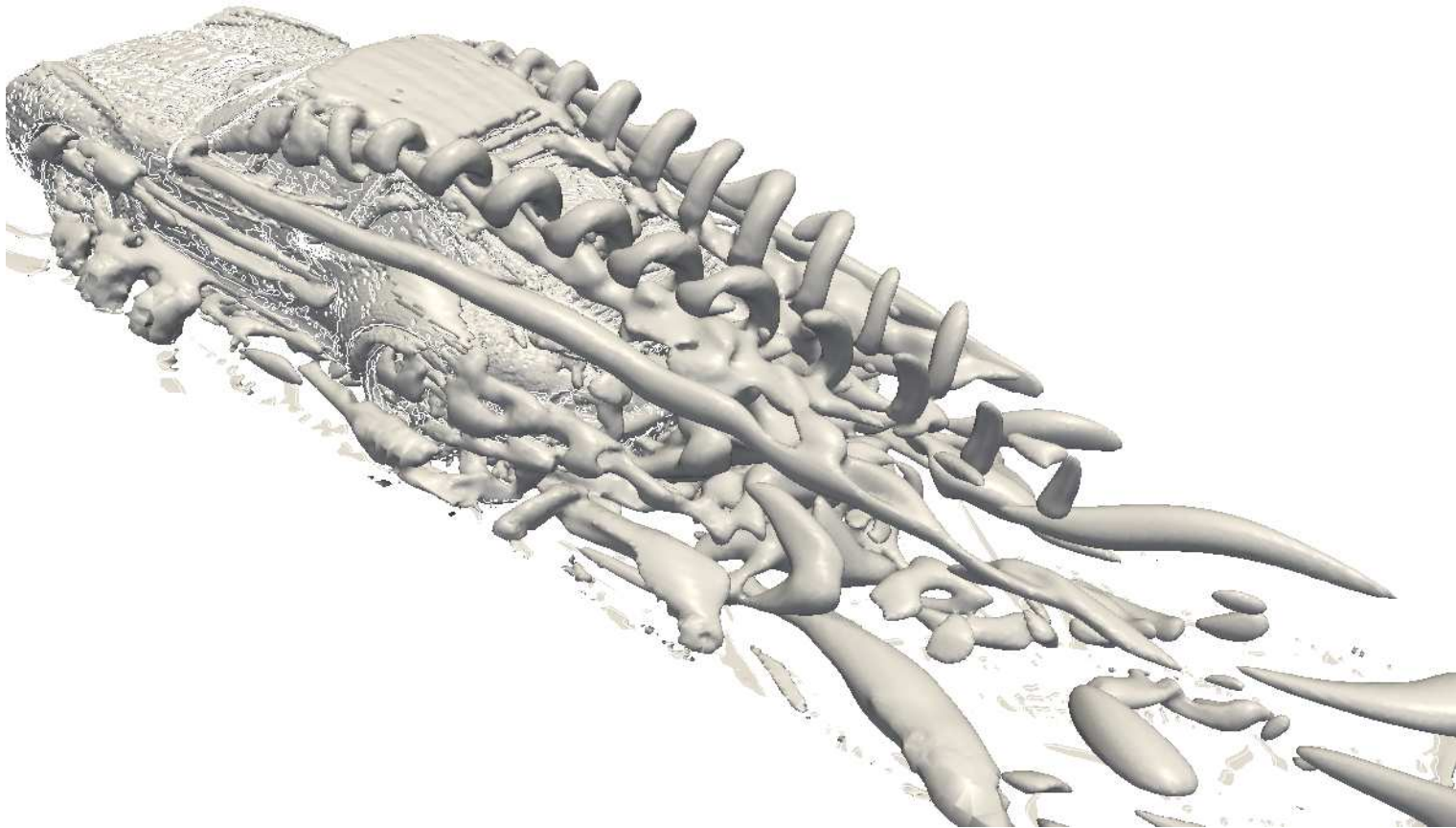
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – wiry



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – wiry



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

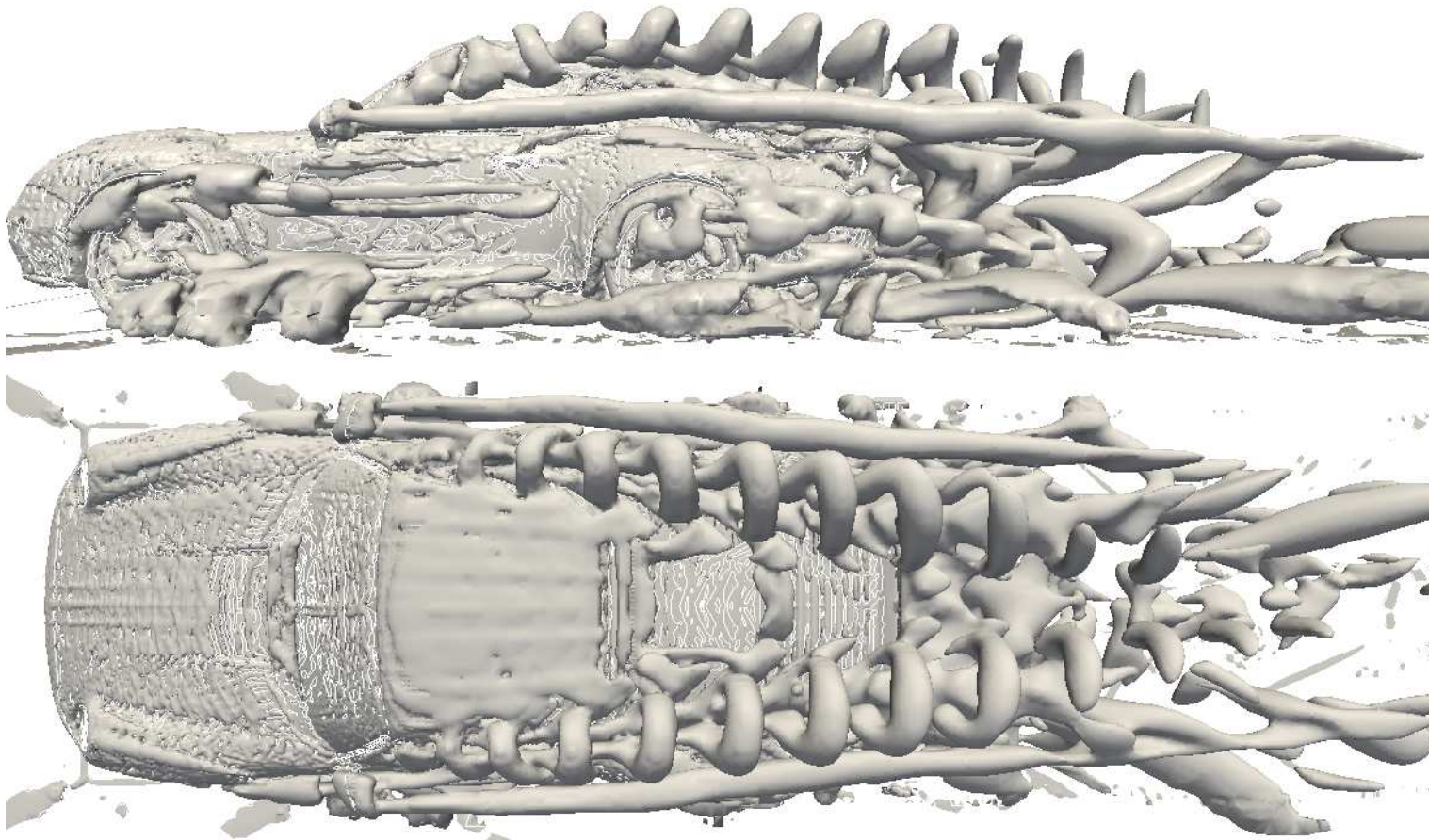
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – wiry



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

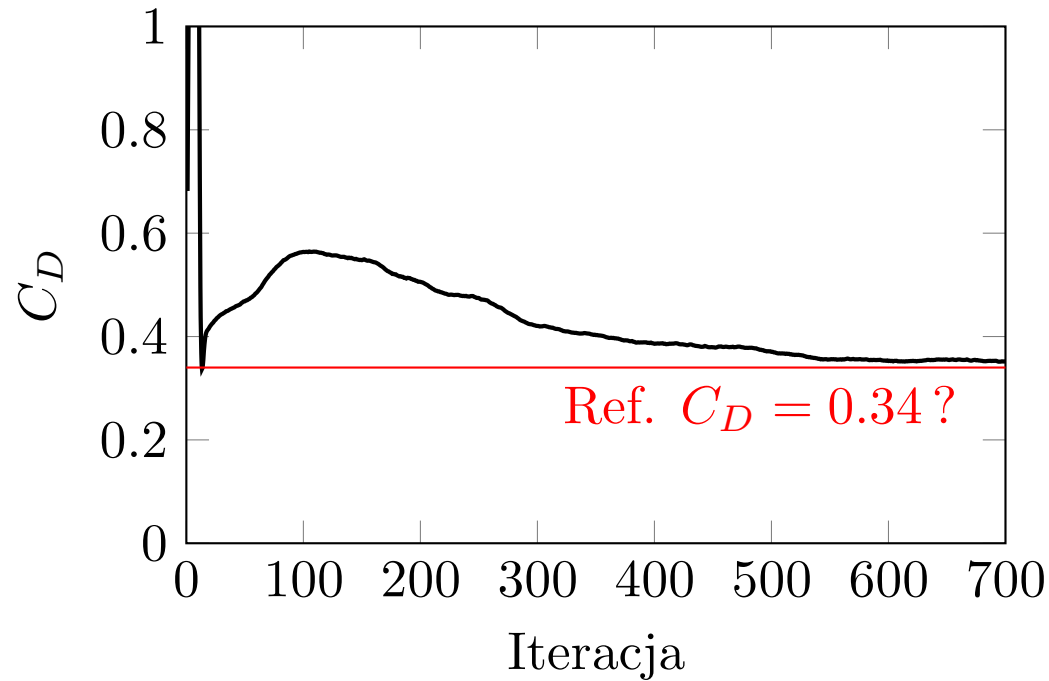
Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Samochód – współczynnik oporu

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2 A} \quad (75)$$



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

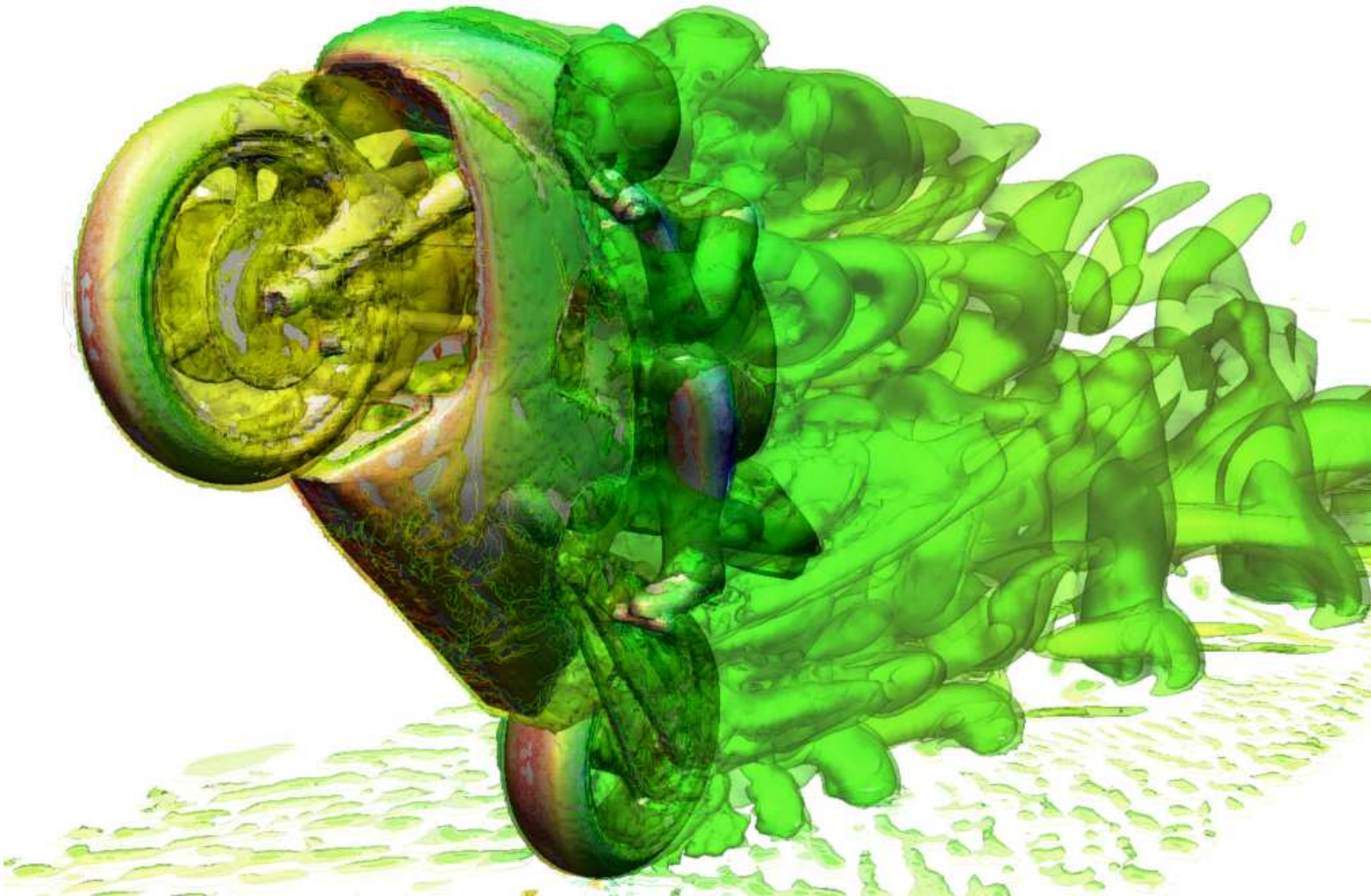
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

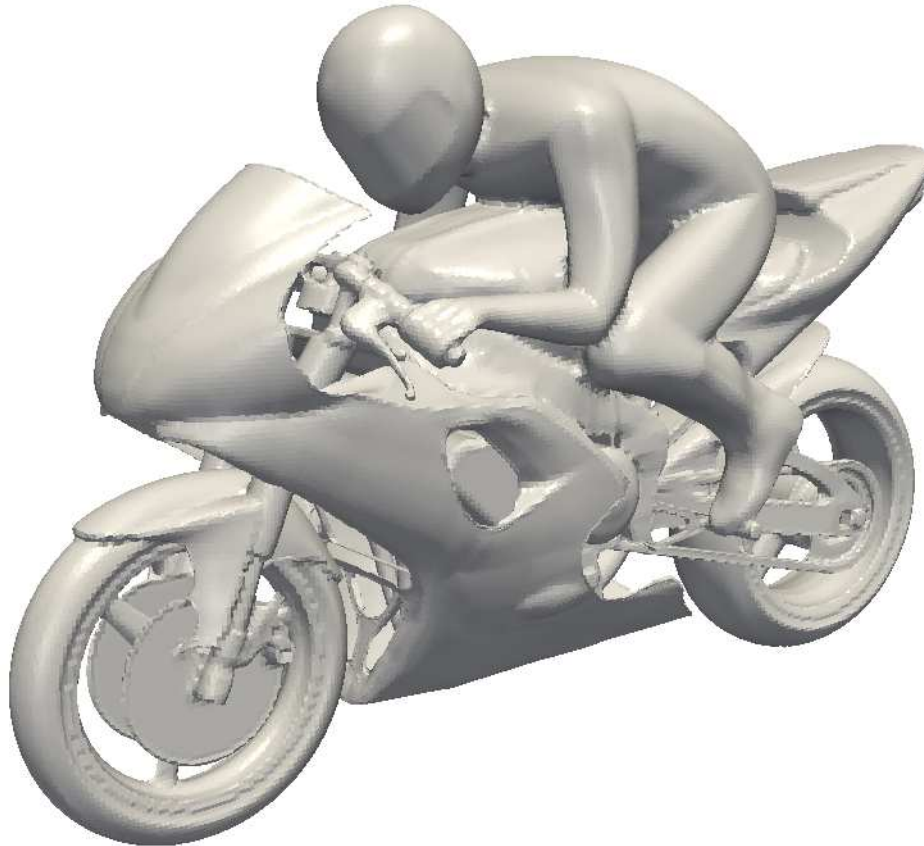
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

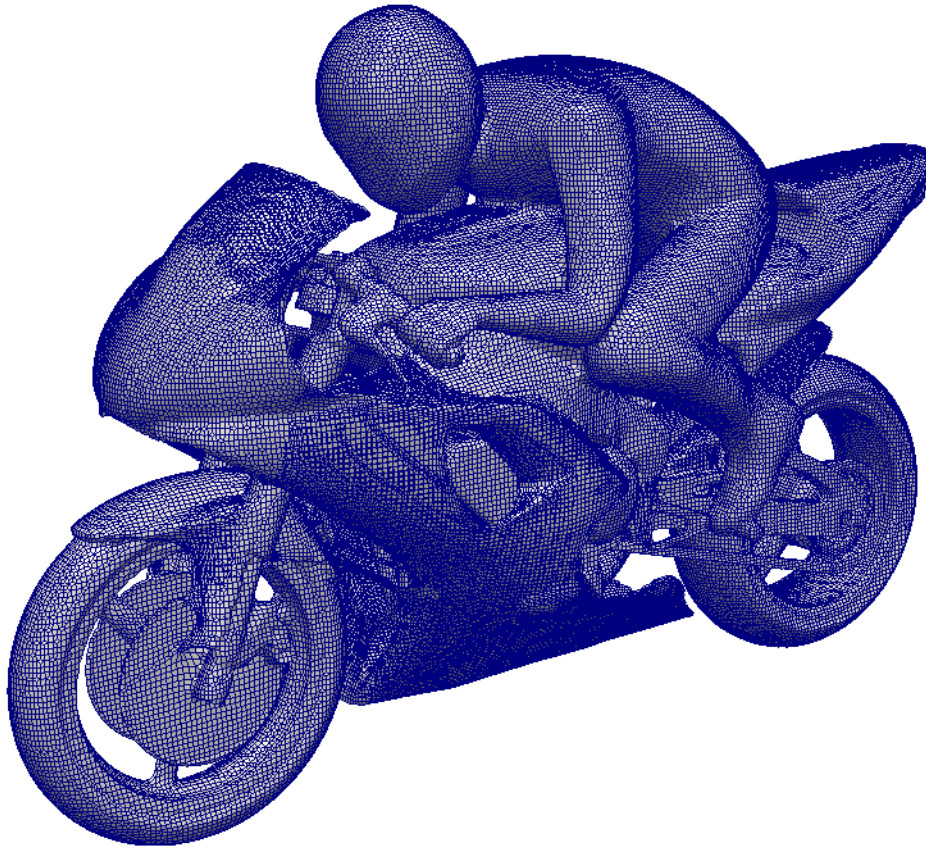
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

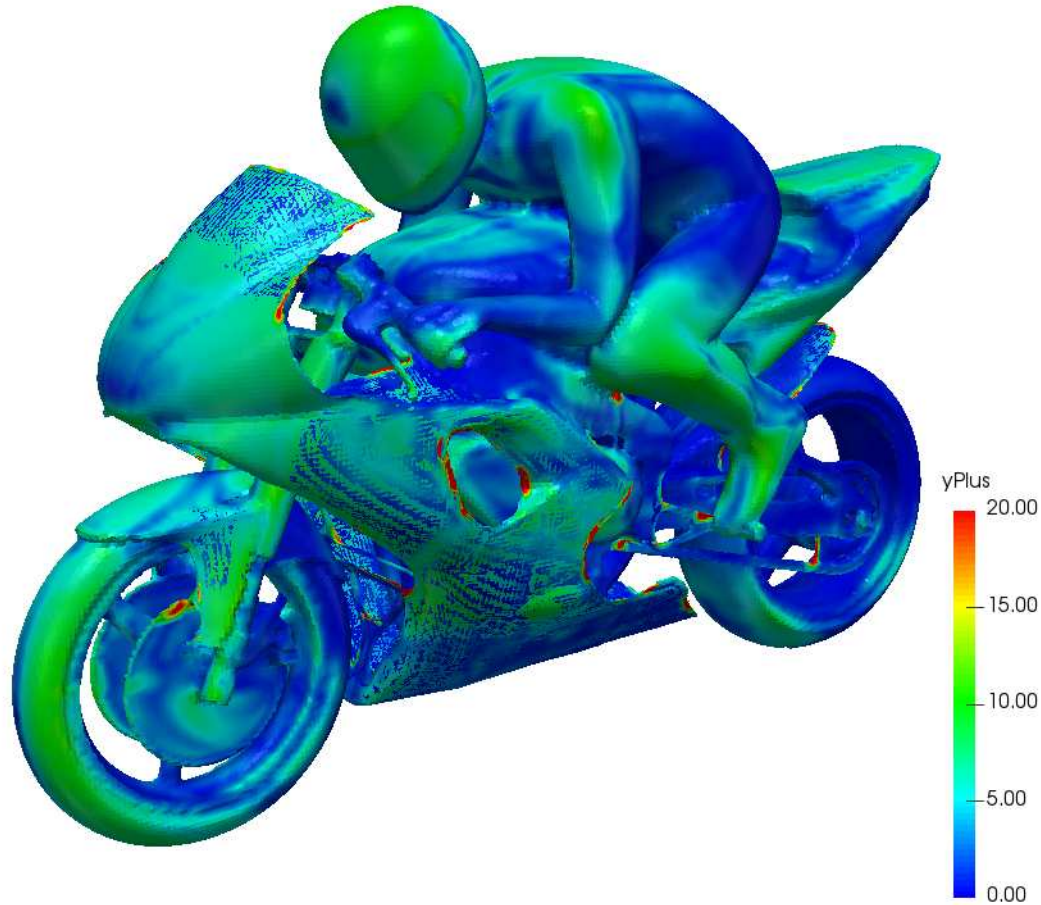
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

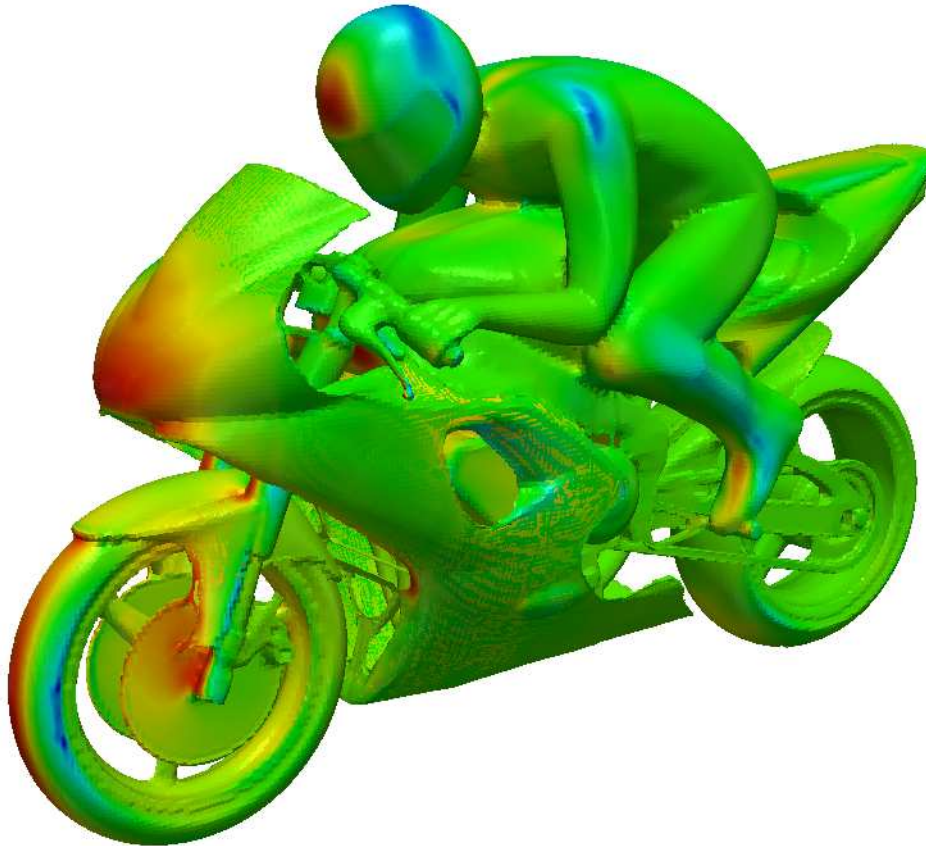
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

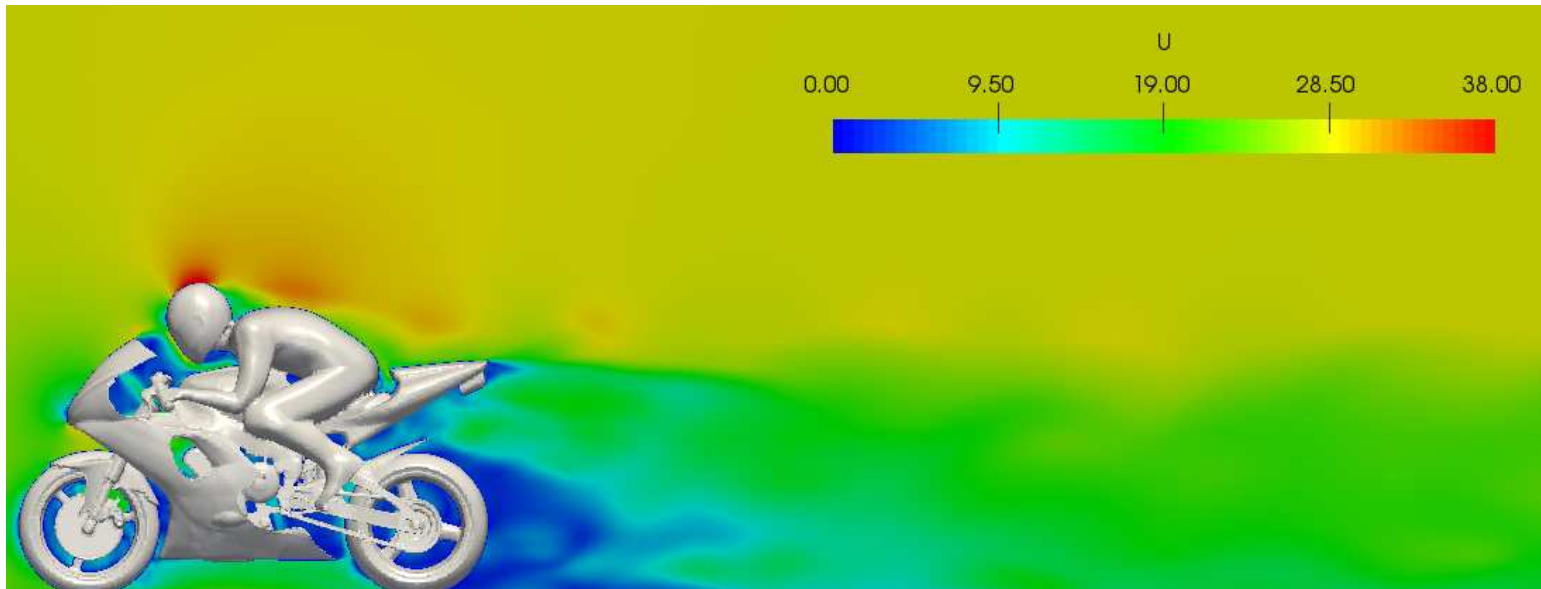
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

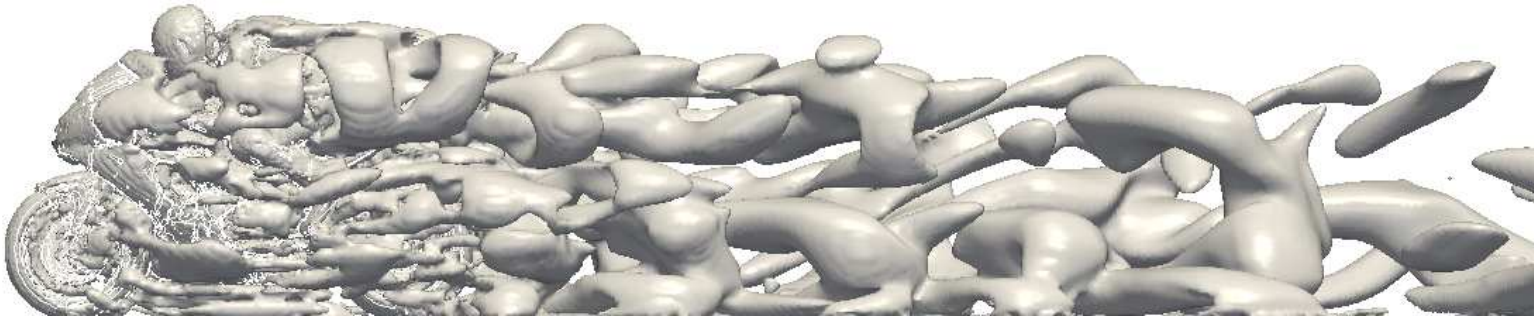
Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

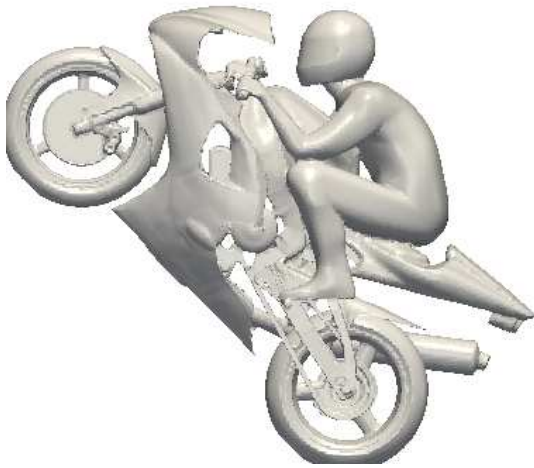
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

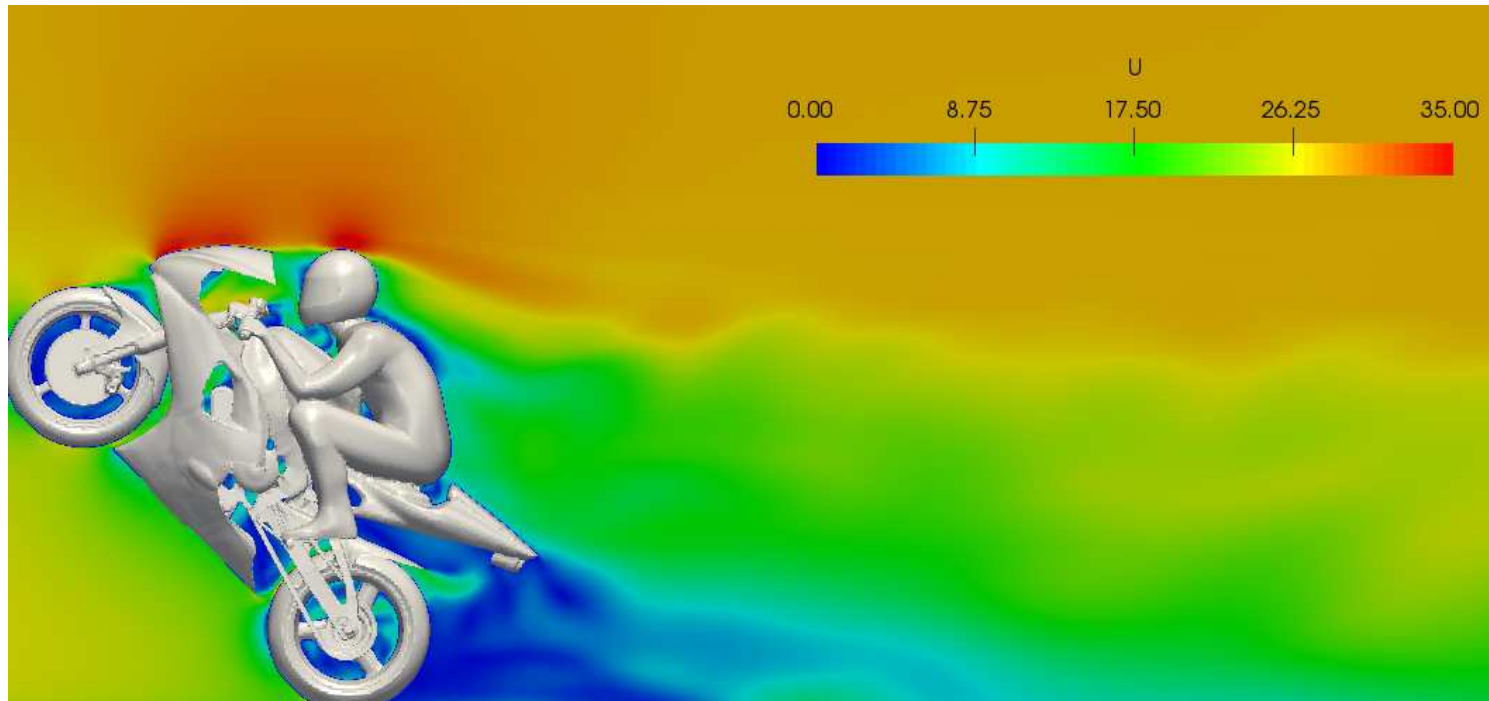
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

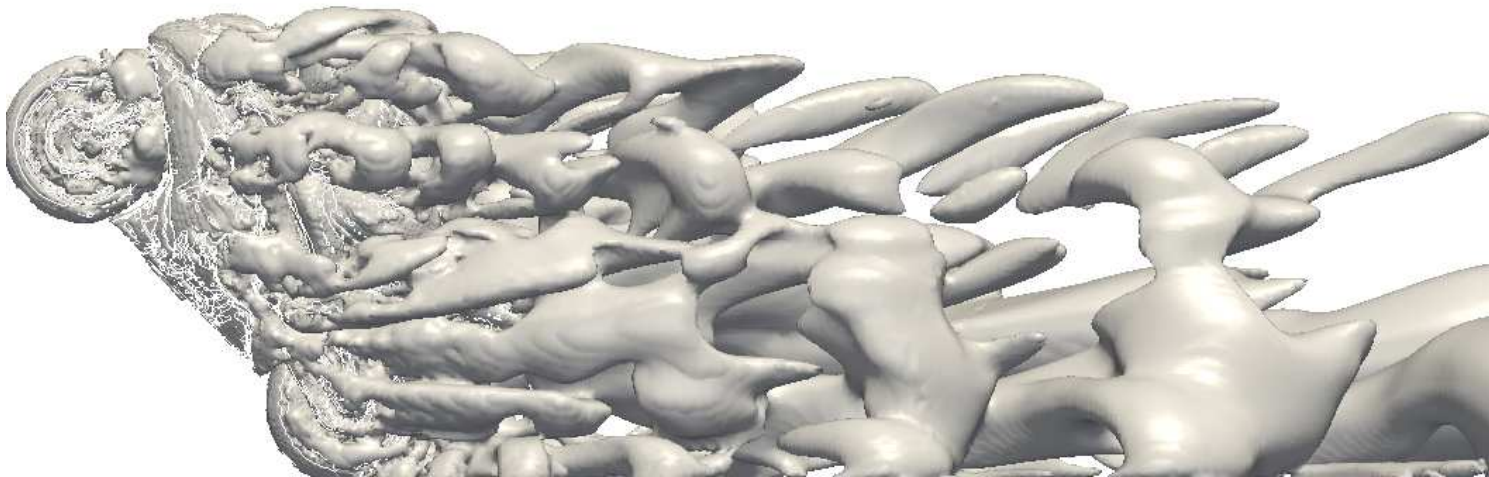
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

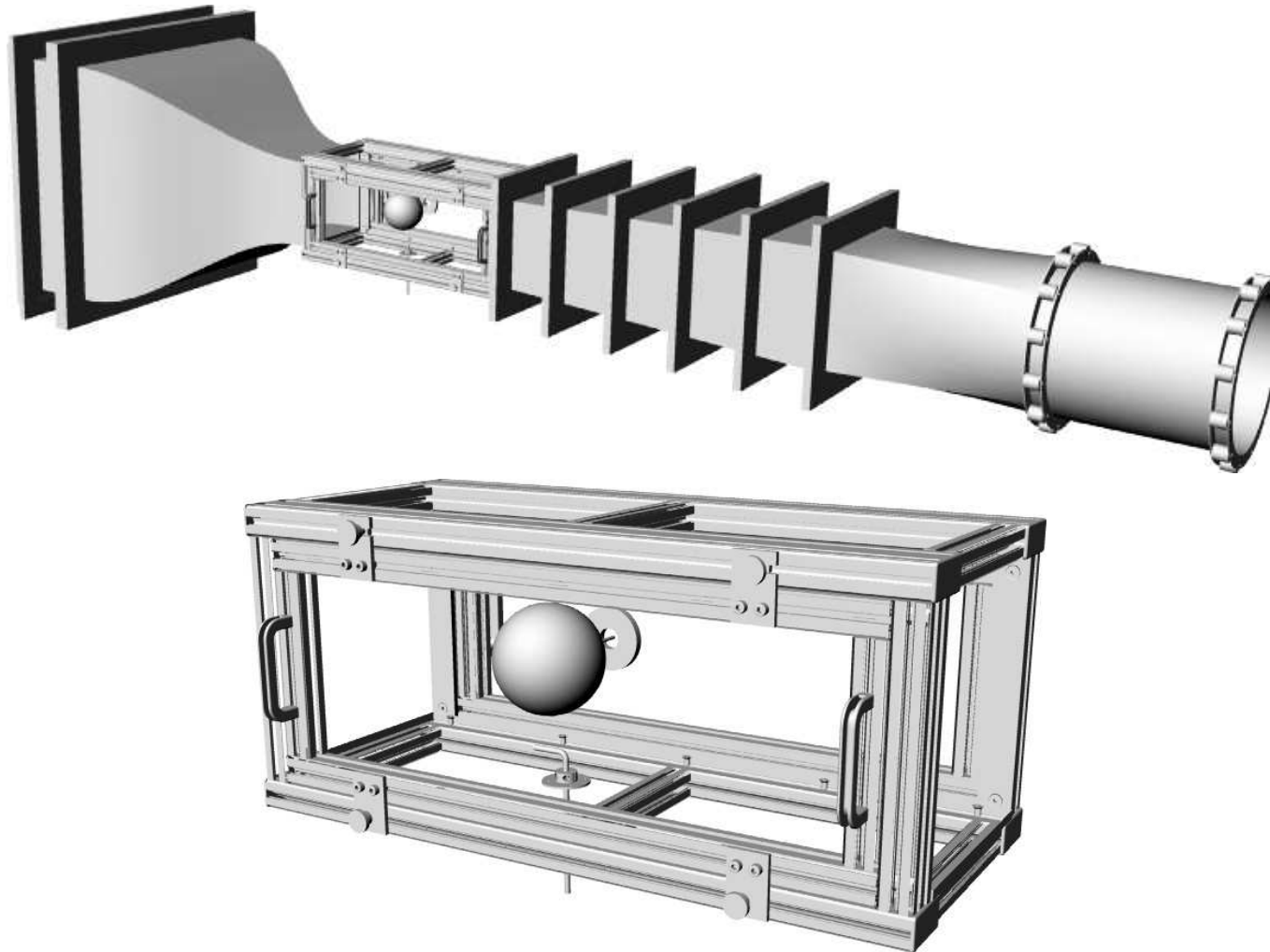
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Kula – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

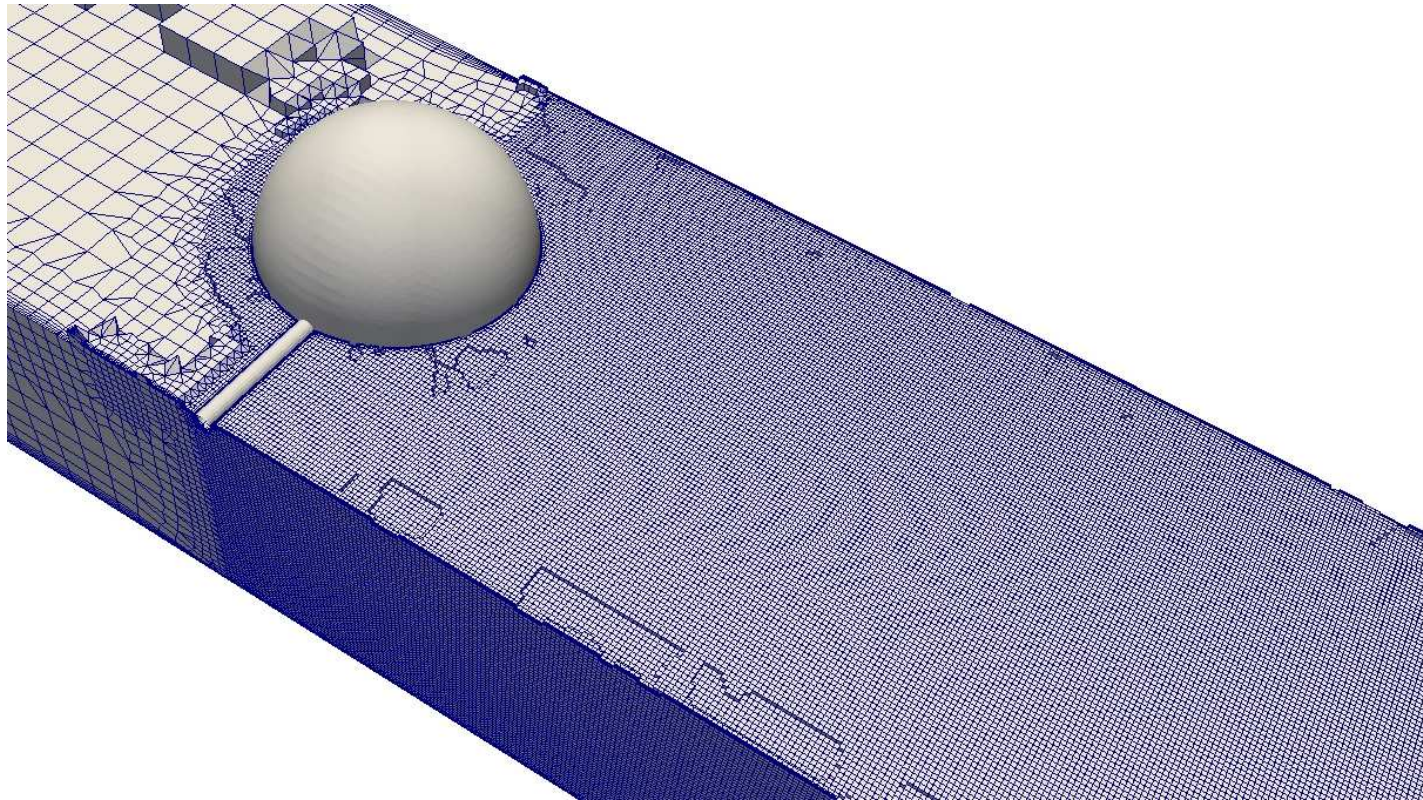
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

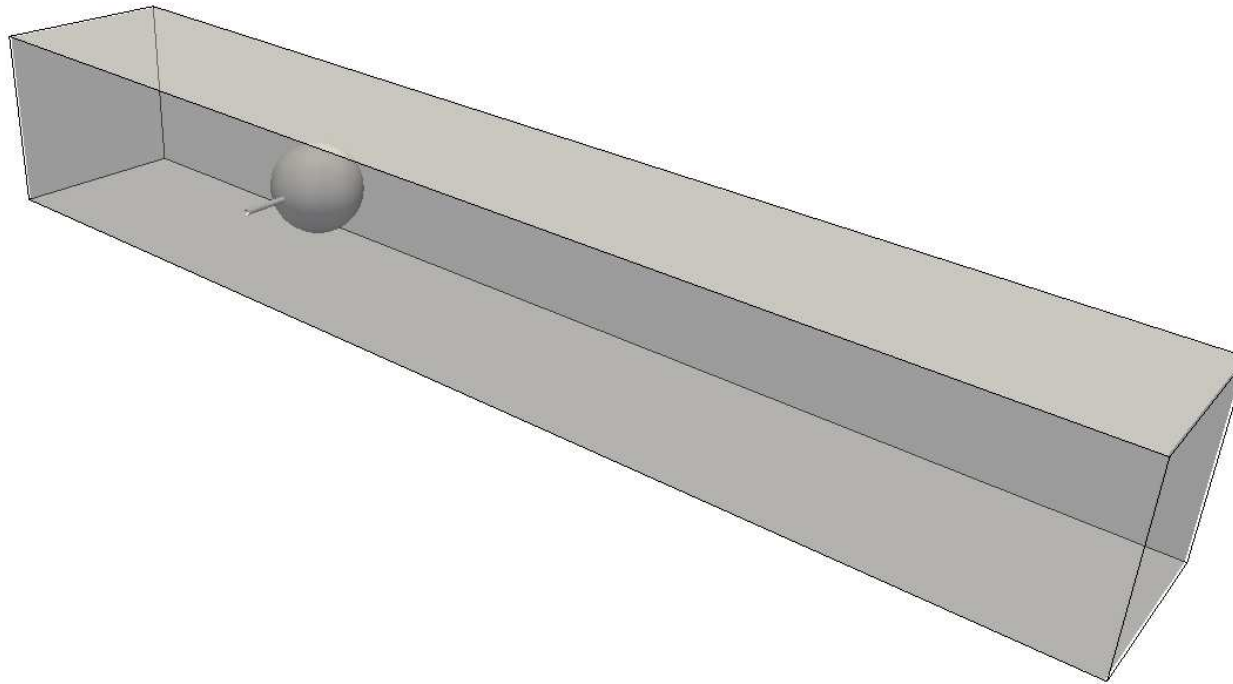
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Kula – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

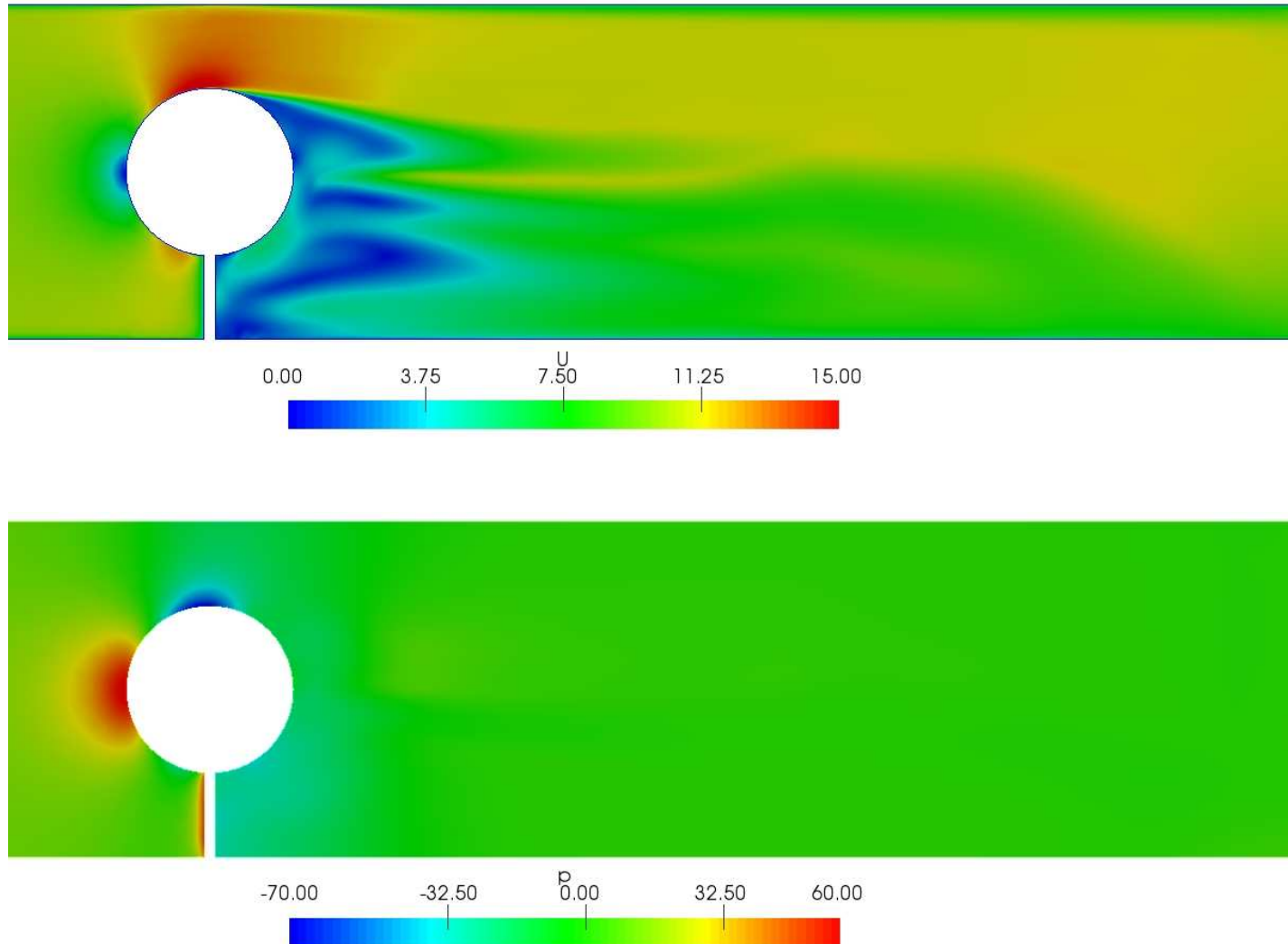
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Kula – prędkość i ciśnienie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

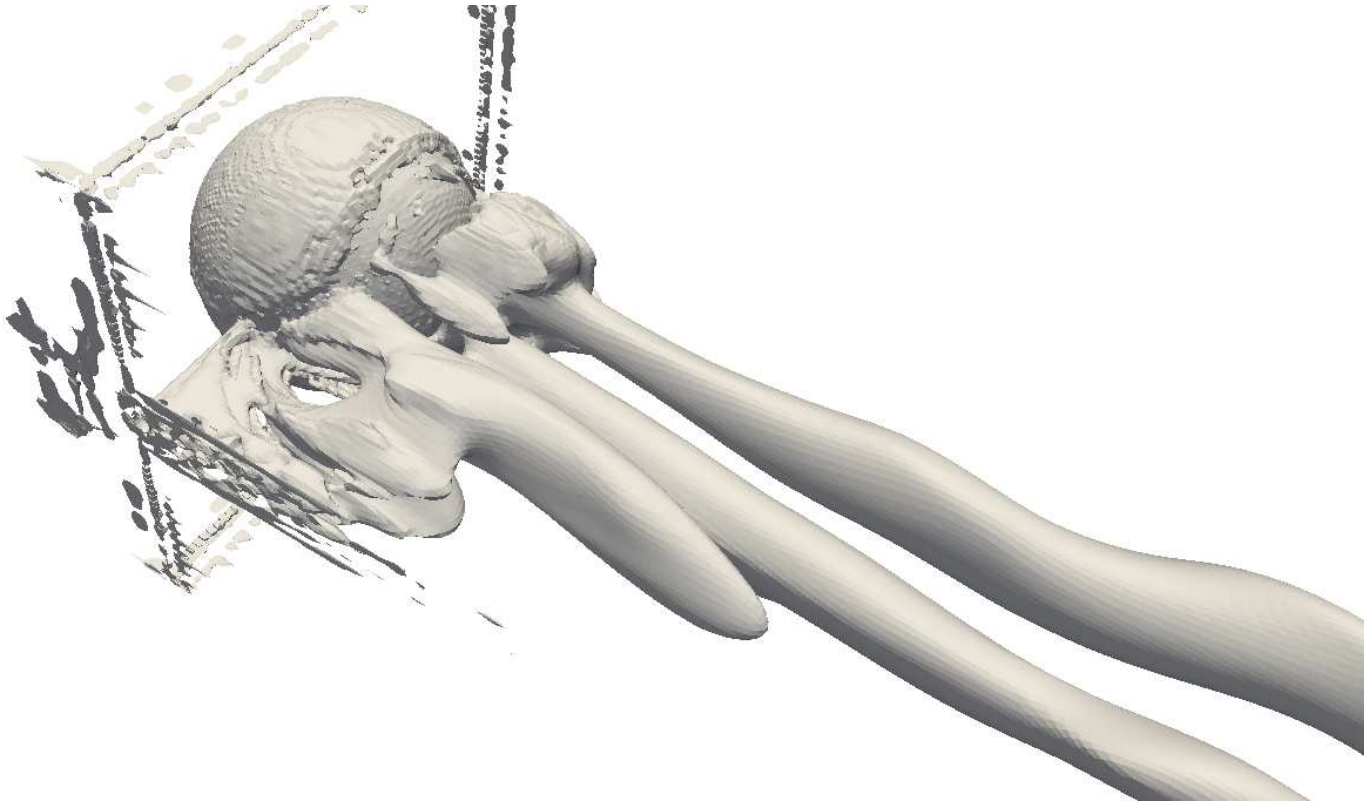
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

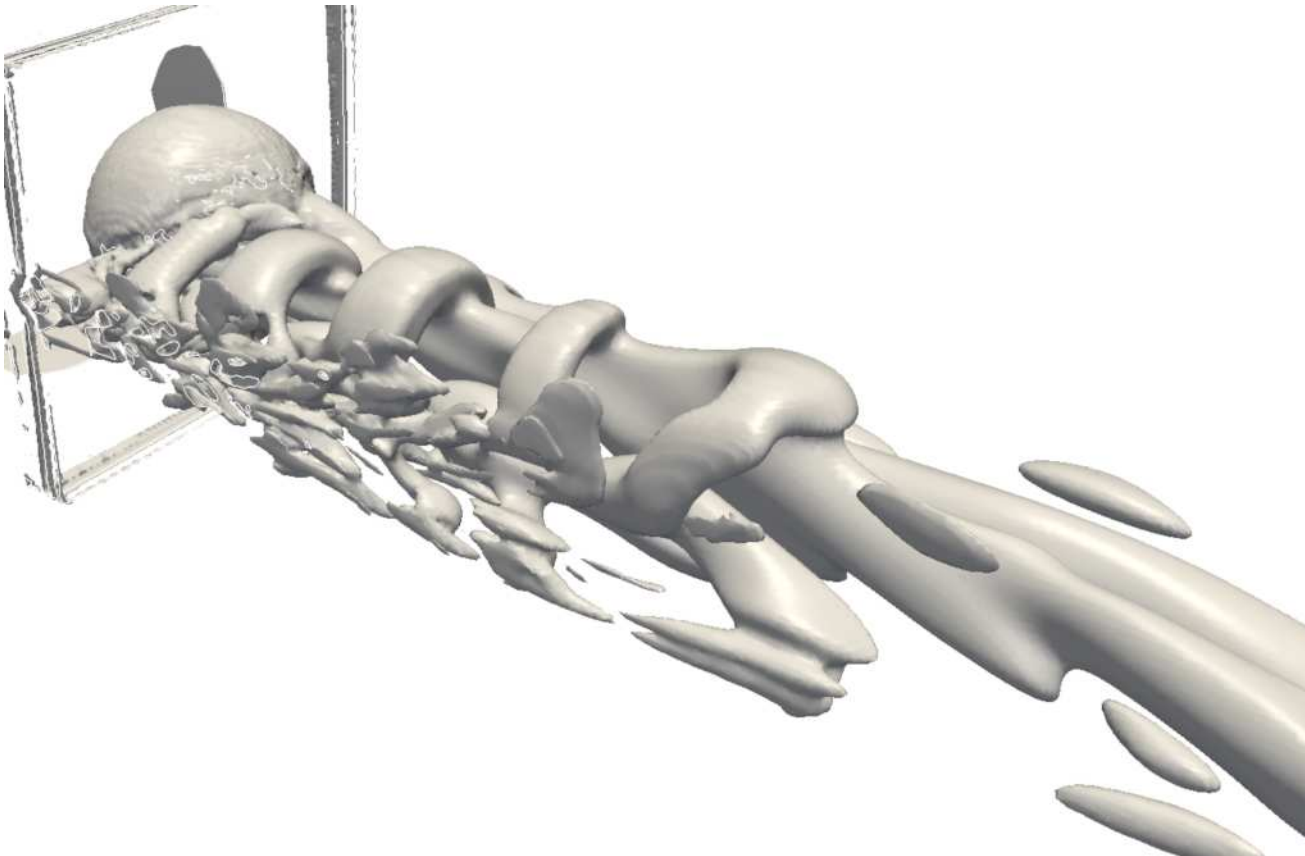
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

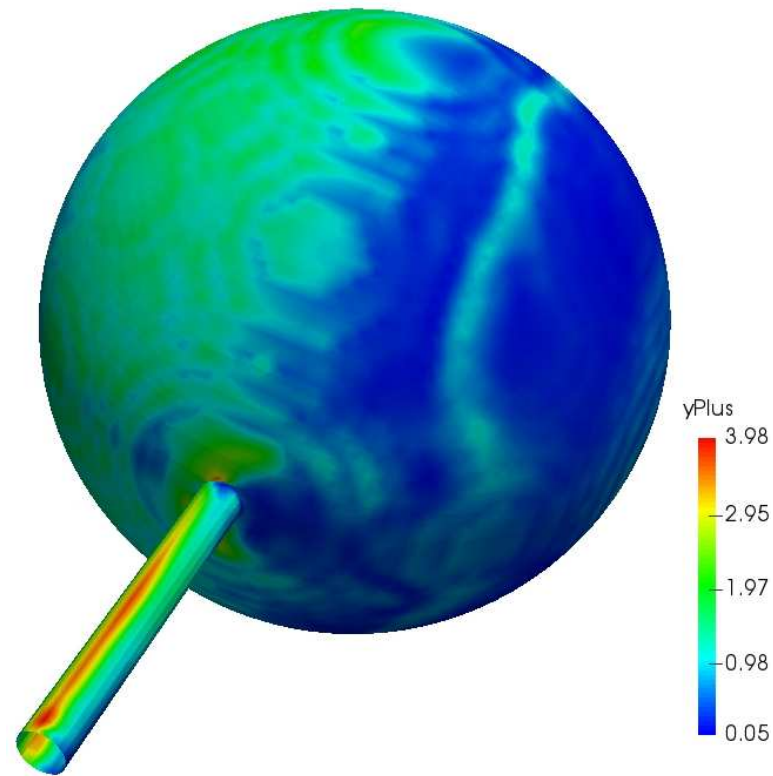
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

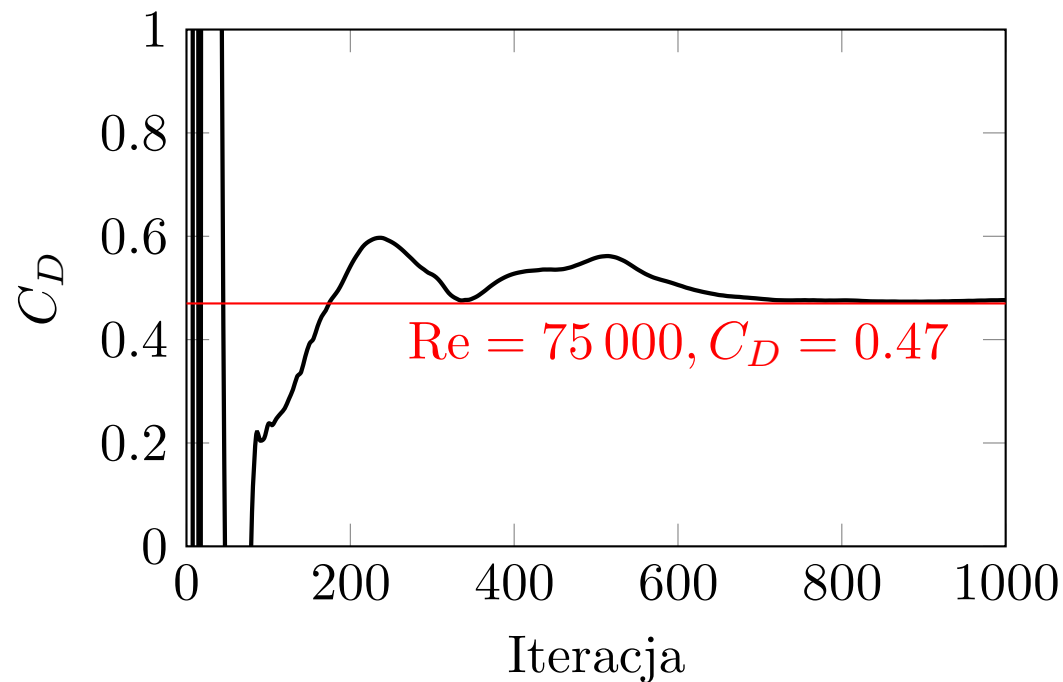
Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Kula – współczynnik oporu

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2 A}, \quad A = \frac{\pi D^2}{4} \quad (76)$$



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

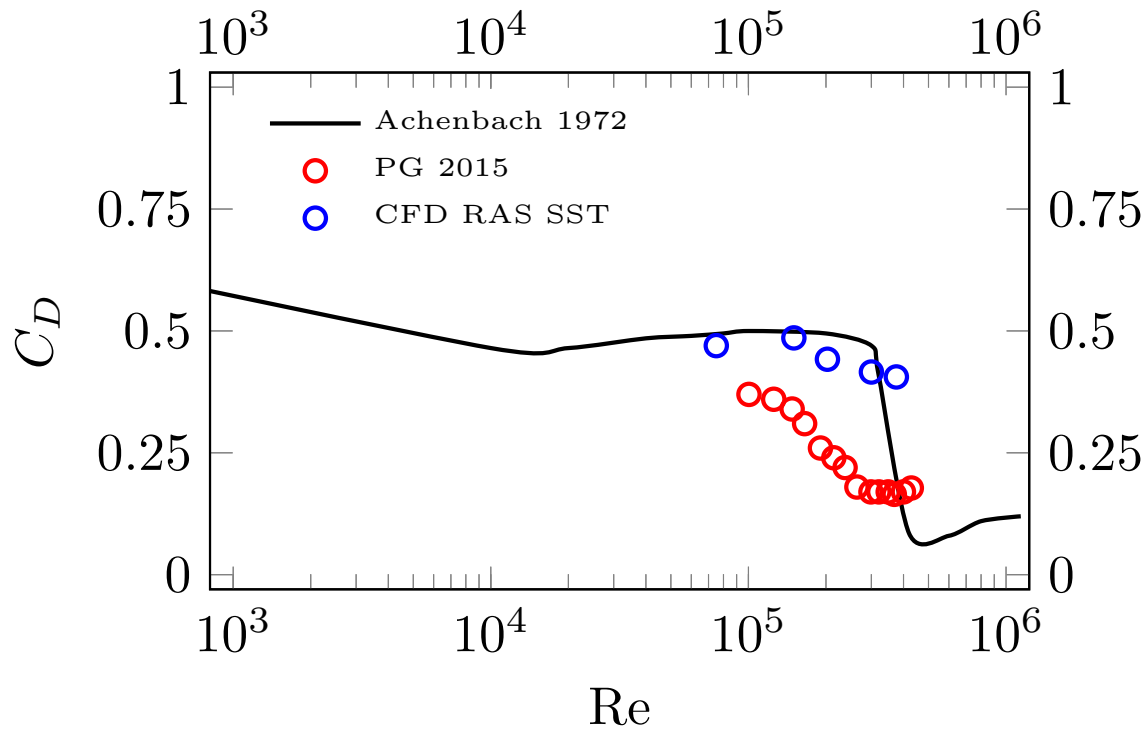
Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Kula – współczynnik oporu



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Cylinder – współczynniki

■ Współczynnik oporu

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2 A}, \quad A = D L \quad (77)$$

■ Współczynnik ciśnienia

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2} \quad (78)$$

Dla przepływu nielepkiego

$$C_p = 1 - 4 \sin^2 \alpha \quad (79)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

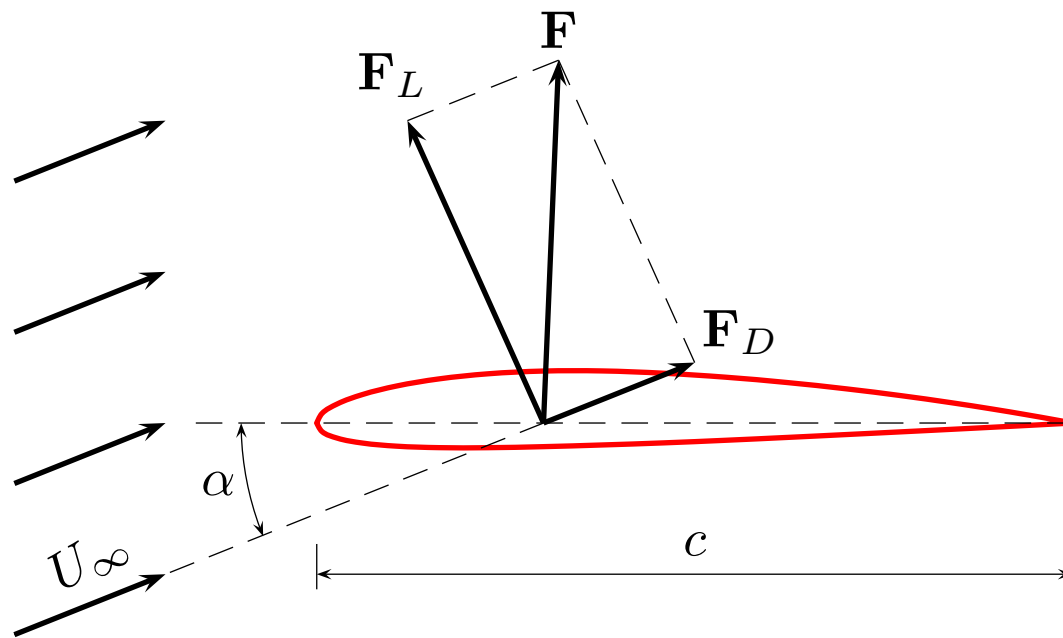
Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

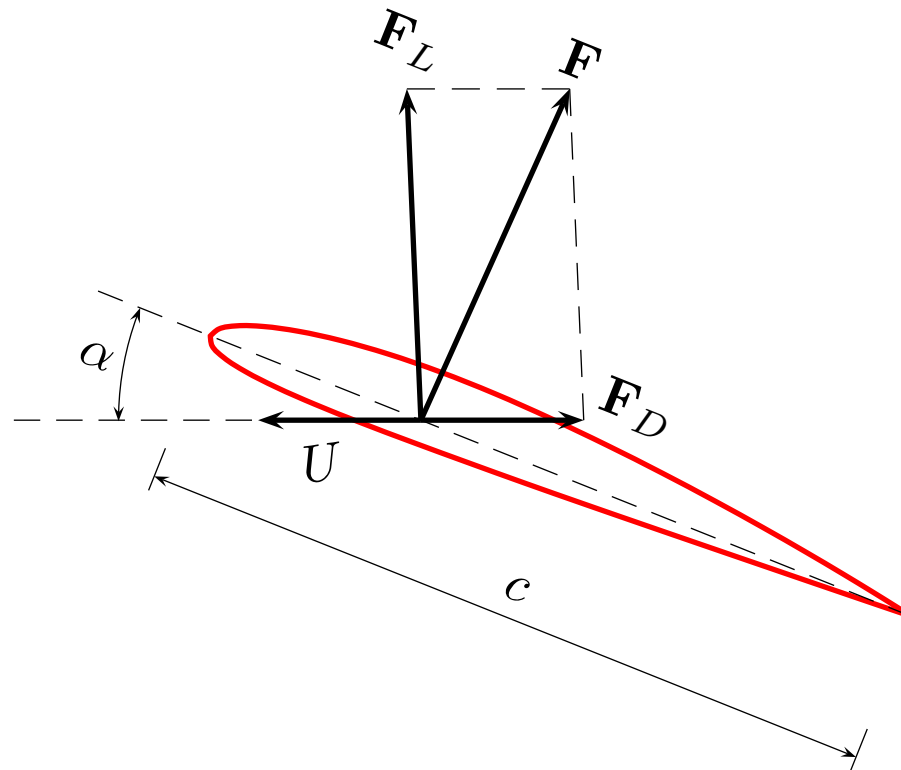
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

■ Współczynnik oporu

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2 A}, \quad A = b c \quad (80)$$

■ Współczynnik siły nośnej

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2 A} \quad (81)$$

■ Współczynnik doskonałości

$$C_X = \frac{C_L}{C_D} \quad (82)$$

■ Współczynnik momentu

$$C_M = \frac{M}{\frac{1}{2}\rho u_\infty^2 A c} \quad (83)$$

■ Biegunowa $C_L = f(C_D)$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

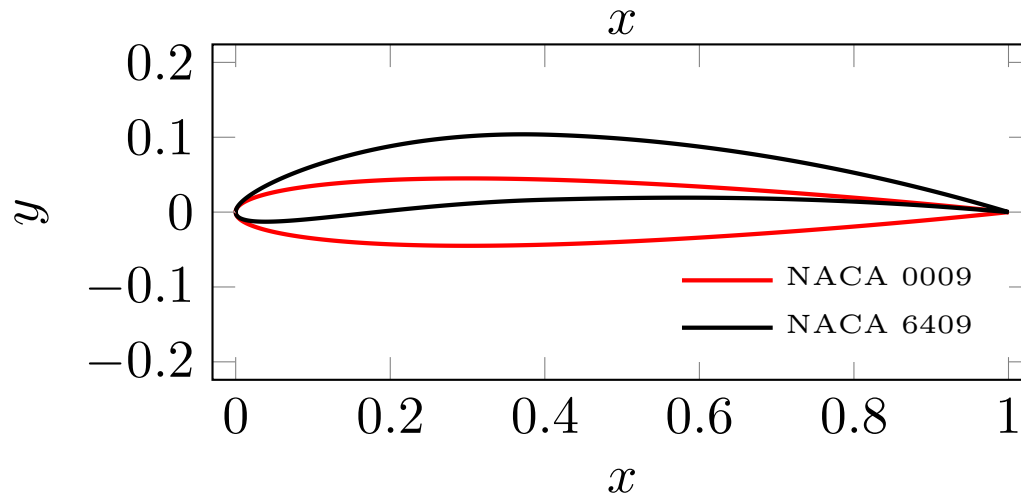
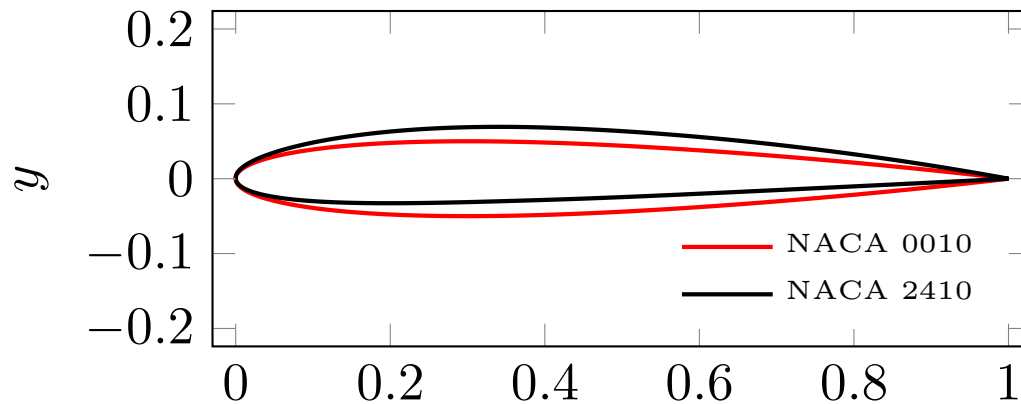
CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Profil czterocyfrowy NACA

NACA MPXY

$$m = \frac{M}{100}, p = \frac{P}{10}, t = \frac{XY}{100}$$



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

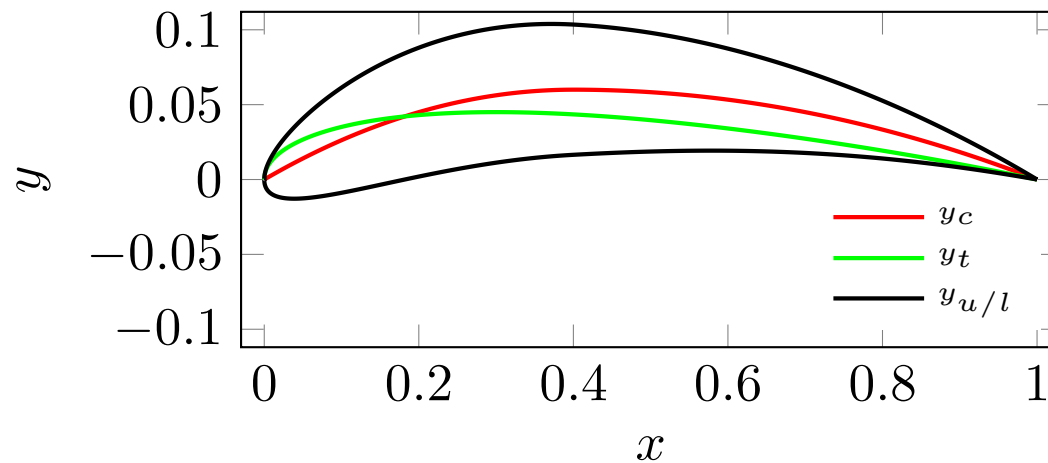
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Profil czterocyfrowy NACA



$$y_t = 5t \left(a_0 \sqrt{x} + \sum_{i=1}^4 a_i x^i \right) \quad (84)$$

$$y_c = \begin{cases} 0, & p = 0; \\ \frac{m}{p^2} (2px - x^2), & x < p; \\ \frac{m}{1-p^2} (1 - 2p + 2px - x^2), & x \geq p \end{cases} \quad (85)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

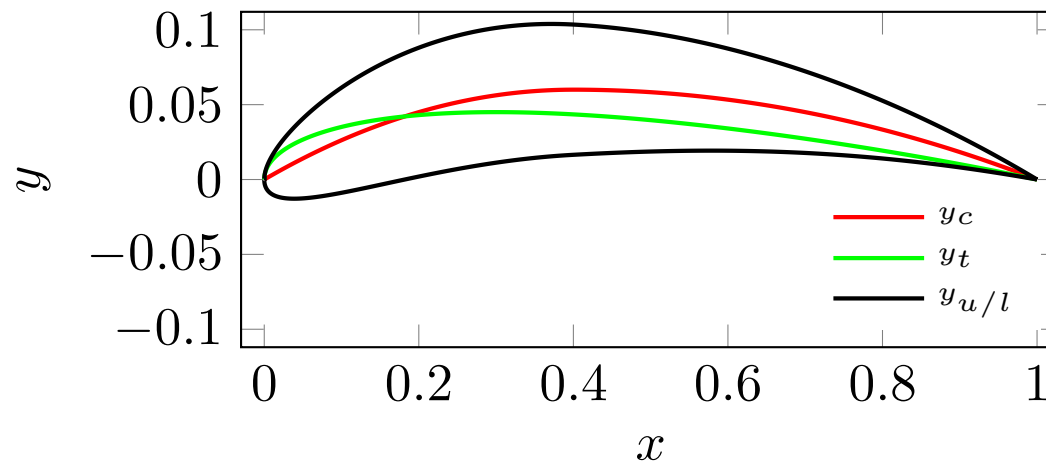
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Profil czterocyfrowy NACA



$$\theta = \arctg \frac{dy_c}{dx} \quad (86)$$

$$x_u = c(x - y_t \sin \theta), \quad (87a)$$

$$y_u = c(y_c + y_t \cos \theta) \quad (87b)$$

$$x_l = c(x + y_t \sin \theta), \quad (88a)$$

$$y_l = c(y_c - y_t \cos \theta) \quad (88b)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

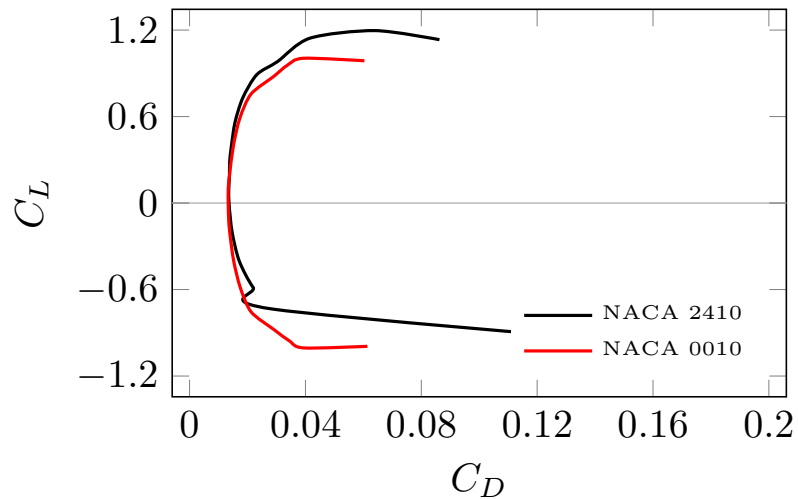
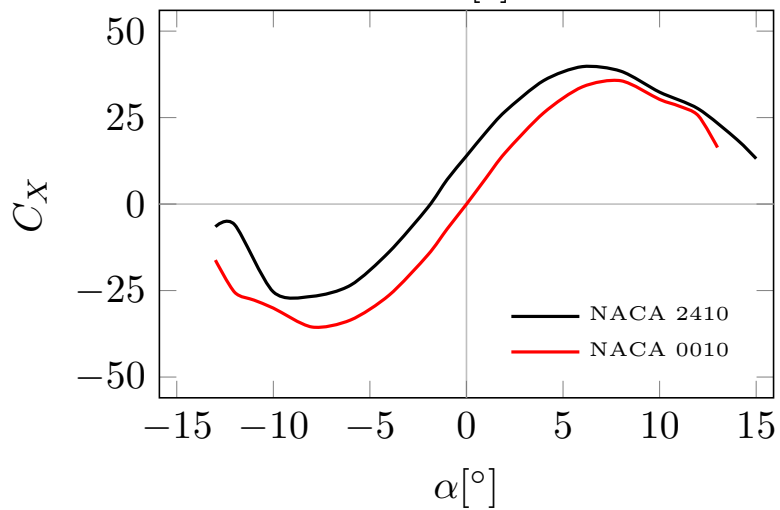
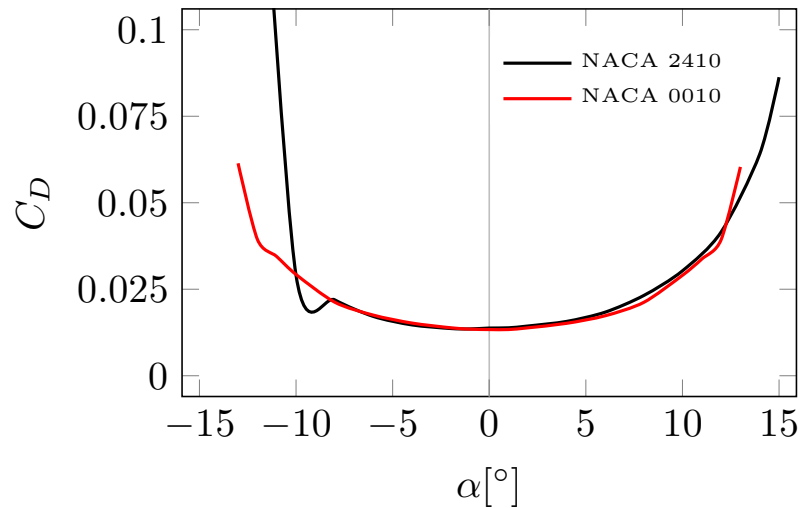
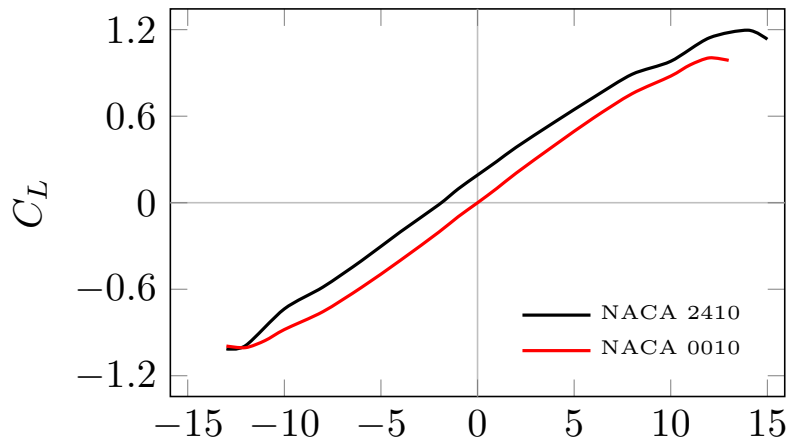
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Profil – charakterystyki



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbiny wiatrowe – współczynniki

■ Współczynnik momentu

$$C_T = \frac{\bar{T}}{\frac{1}{4}\rho u^2 D A} \quad (89)$$

$$\bar{T} = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} T(t) dt \quad (90)$$

■ Współczynnik mocy (sprawność)

$$C_P = \frac{\omega \bar{T}}{\frac{1}{2}\rho u^3 A} \quad (91)$$

■ Współczynnik λ (tip-speed ratio)

$$\lambda = \frac{\omega R}{u} = \frac{\omega D}{2u} = \frac{C_P}{C_T} \quad (92)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

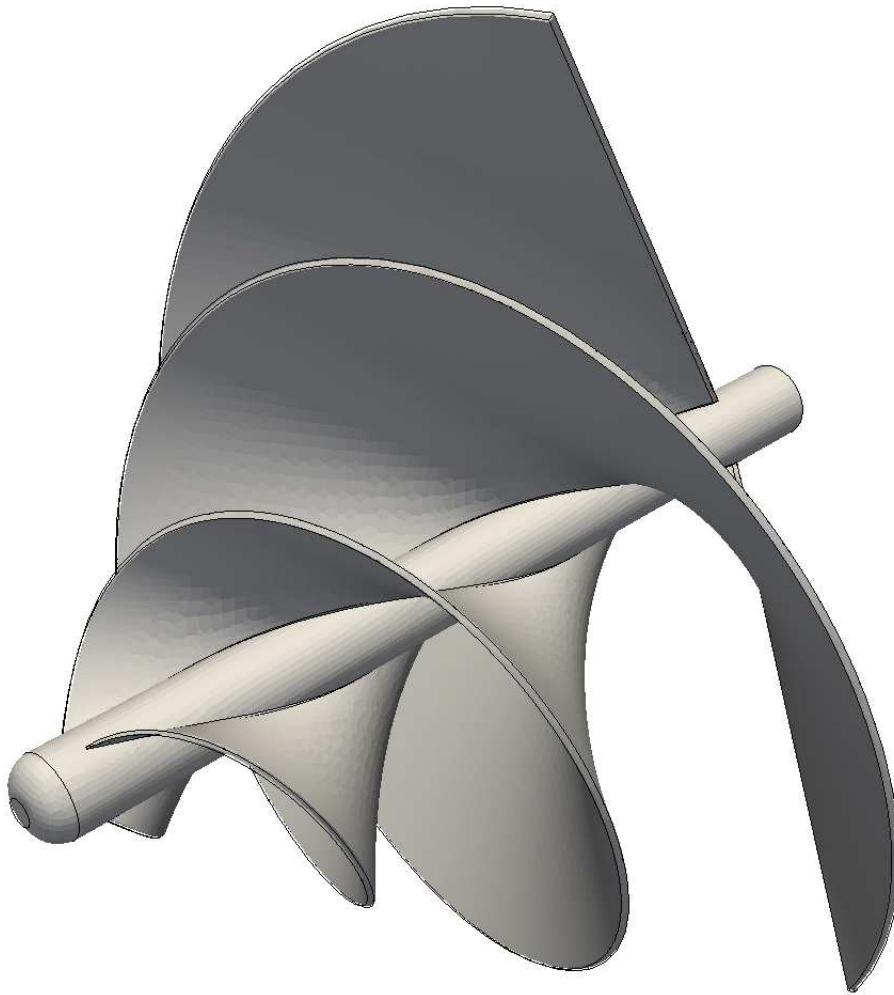
Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Turbina Archimedes



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

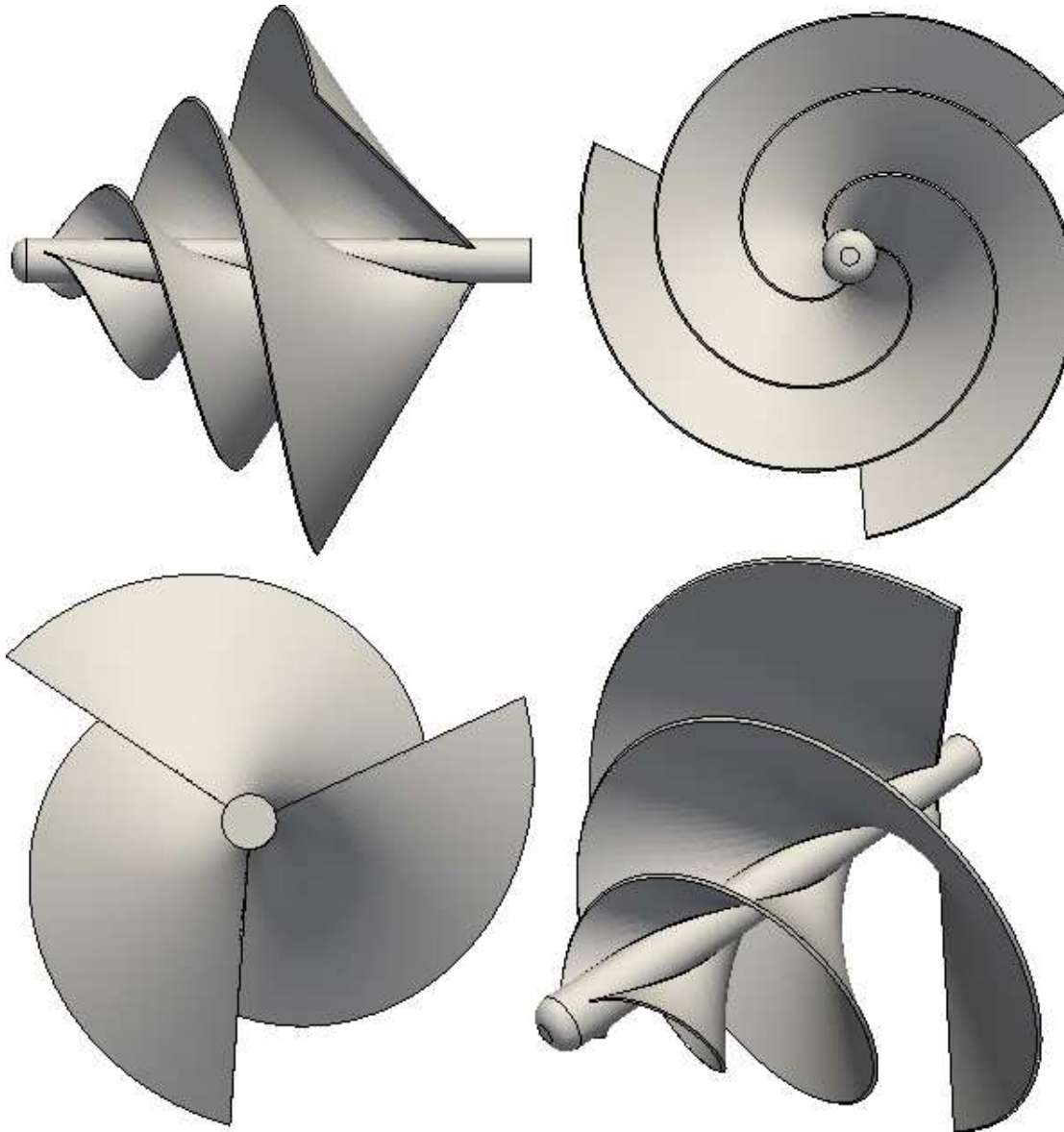
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Archimedes



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

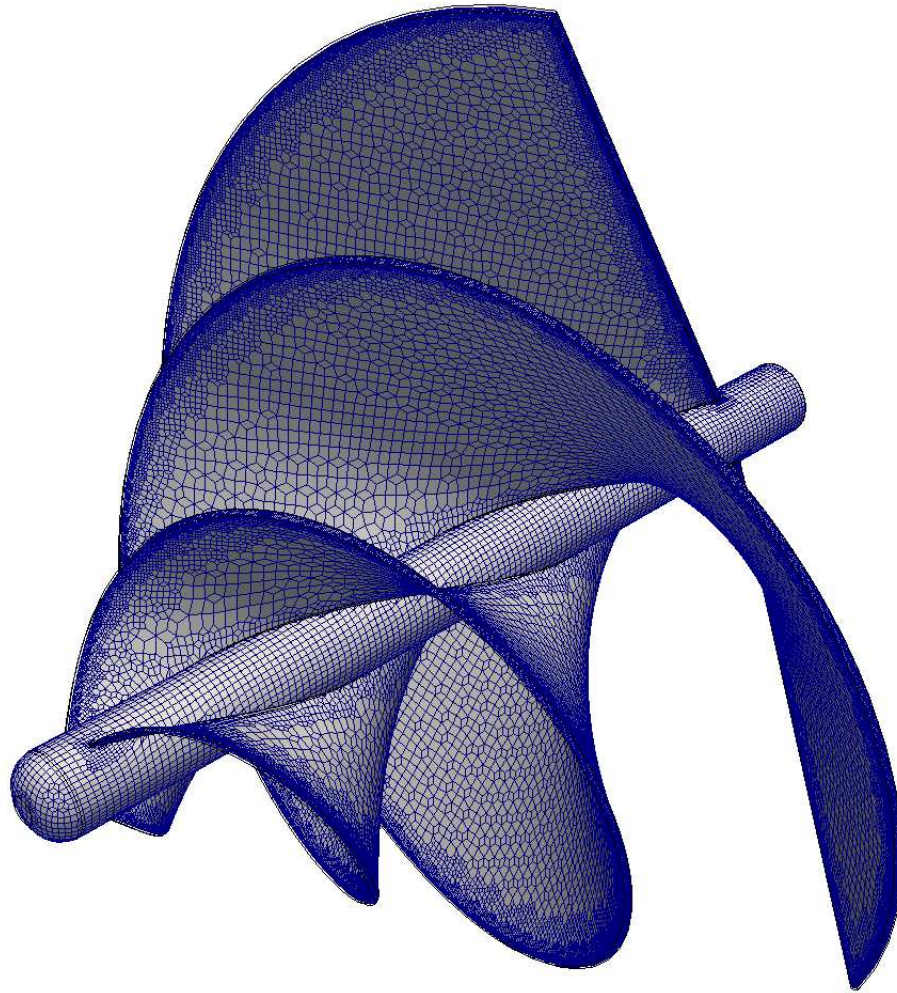
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Archimedesesa – siatka



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Archimedesesa – siatka

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

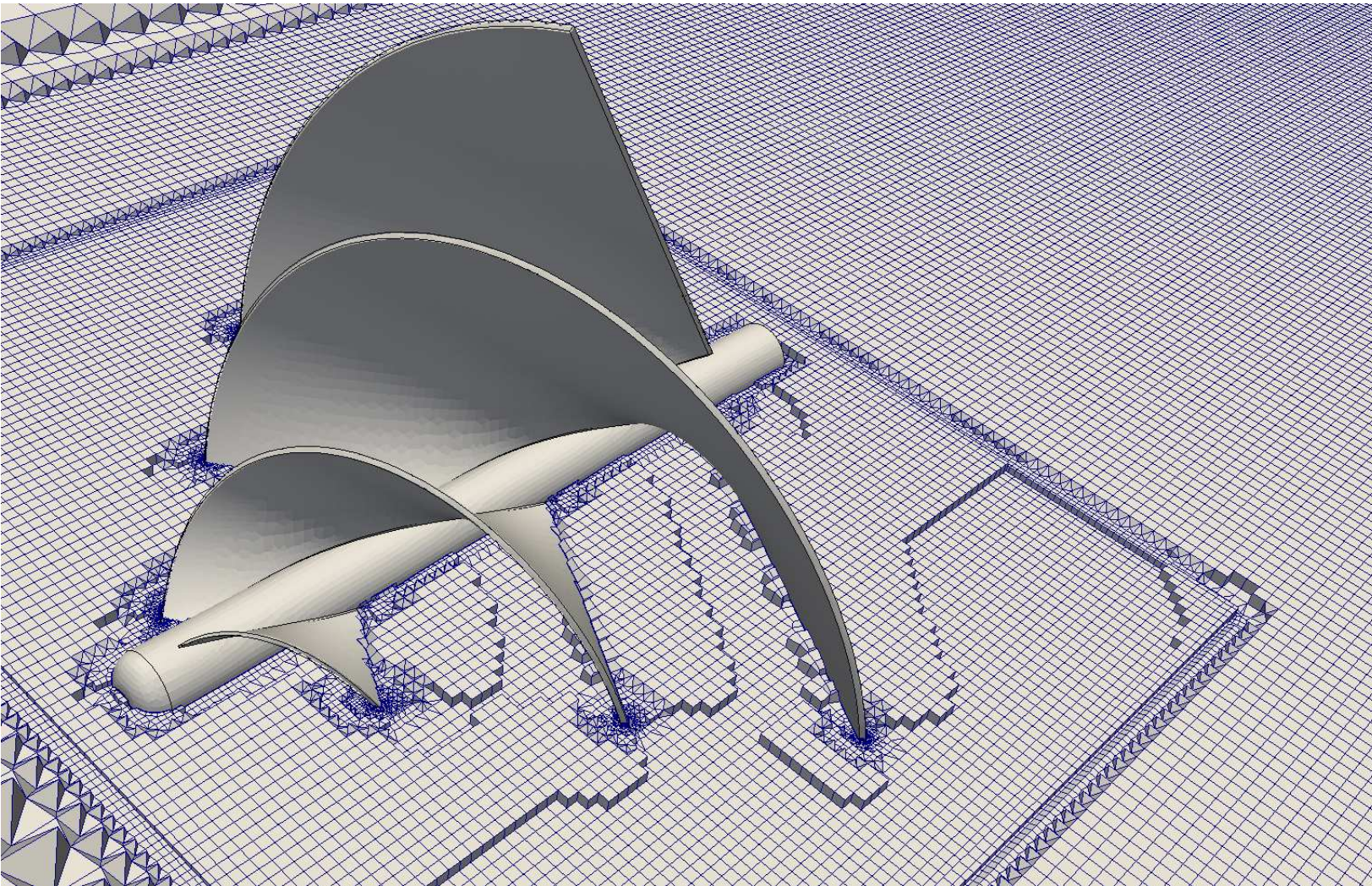
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Turbina Archimedesesa – siatka

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

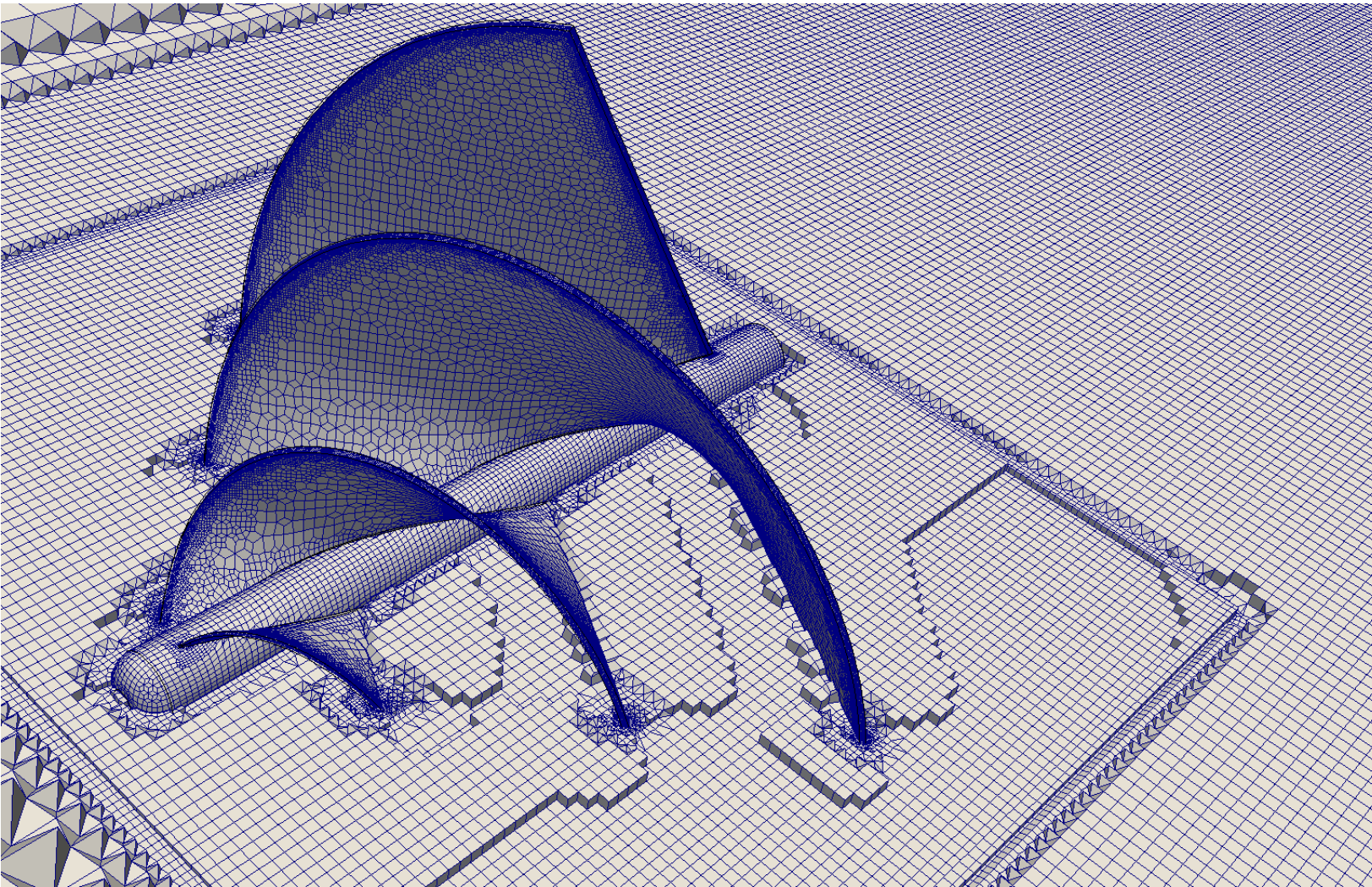
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

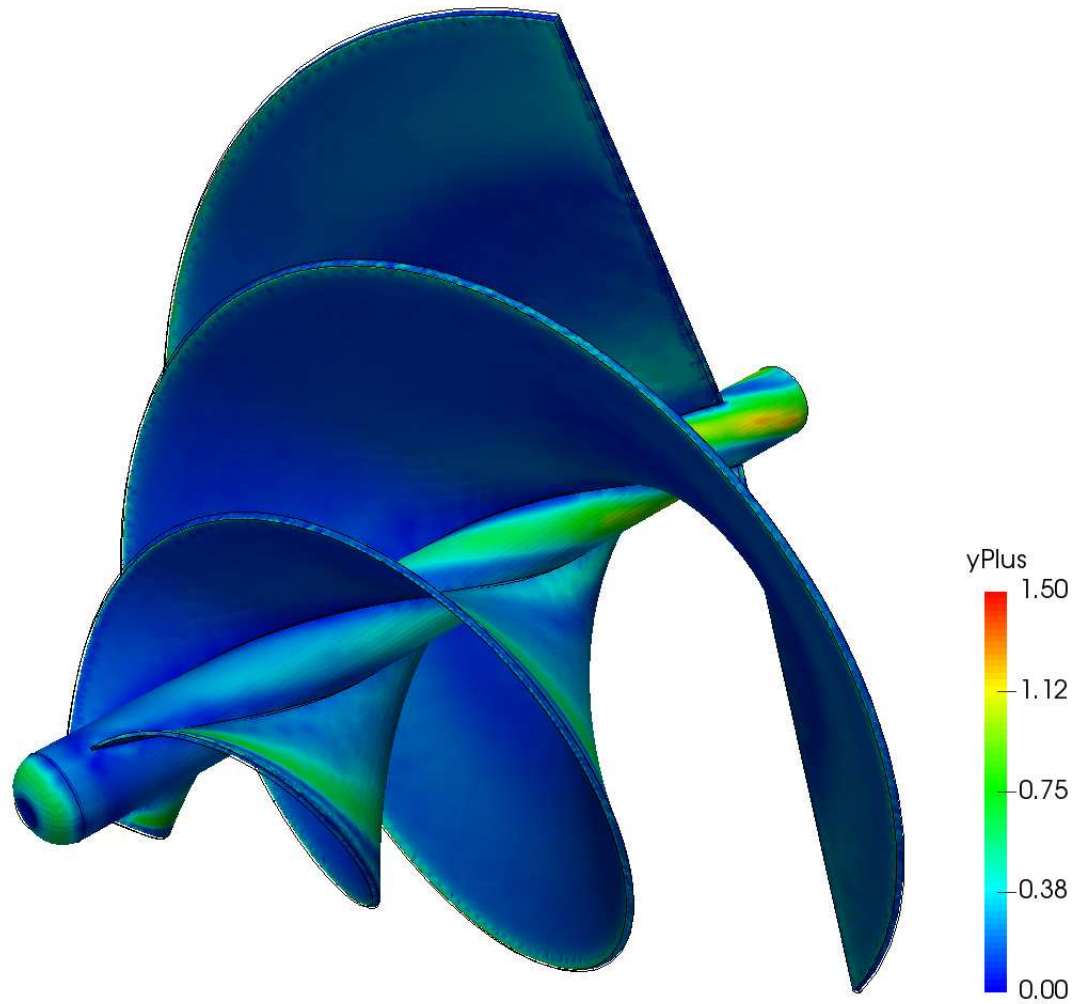
Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Turbina Archimedeseska – y^+



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Archimedesesa – prędkość

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

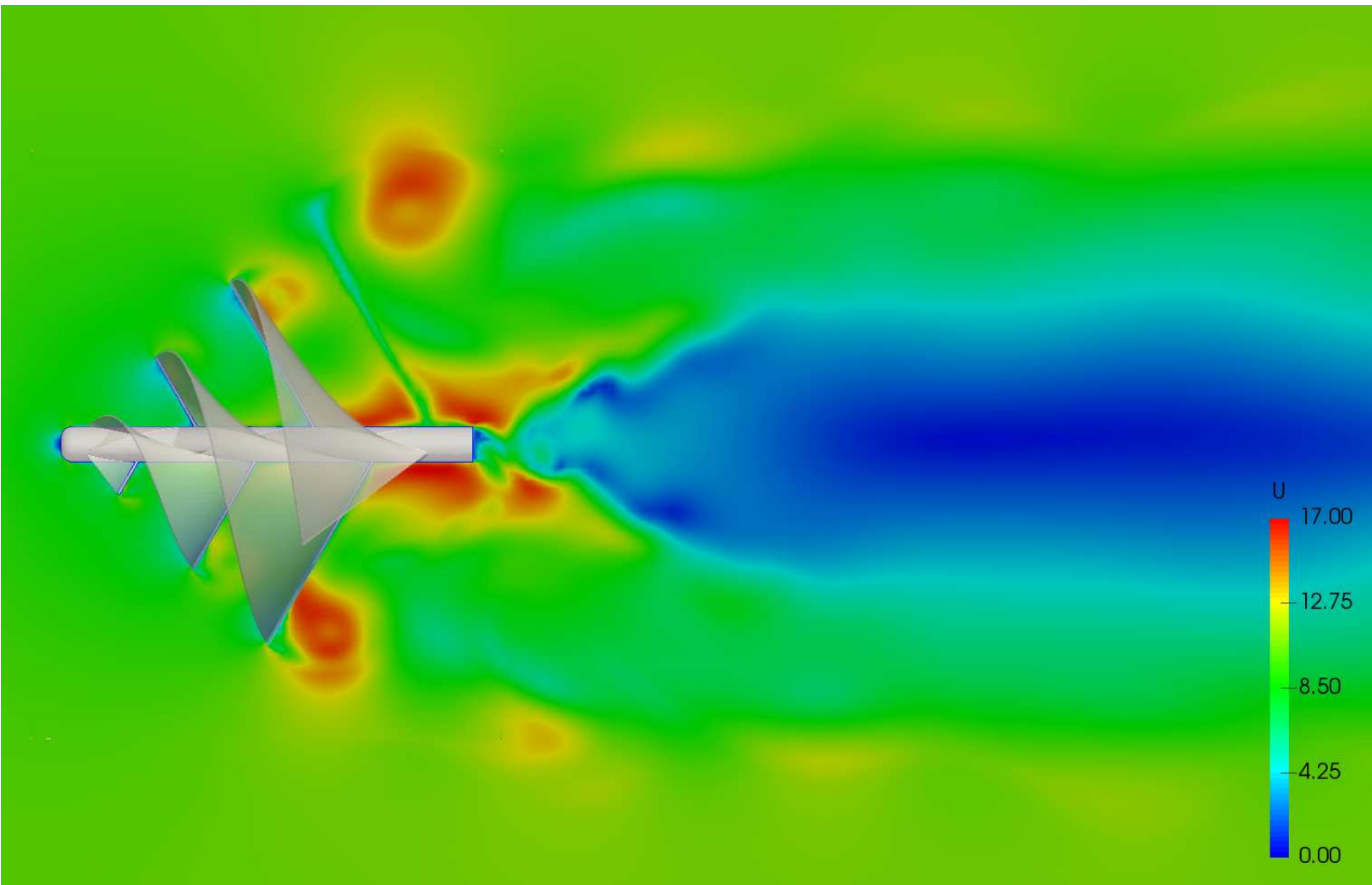
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

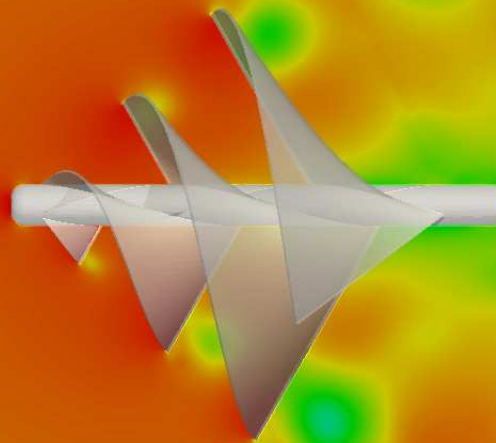
Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Turbina Archimedesesa – ciśnienie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

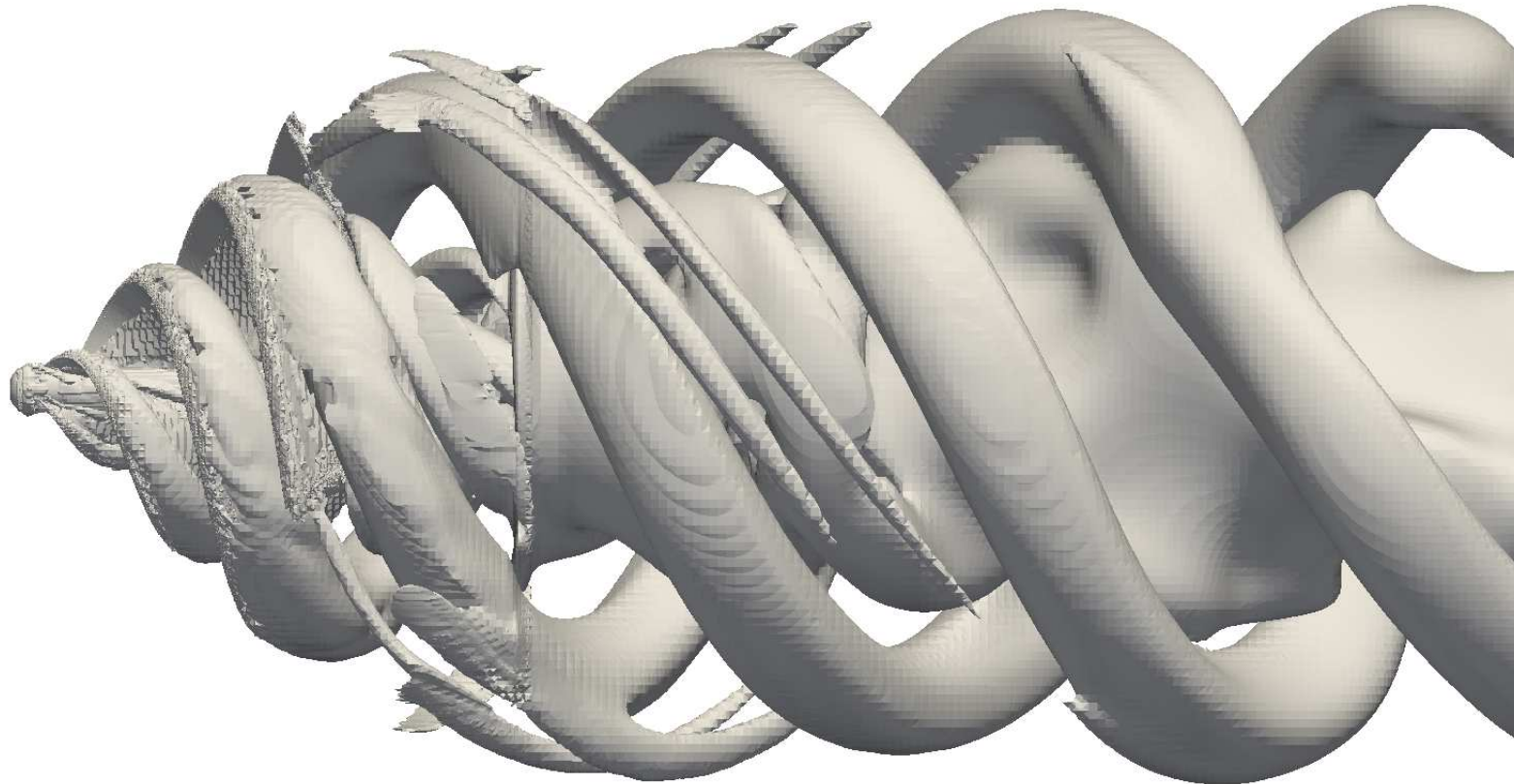
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Archimedesesa – wiry



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

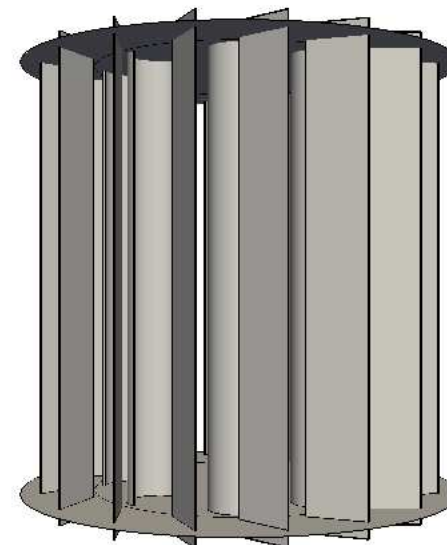
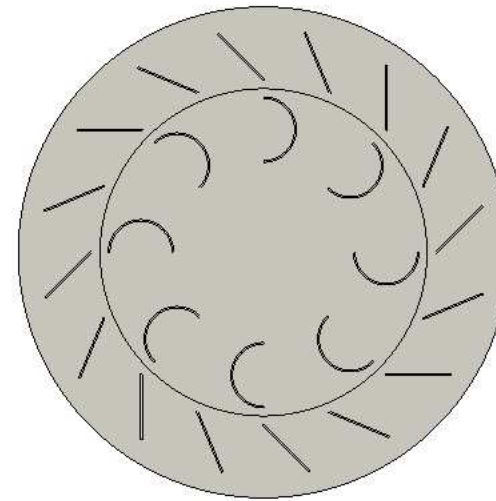
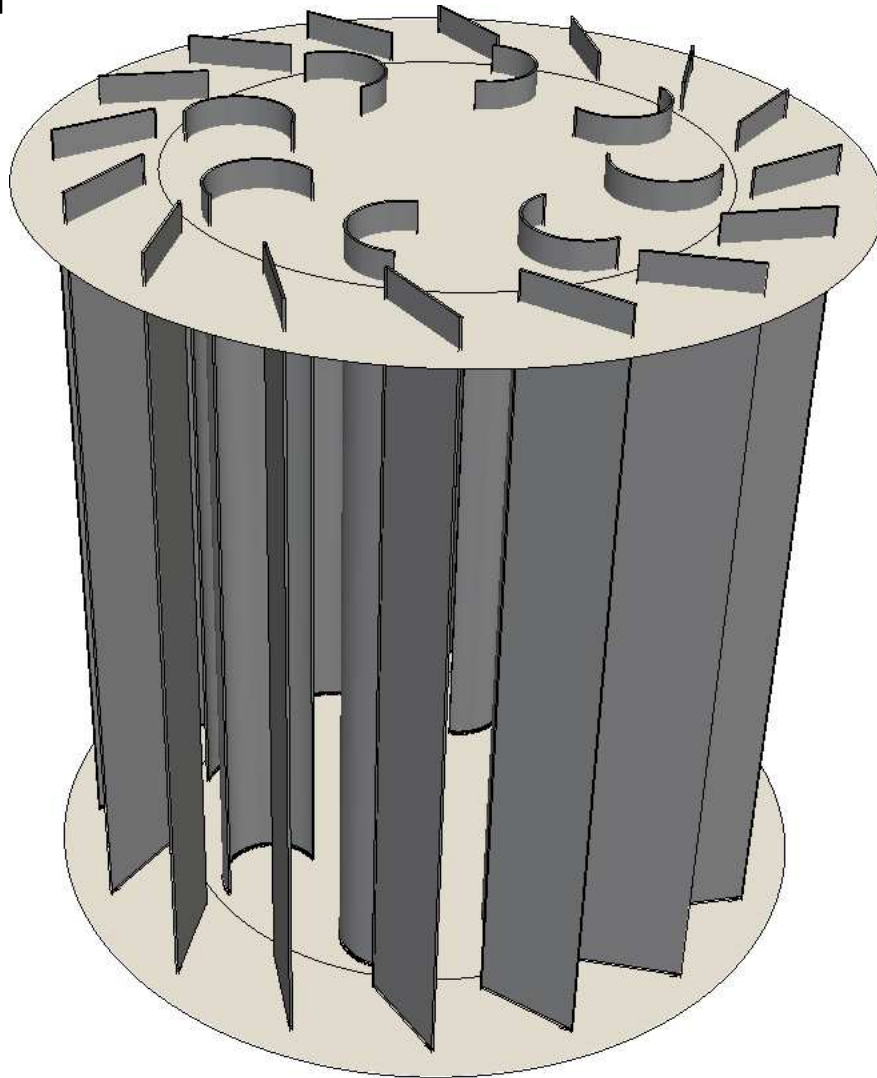
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Piskorza



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

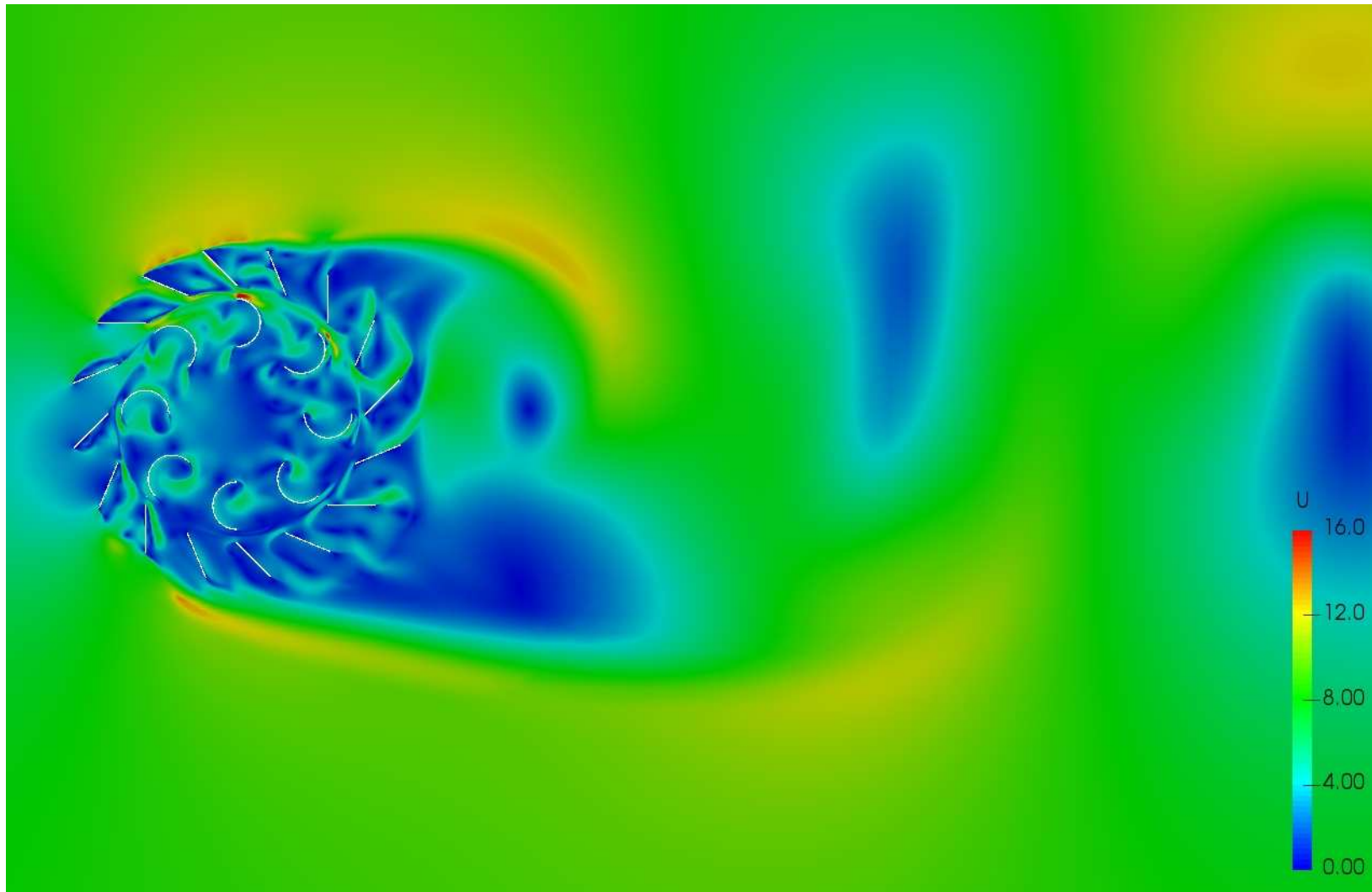
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Piskorza – prędkość



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

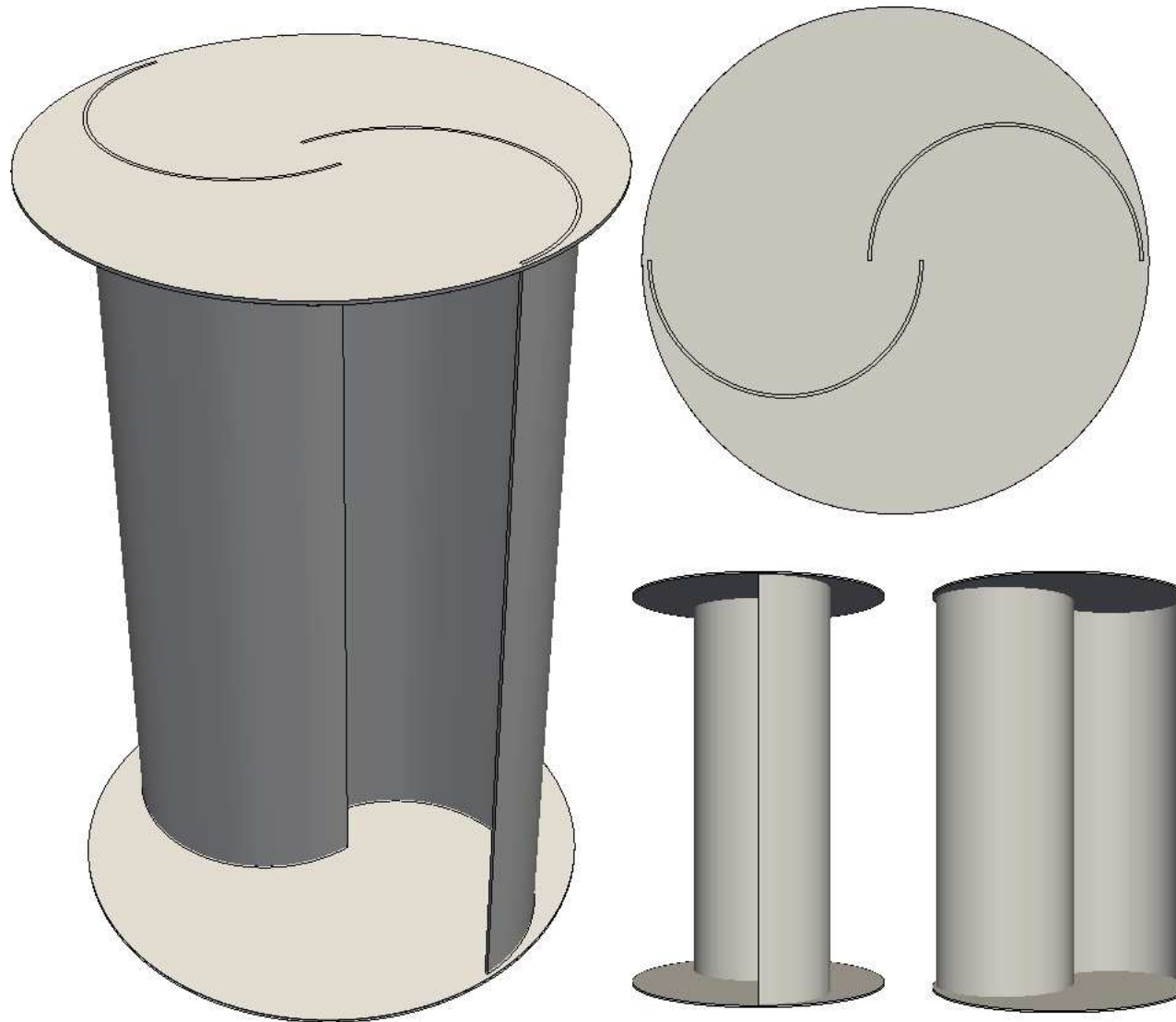
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Savoniusa



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

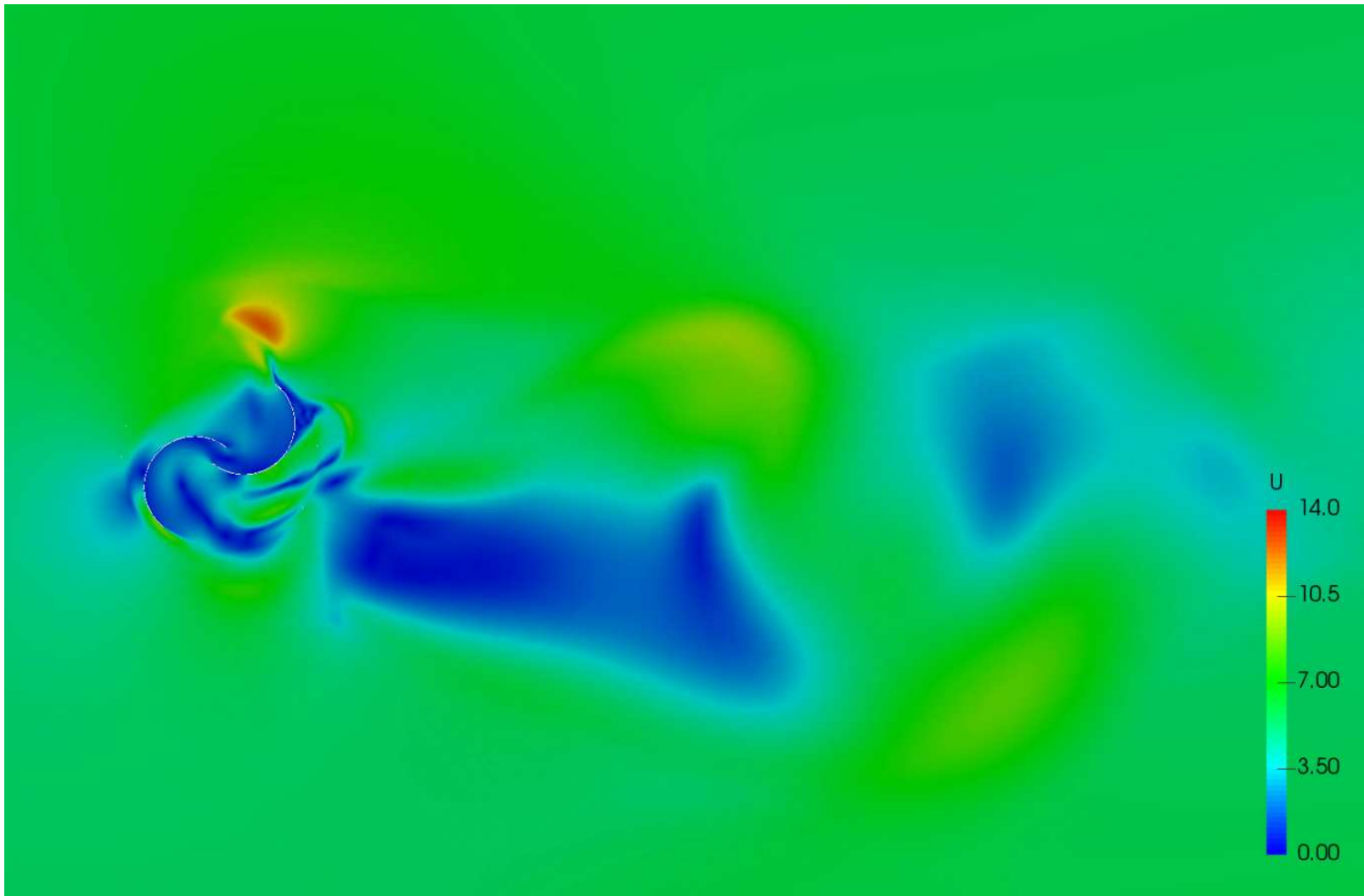
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Savoniusa – prędkość



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

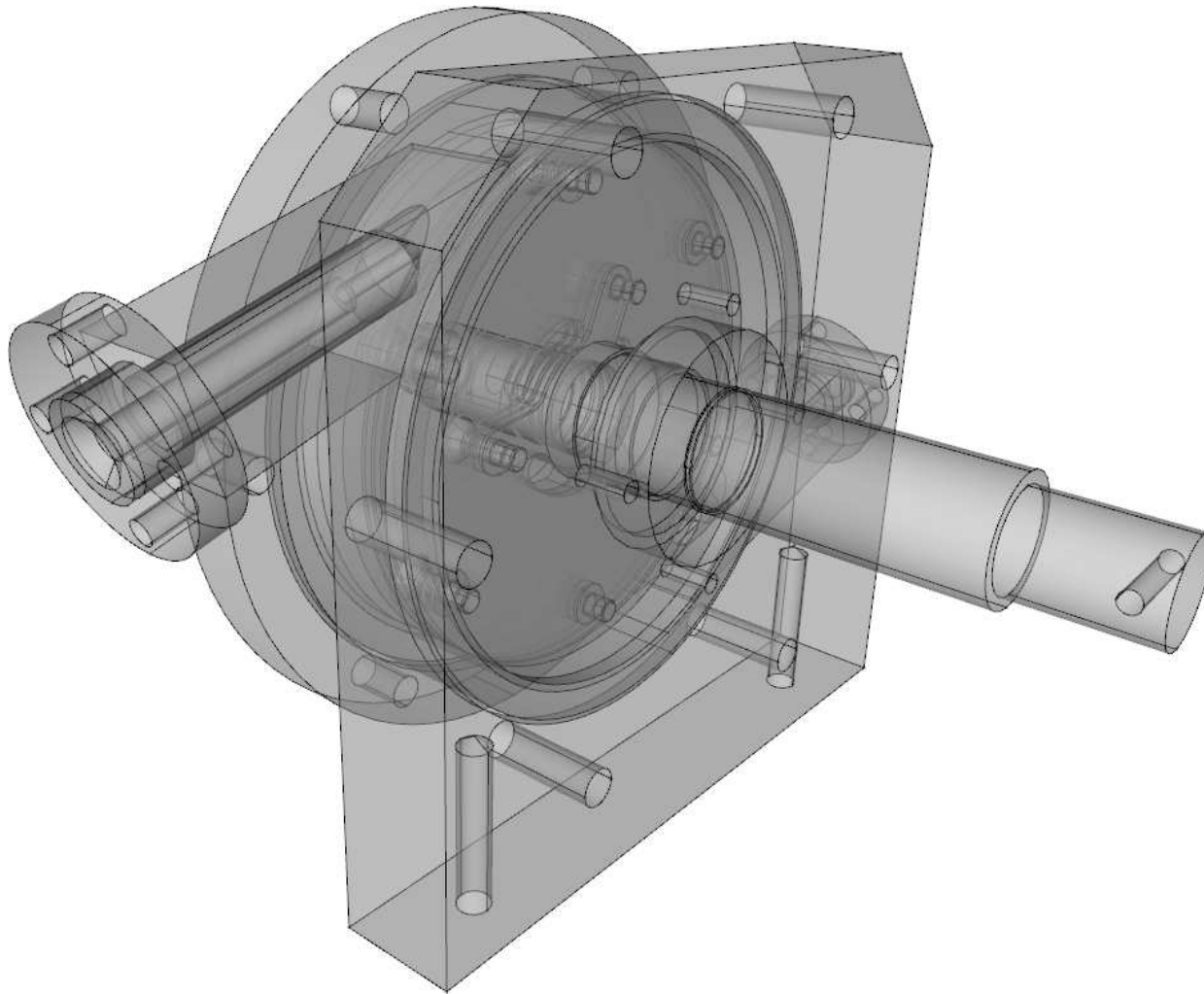
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

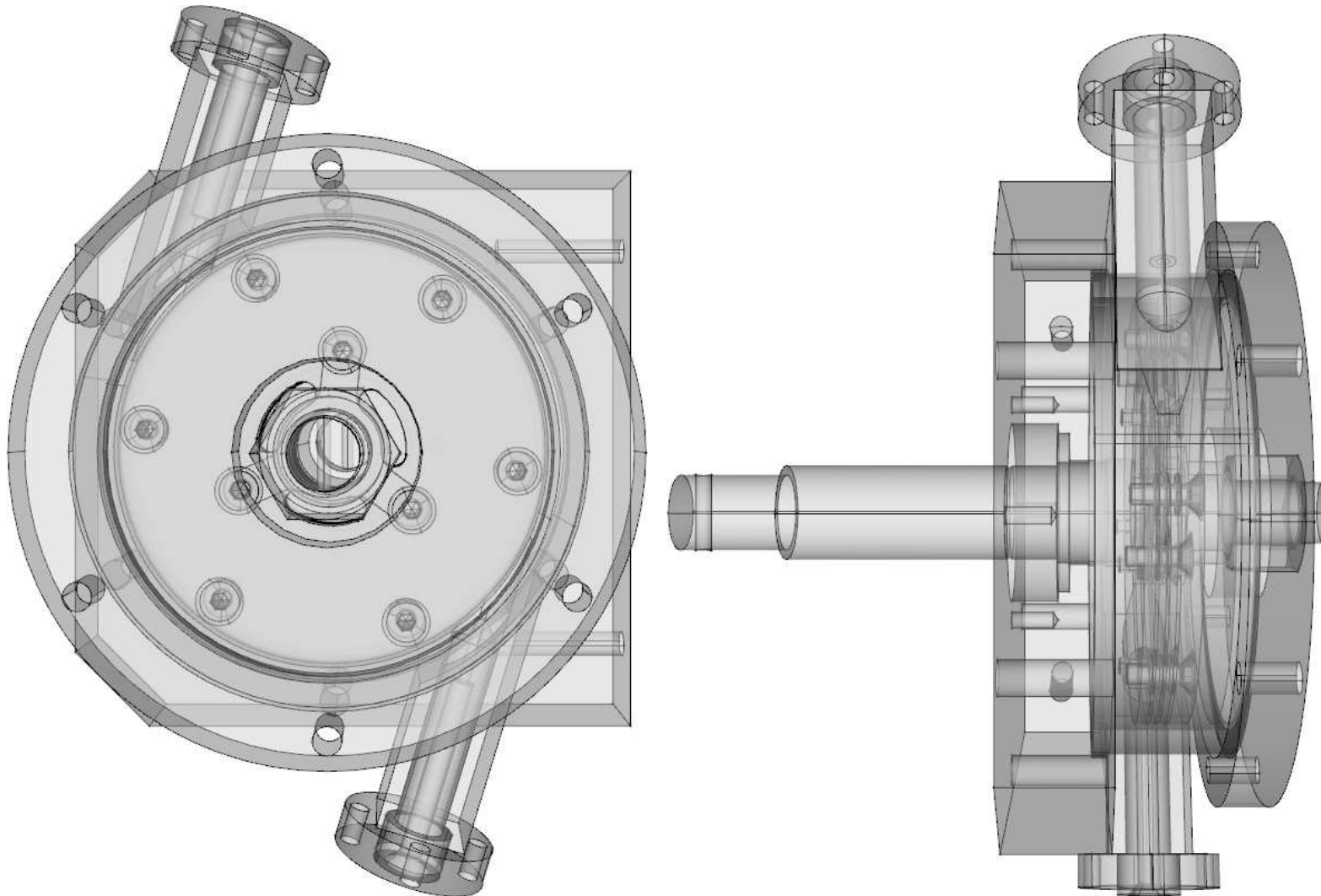
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

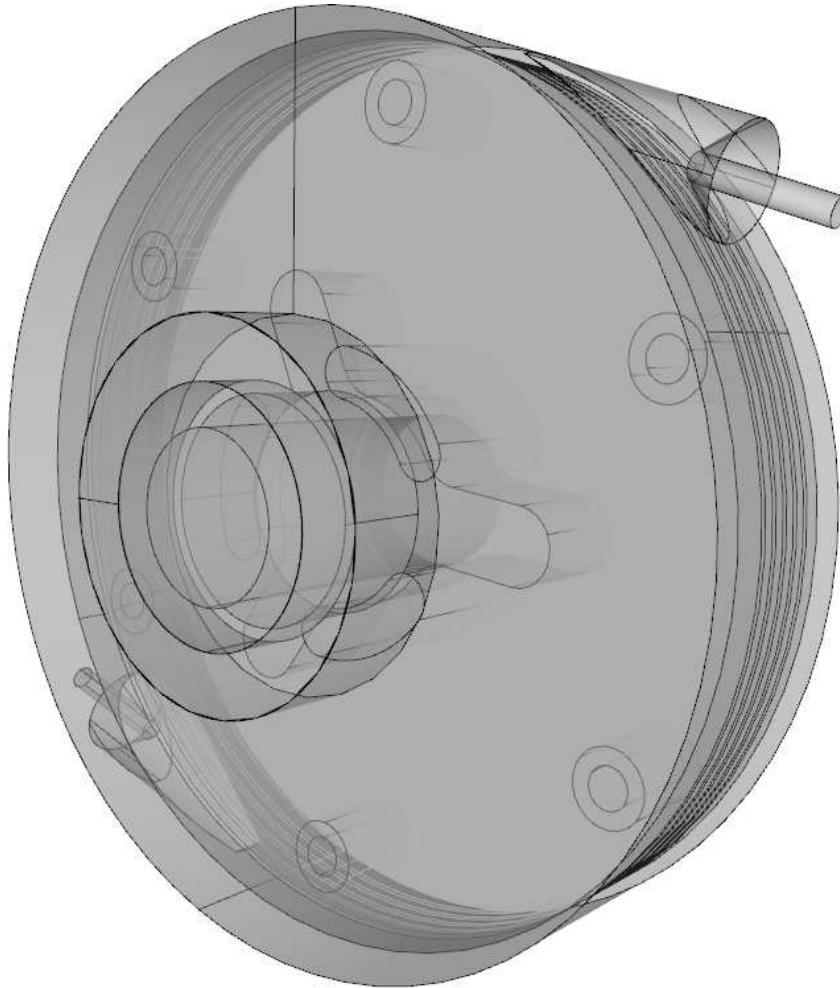
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

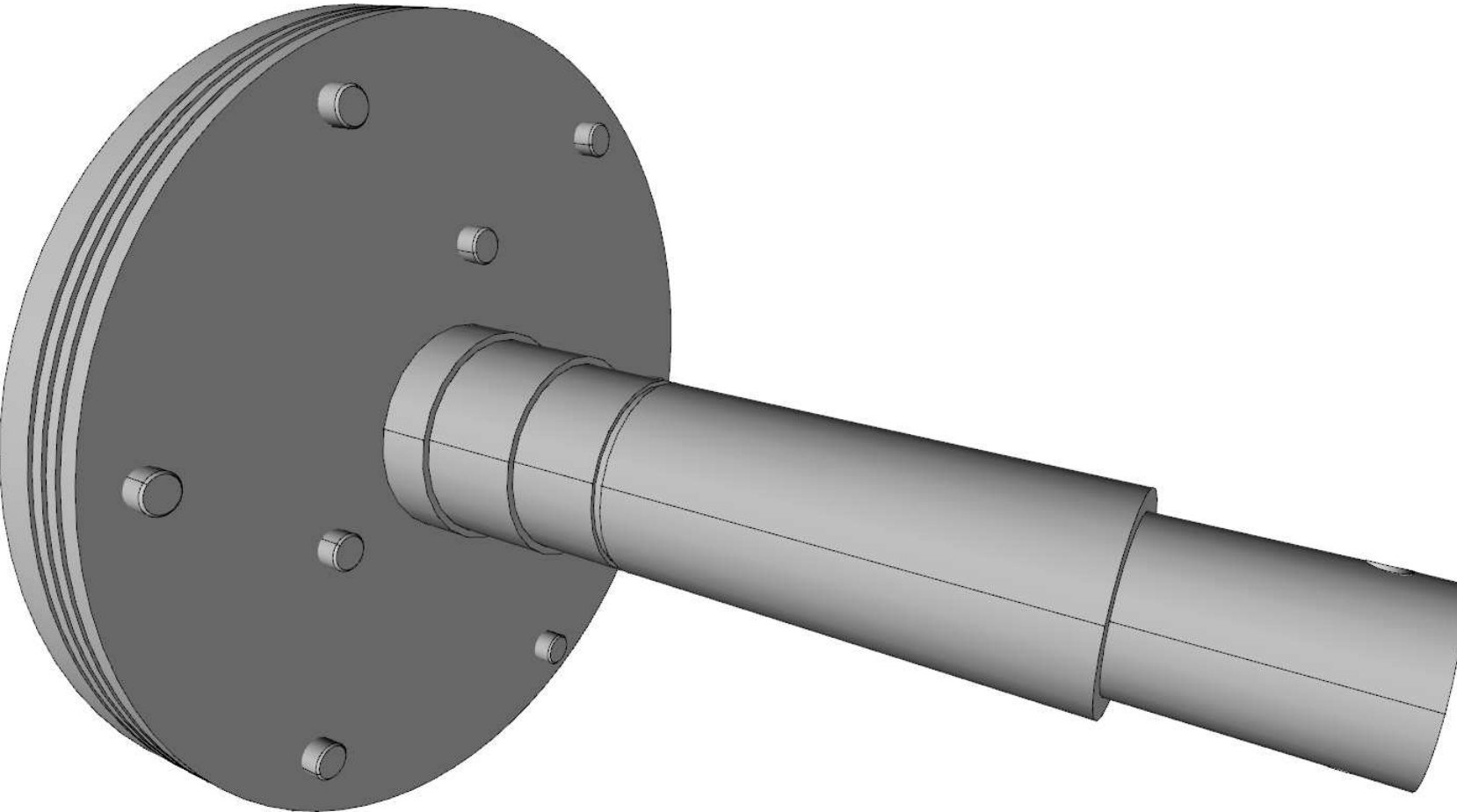
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

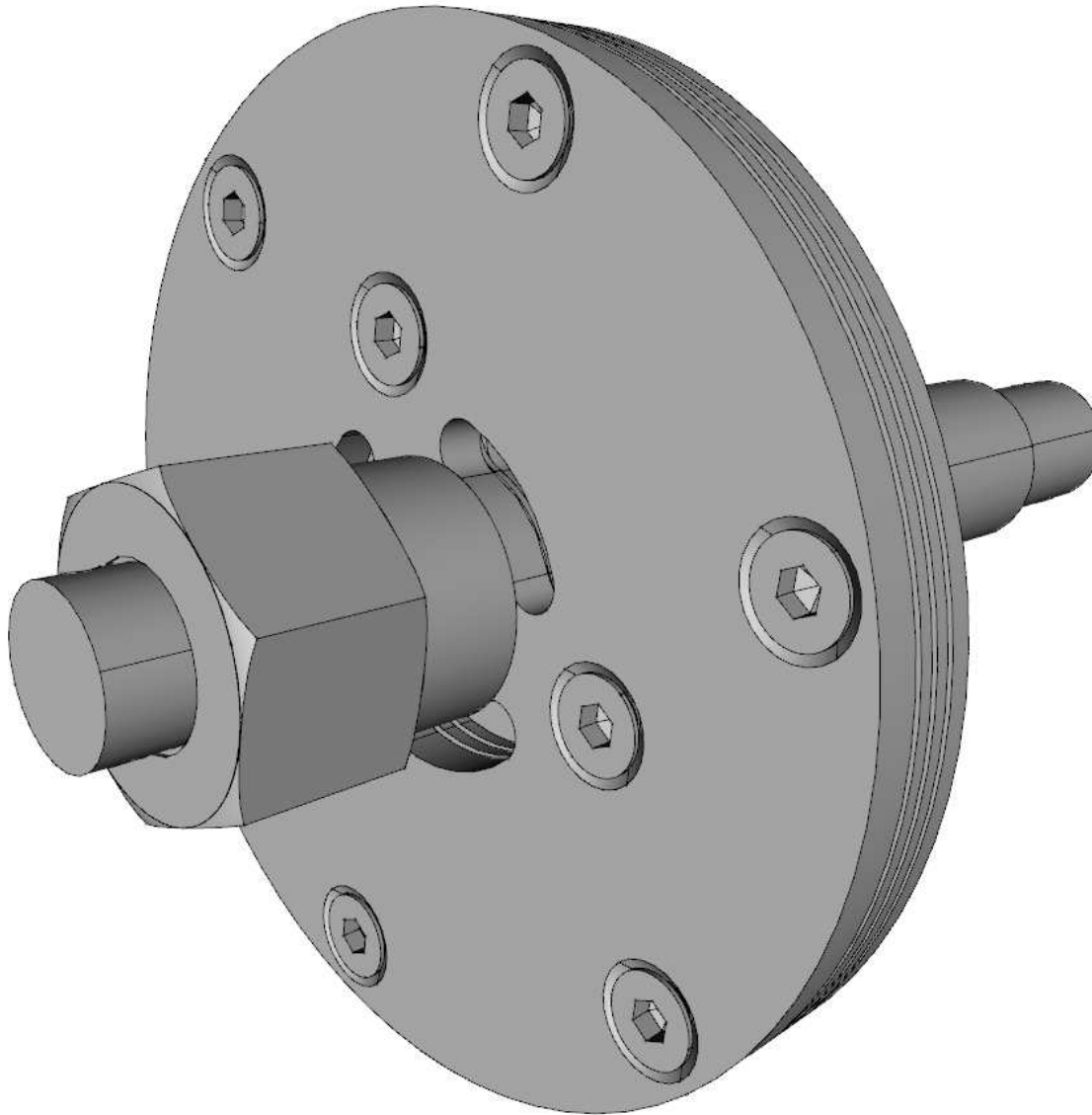
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

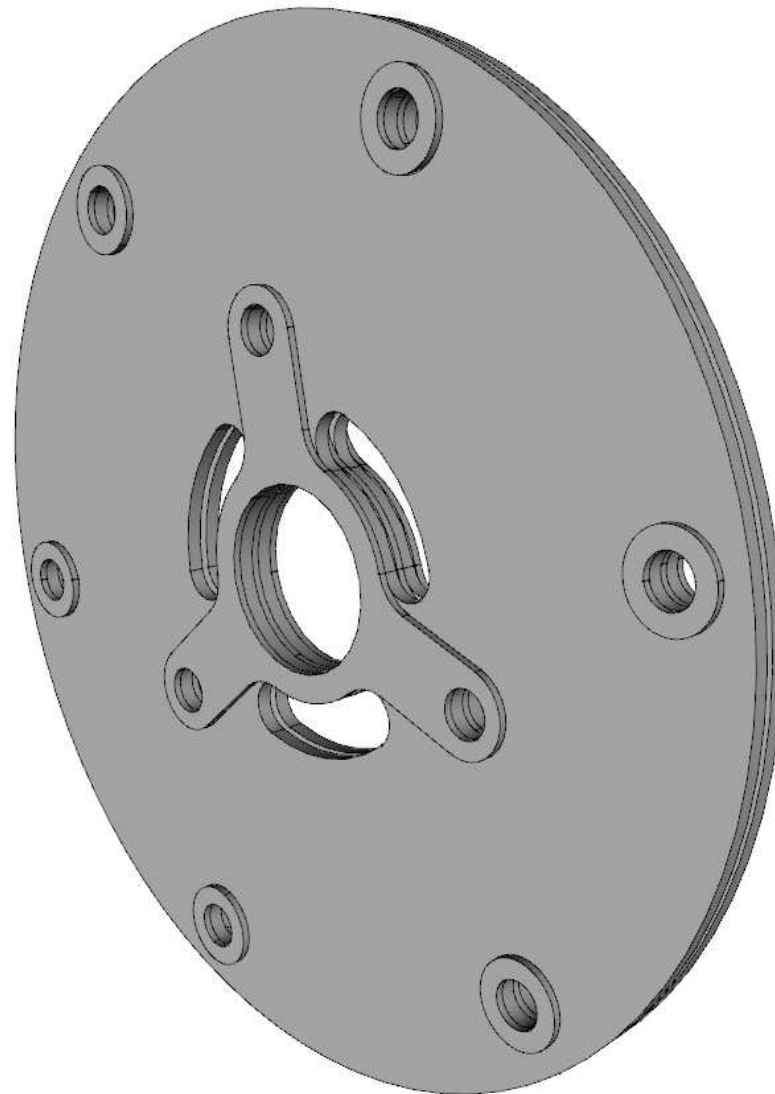
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

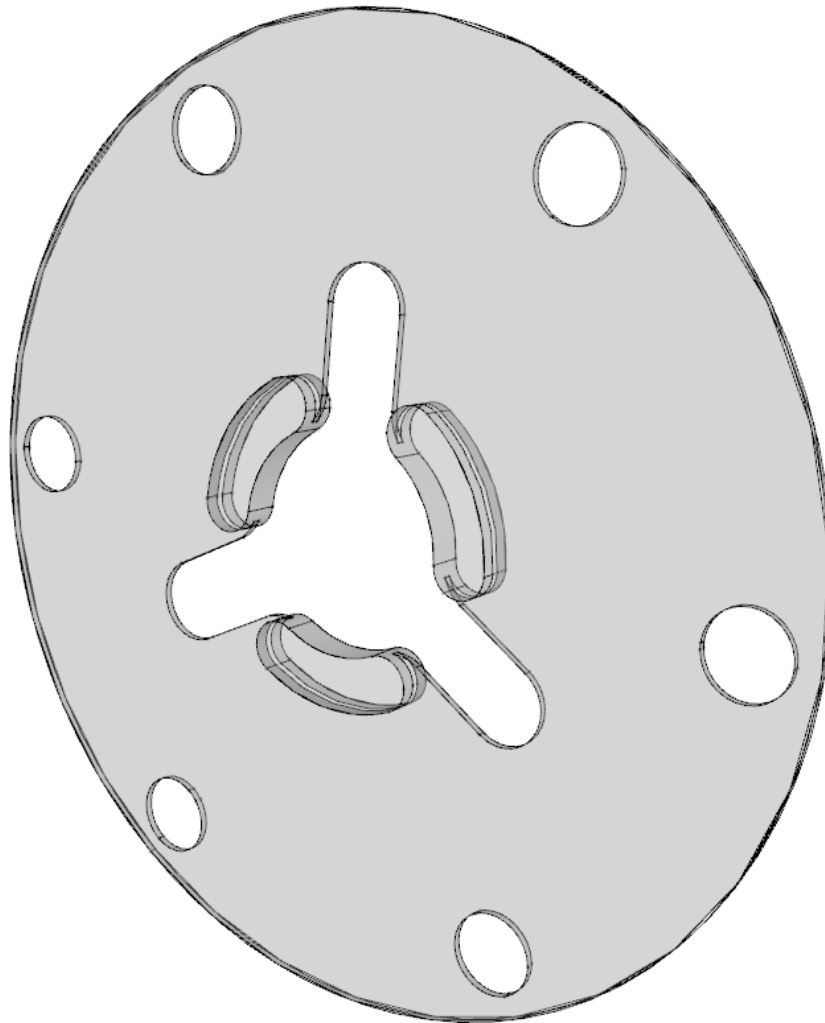
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – warunki brzegowe



[Spis zagadnień](#)

[Wstęp](#)

[Podstawowe
równania](#)

[Warunki brzegowe i
początkowe](#)

[Liczby kryterialne](#)

[Podstawy
modelowania
turbulencji](#)

[Przepływy
wieloskładnikowe](#)

[Metoda VoF](#)

[Płyny
nienewtonowskie](#)

[CFD](#)

[Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne](#)

Turbina Tesli – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

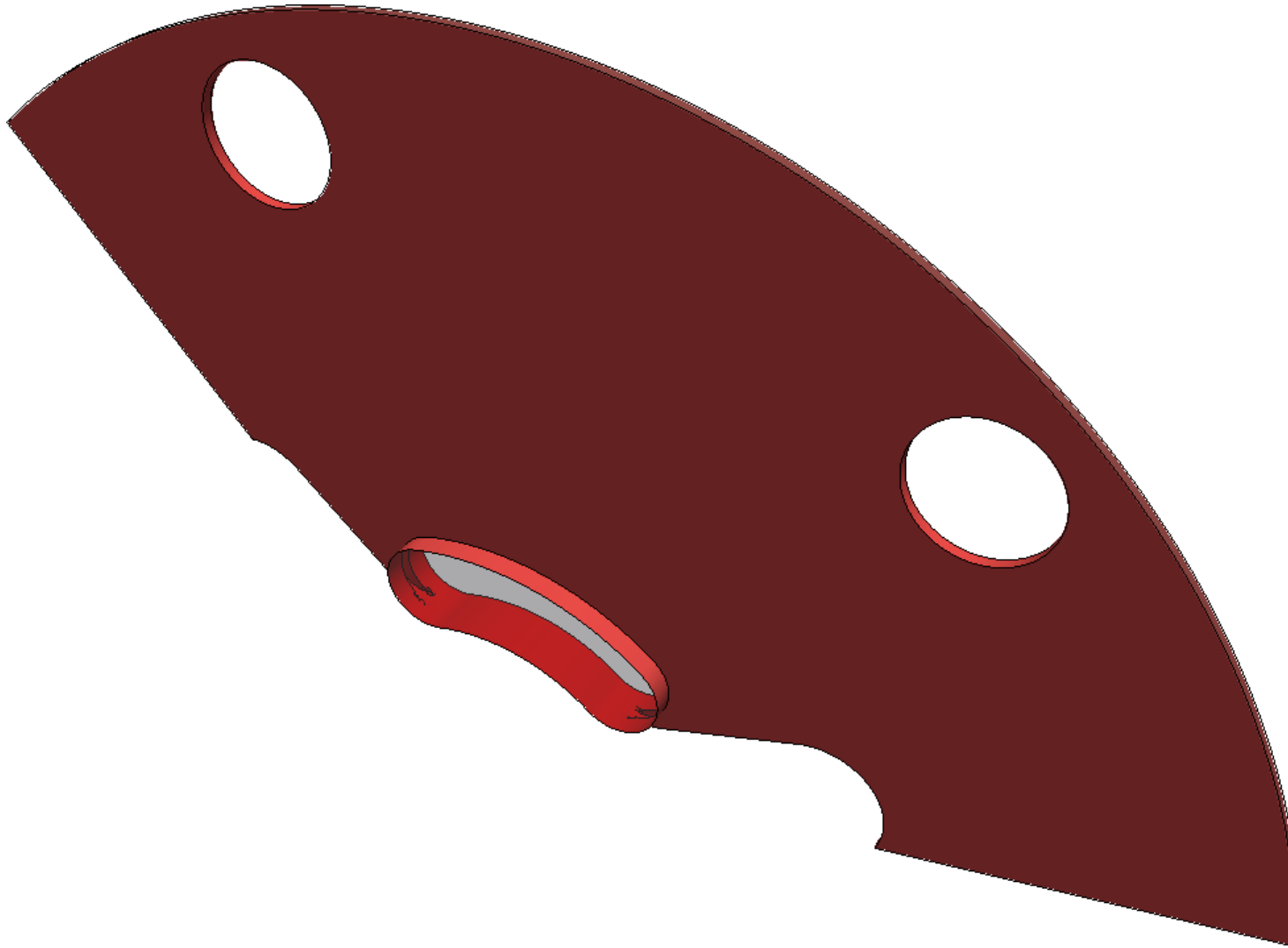
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

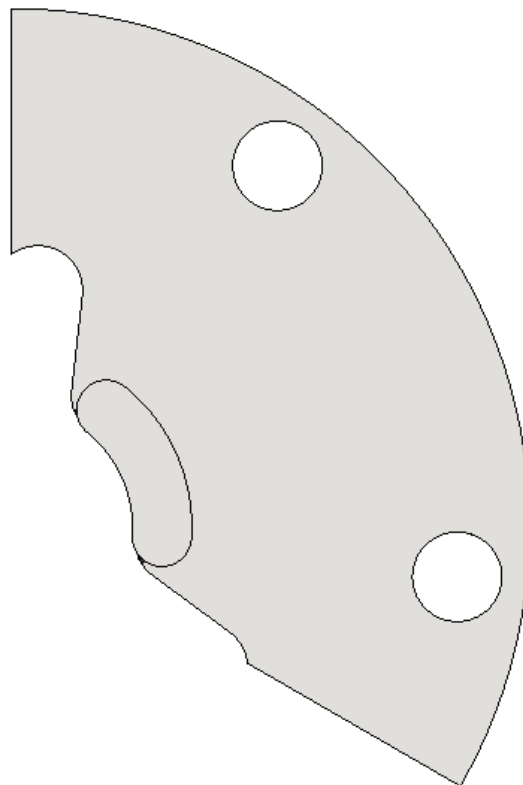
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

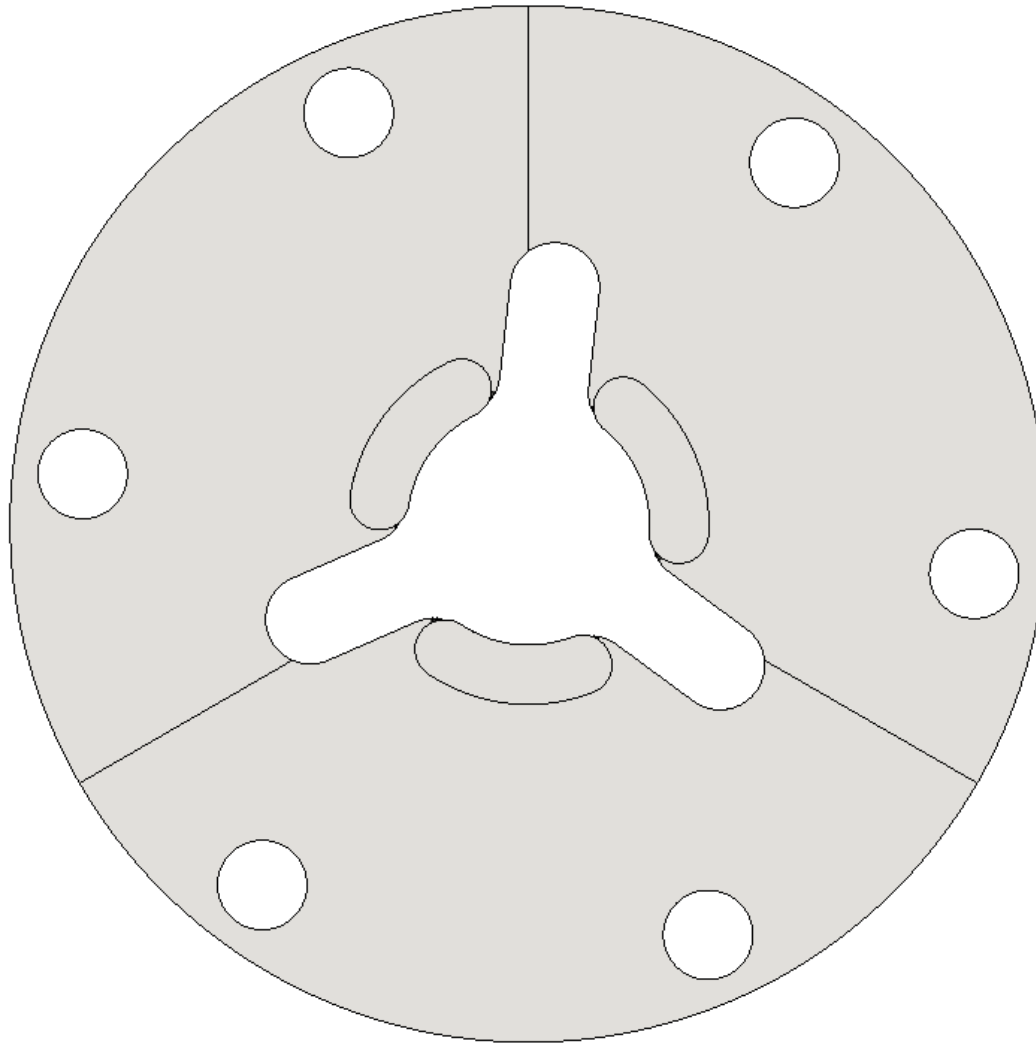
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

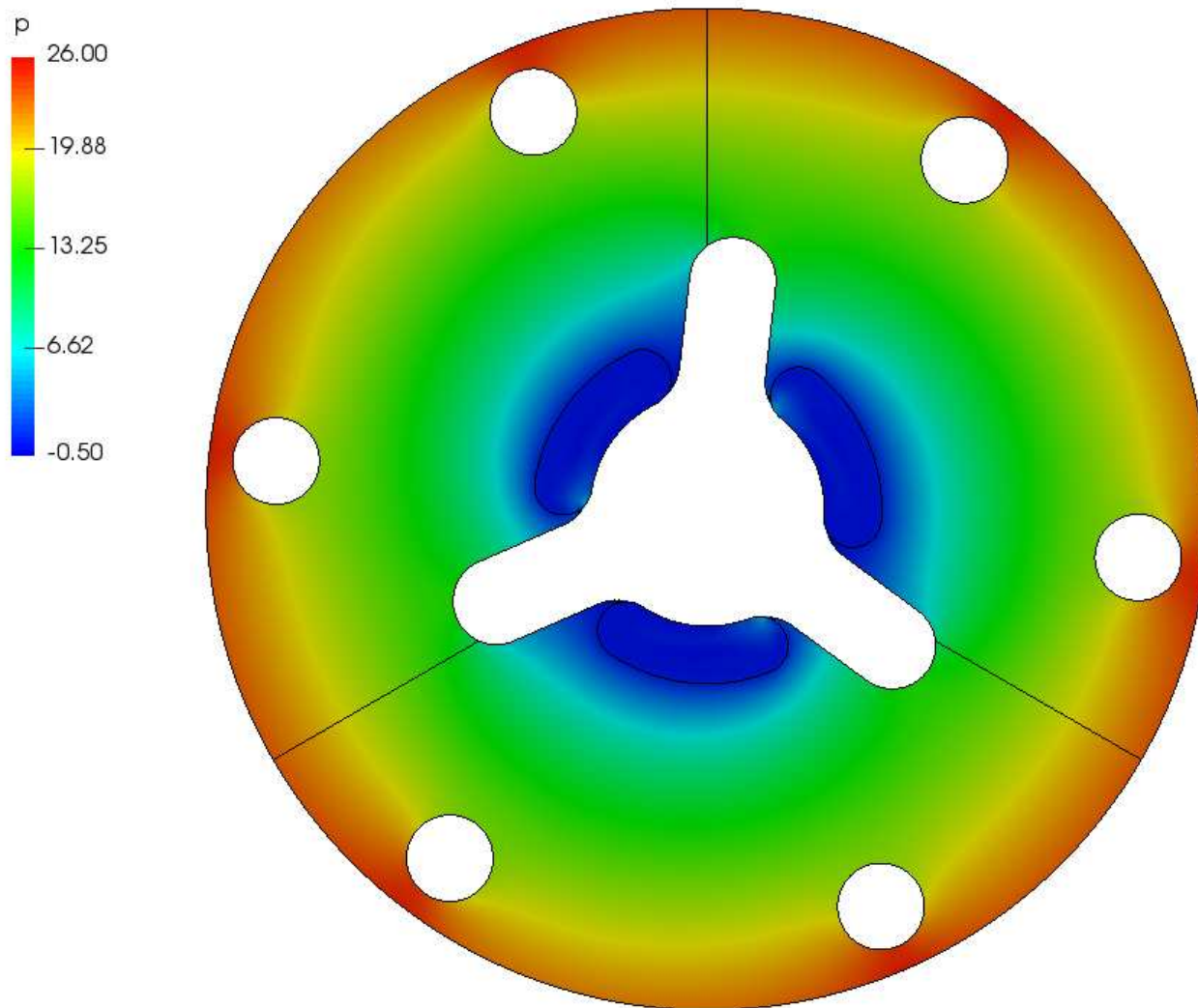
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – ciśnienie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

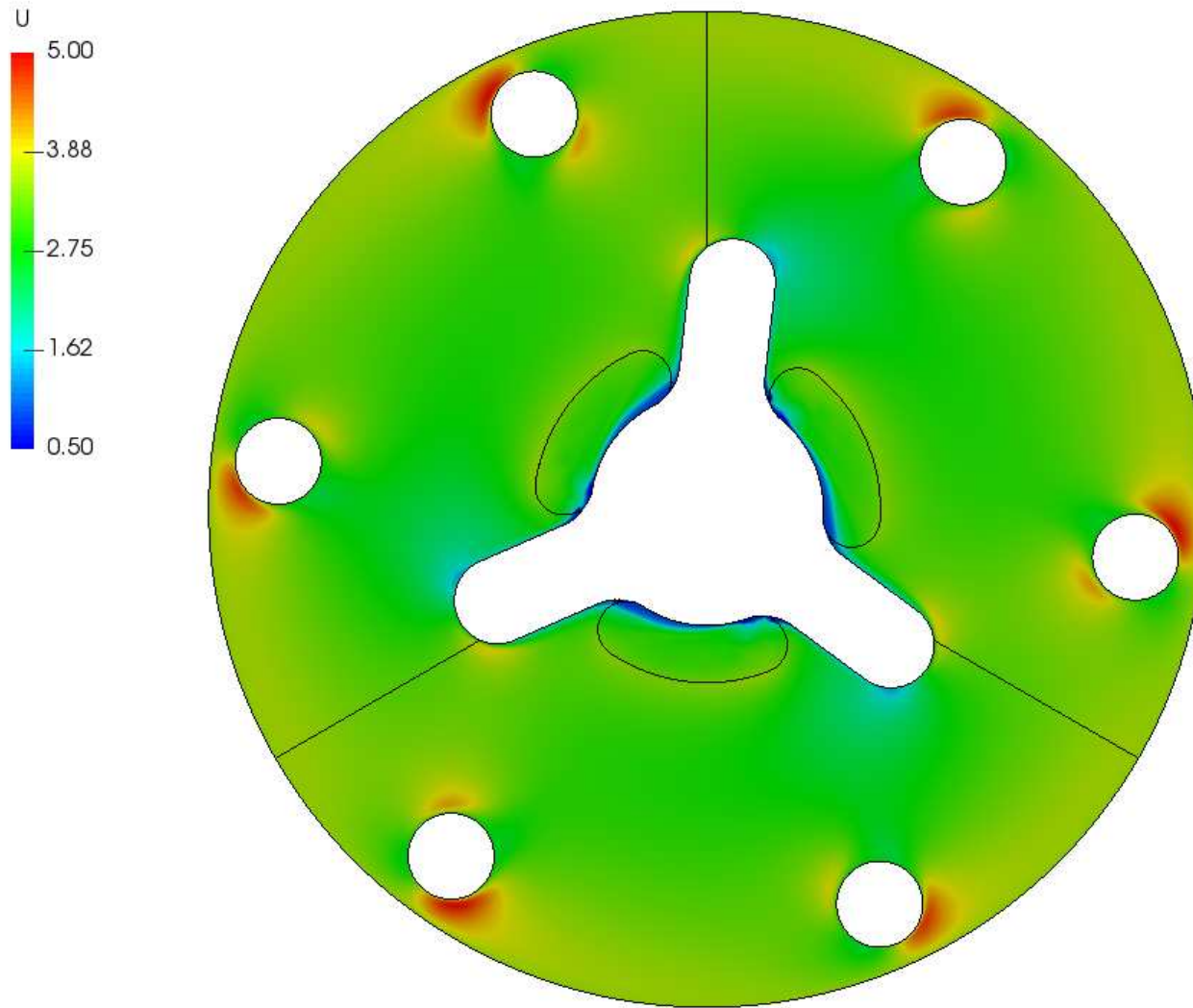
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – prędkość



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

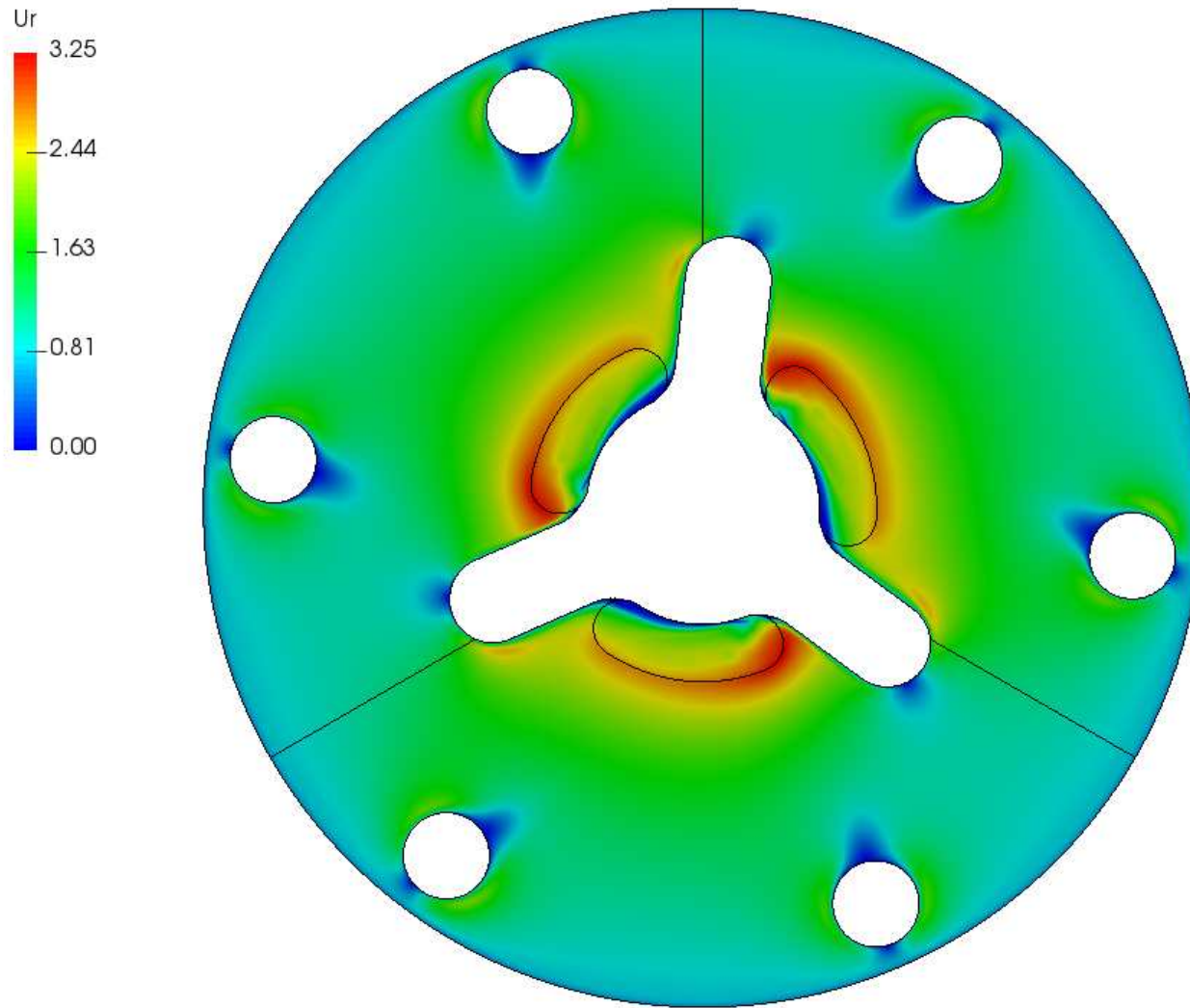
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Tesli – prędkość względna



[Spis zagadnień](#)

[Wstęp](#)

[Podstawowe
równania](#)

[Warunki brzegowe i
początkowe](#)

[Liczby kryterialne](#)

[Podstawy
modelowania
turbulencji](#)

[Przepływy
wieloskładnikowe](#)

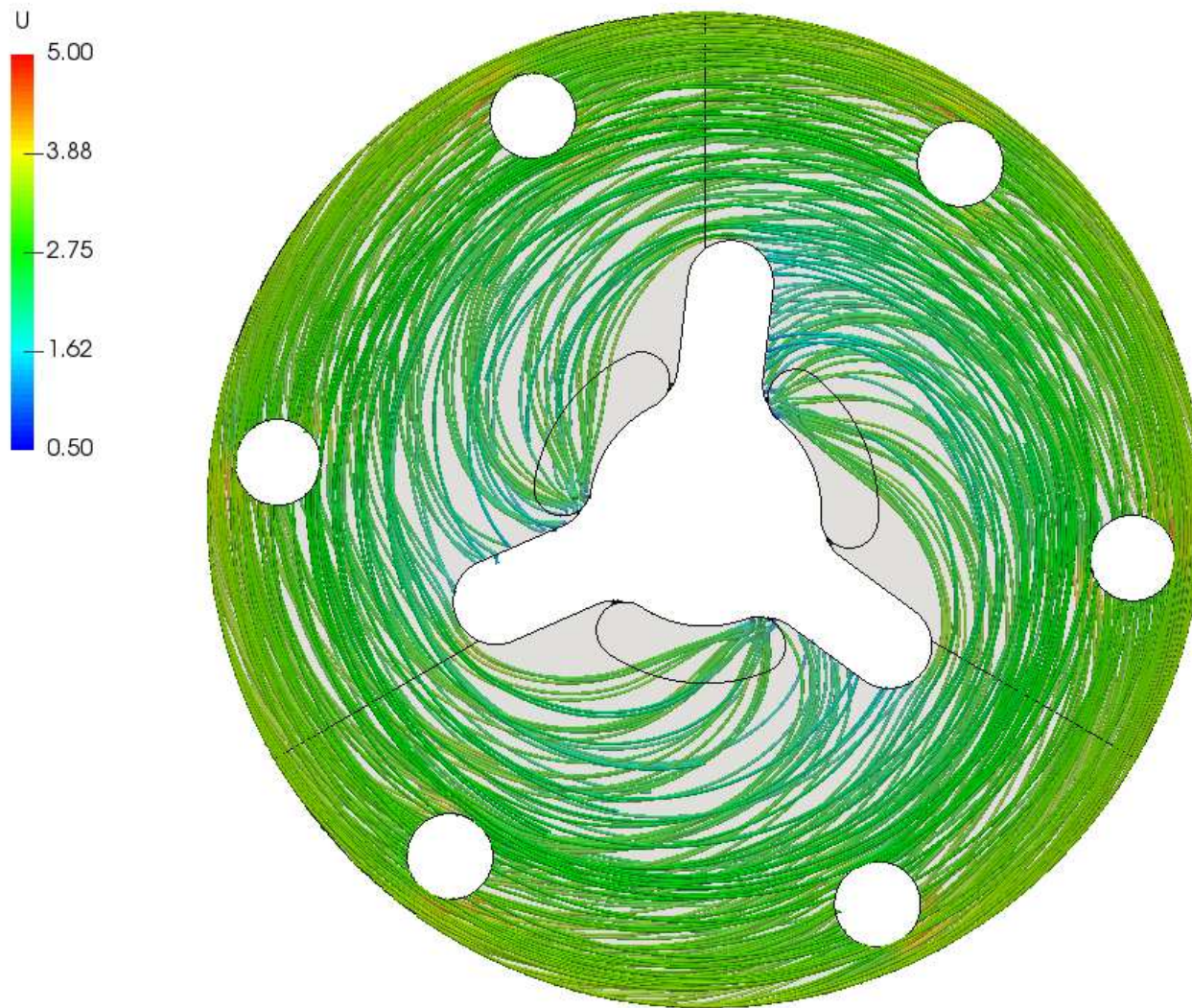
[Metoda VoF](#)

[Płyny
nienewtonowskie](#)

[CFD](#)

[Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne](#)

Turbina Tesli – linie prądu



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

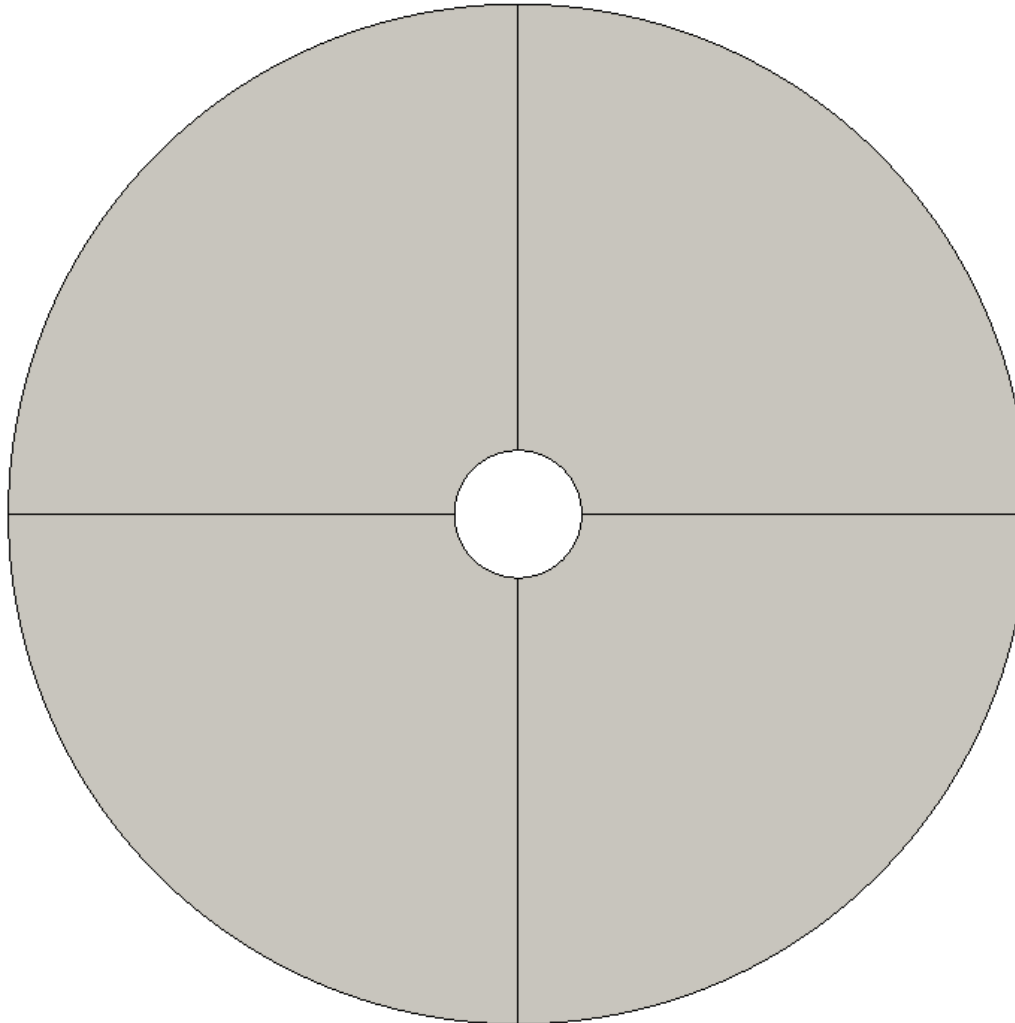
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Prosta turbina Tesli – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

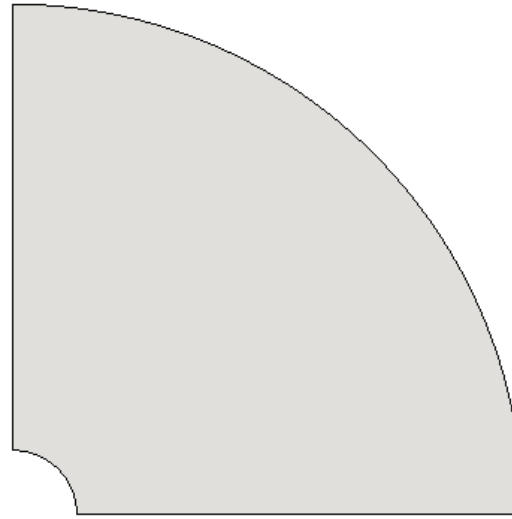
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Prosta turbina Tesli – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

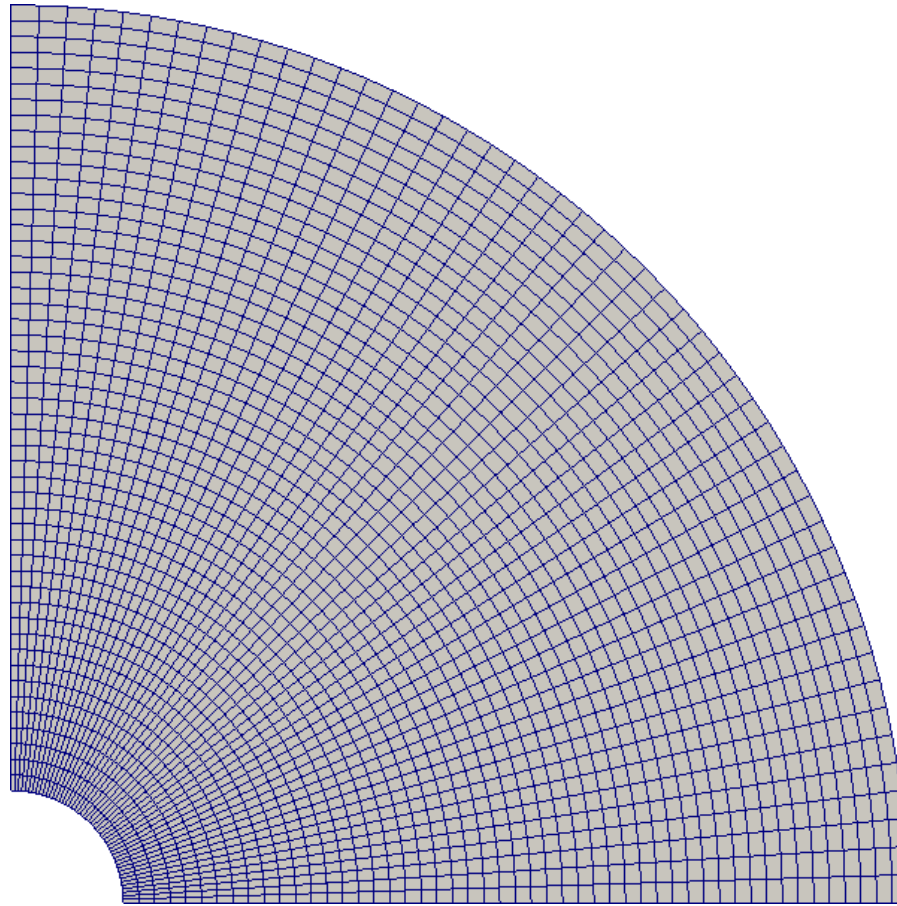
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Prosta turbina Tesli – siatka



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

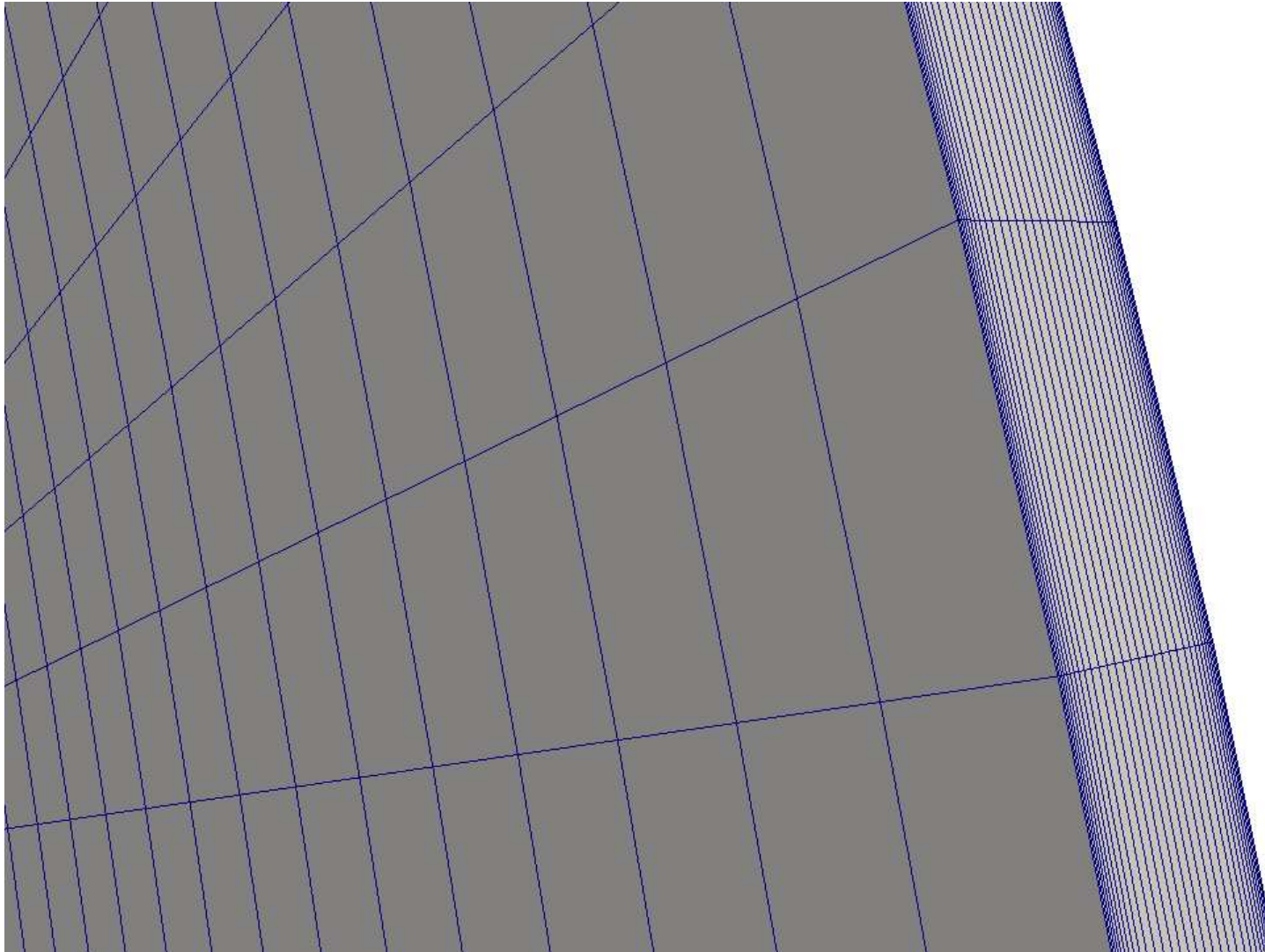
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Prosta turbina Tesli – siatka



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

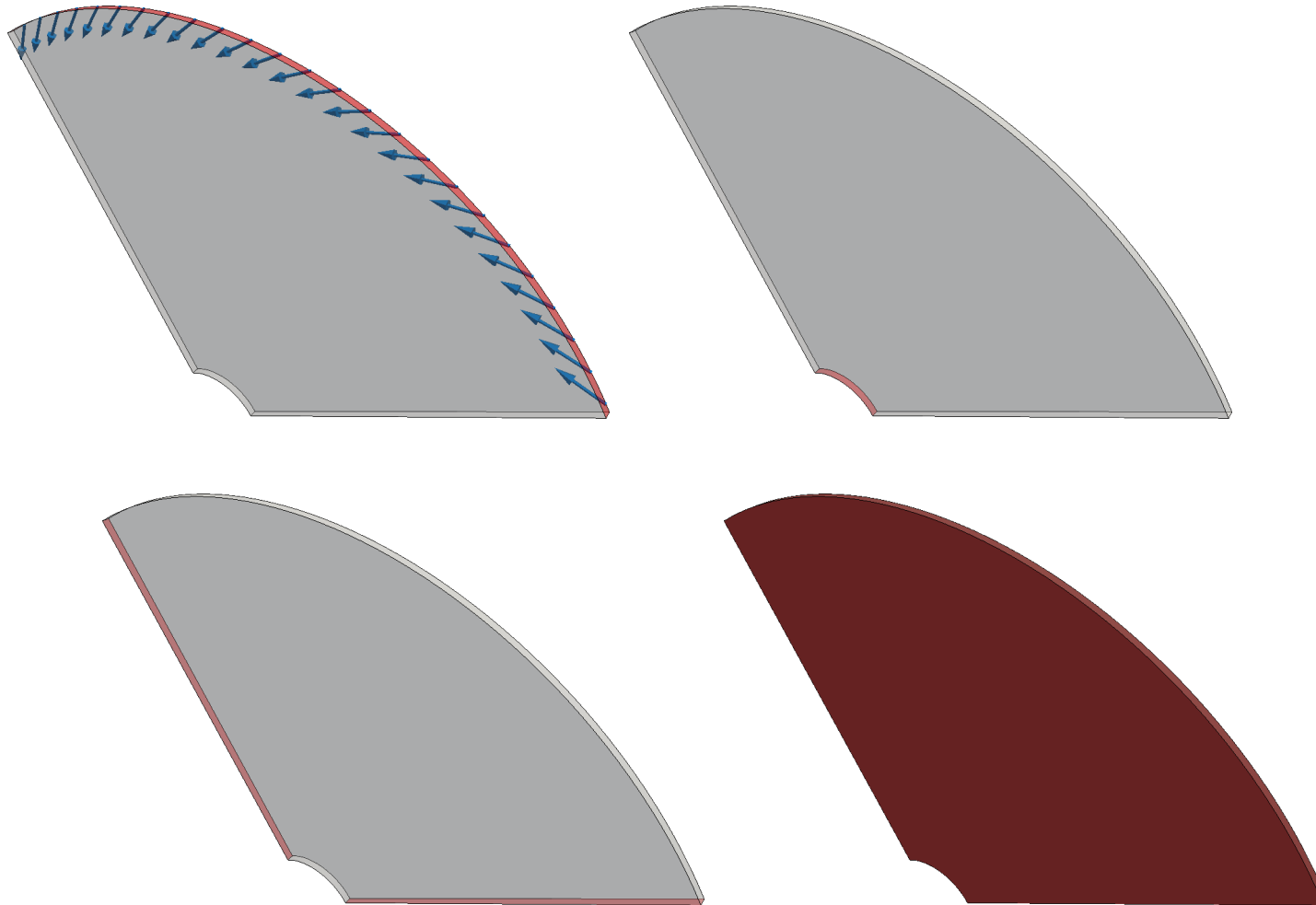
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Prosta turbina Tesli – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

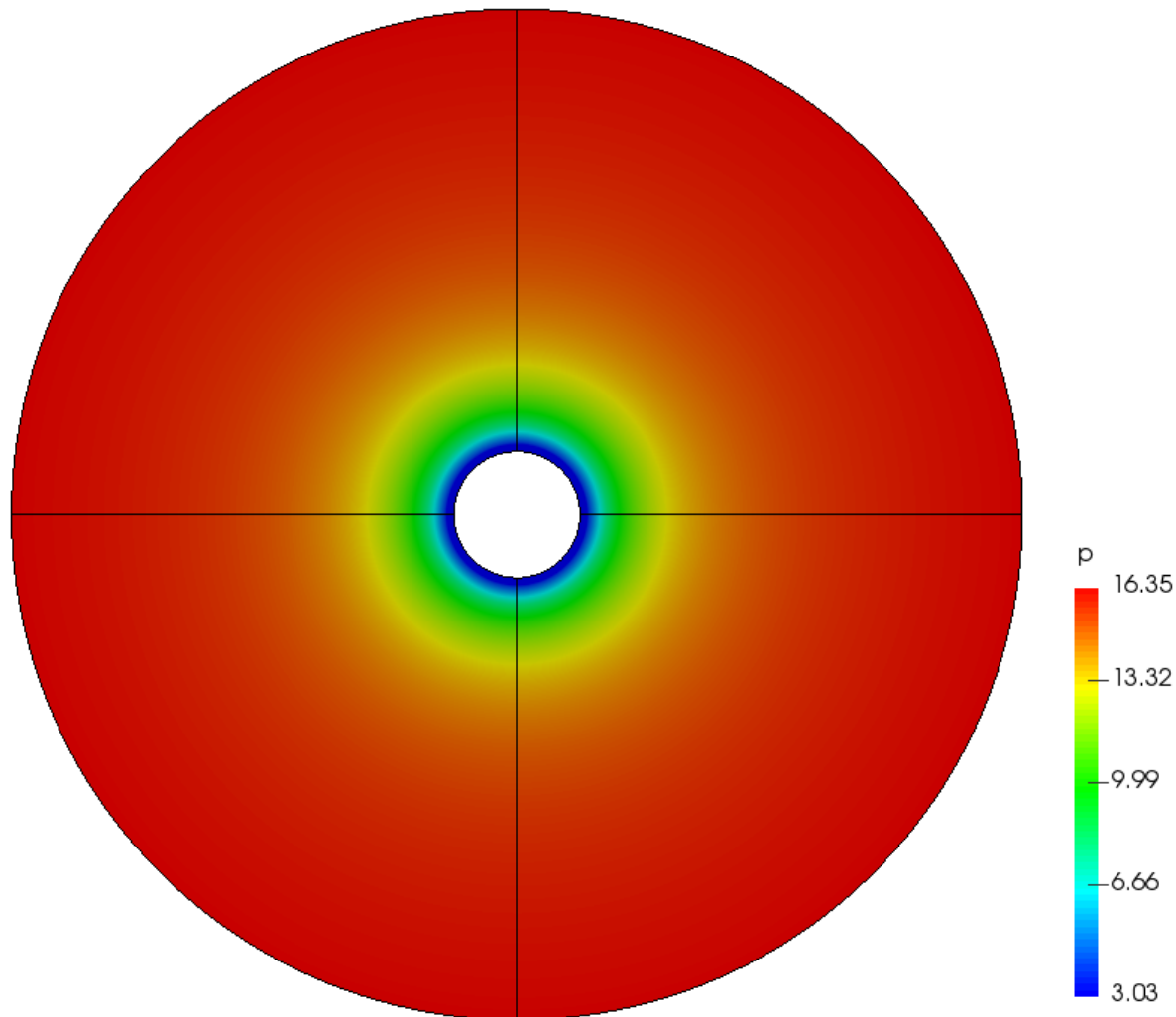
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Prosta turbina Tesli – ciśnienie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

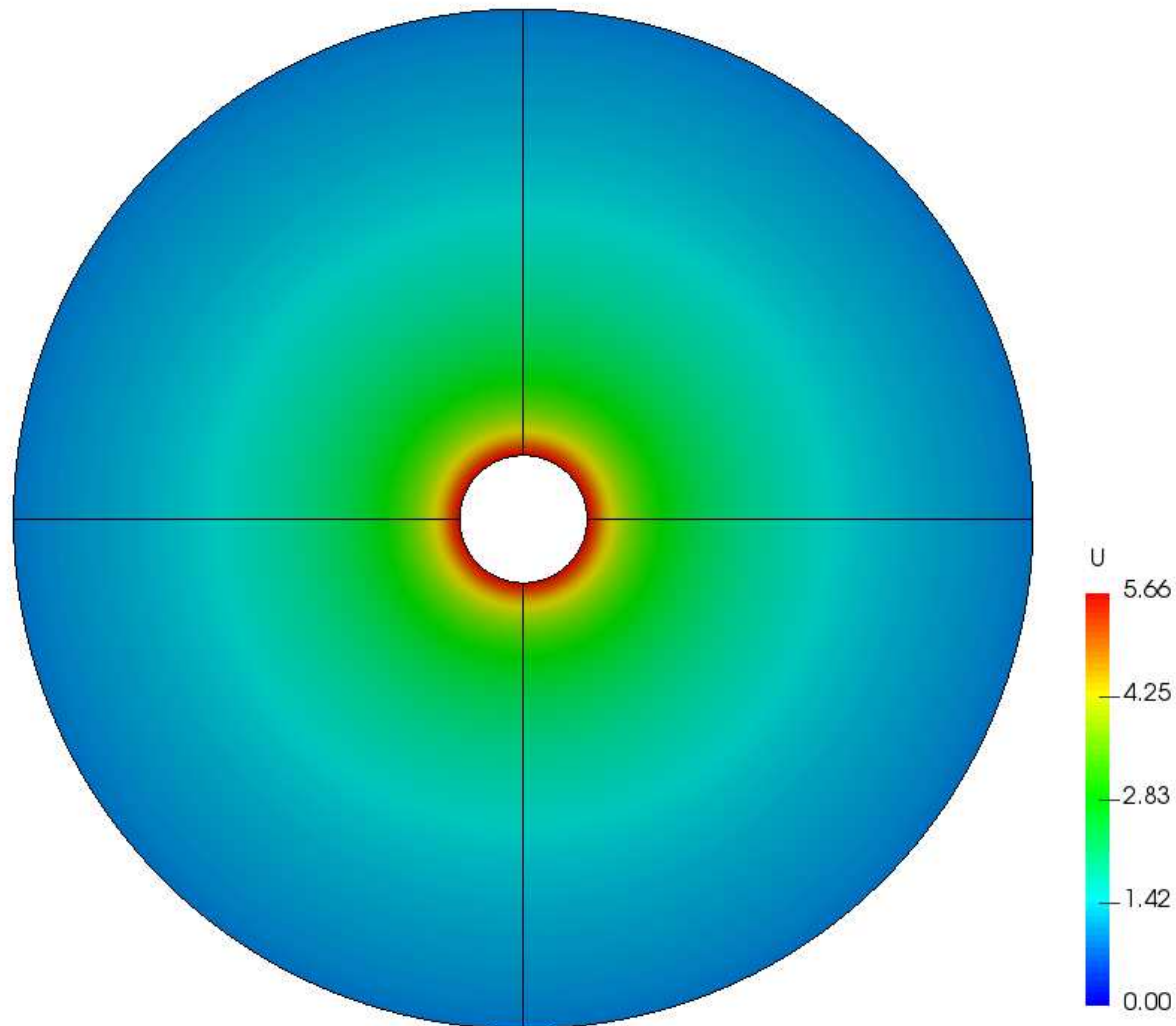
Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Prosta turbina Tesli – prędkość



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

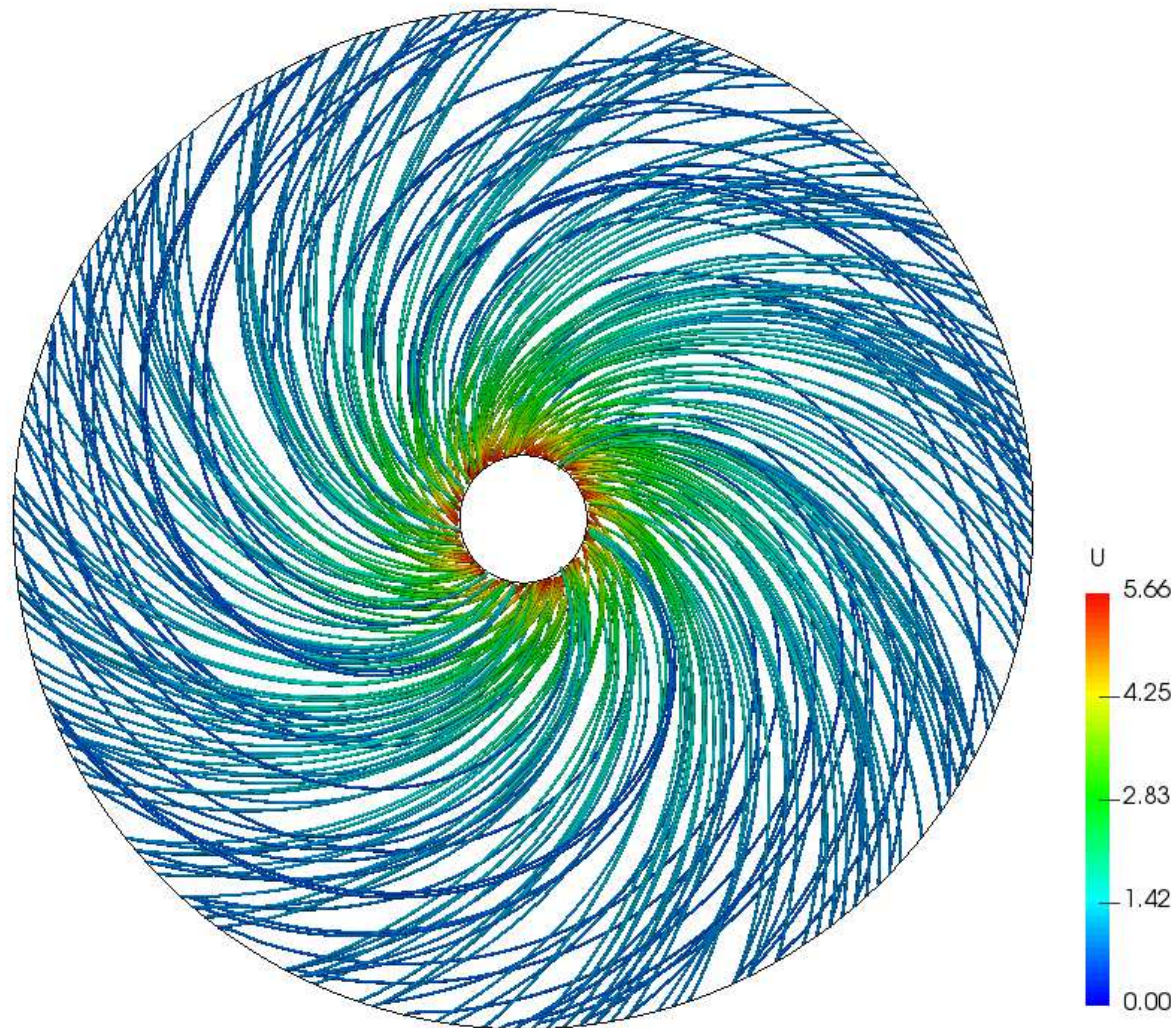
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Prosta turbina Tesli – linie prądu



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

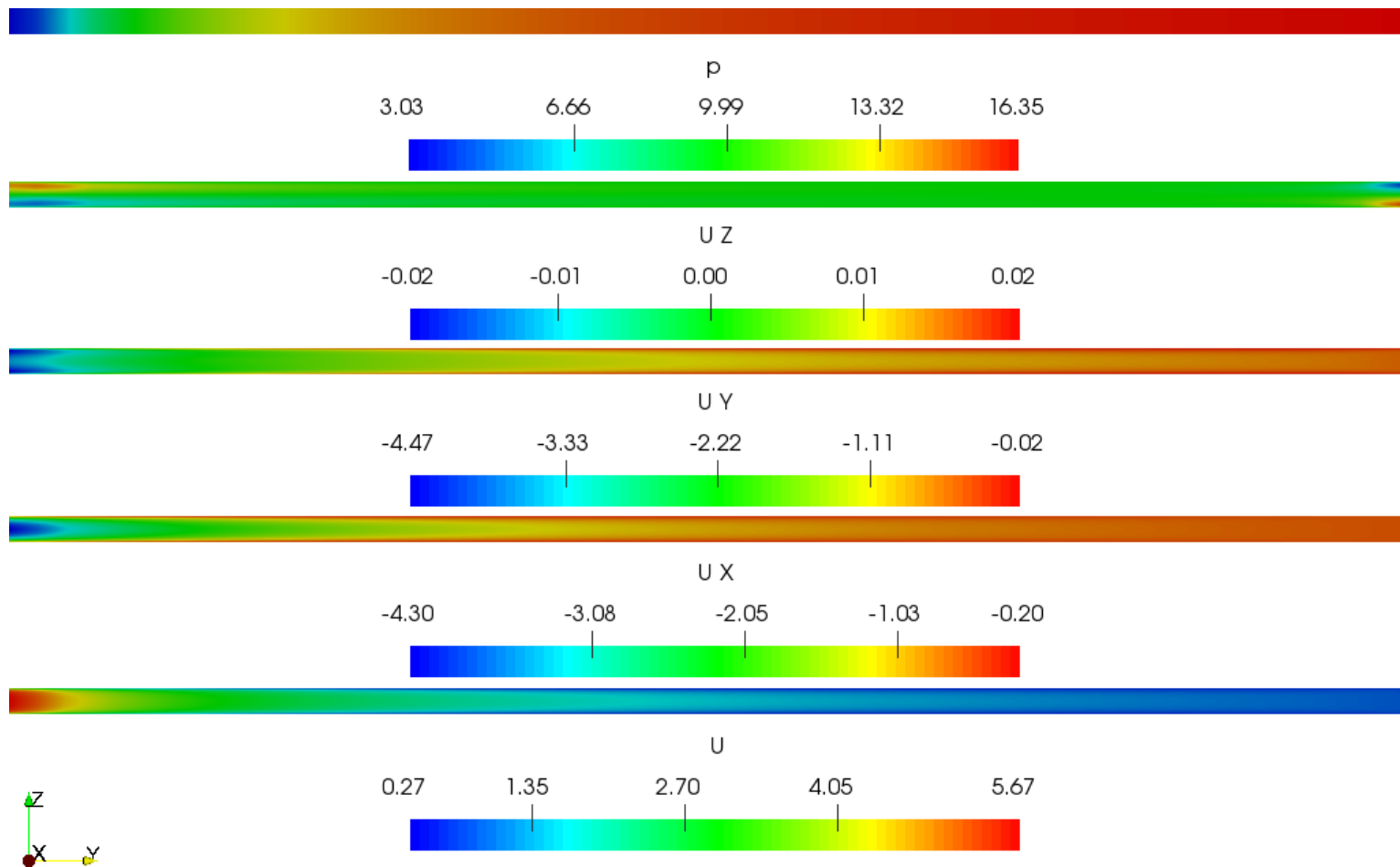
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Prosta turbina Tesli – szczelina



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

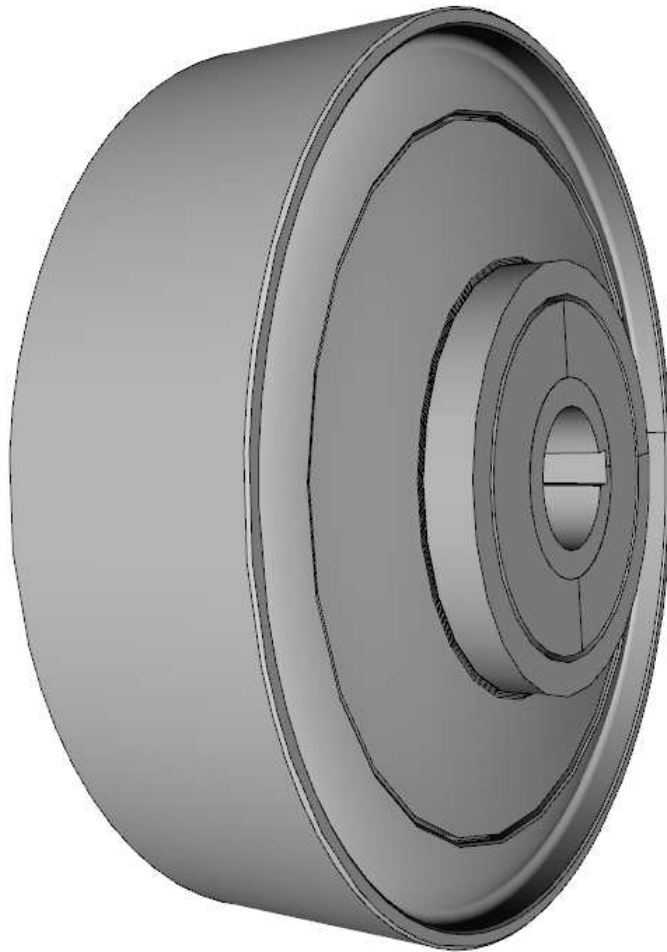
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

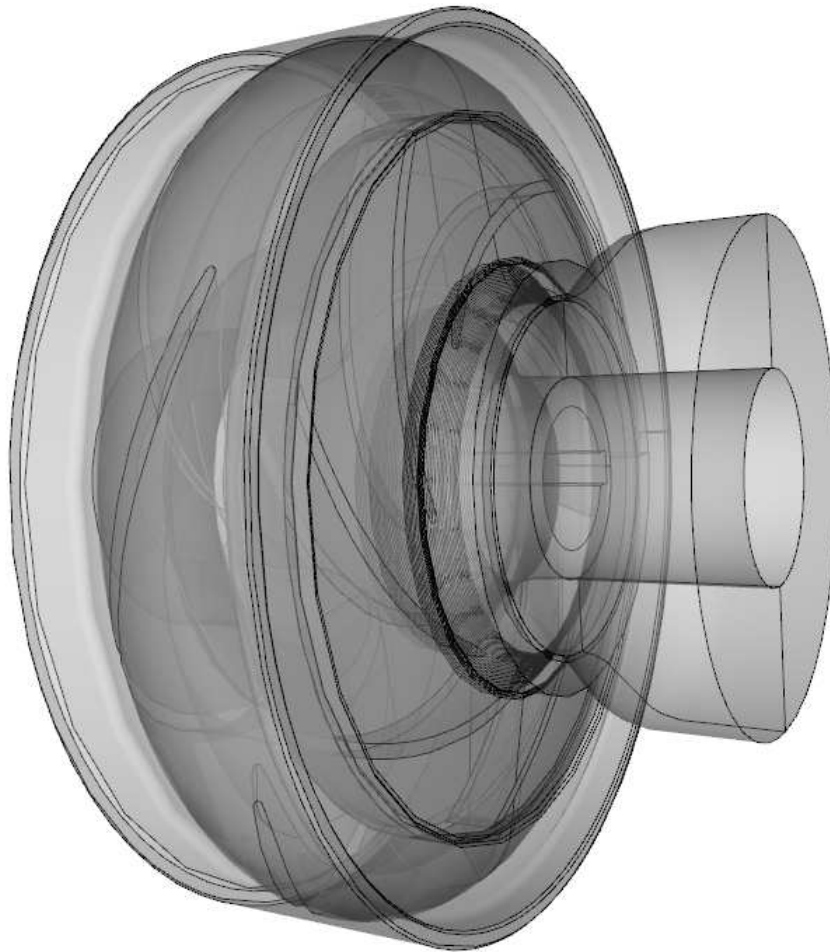
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

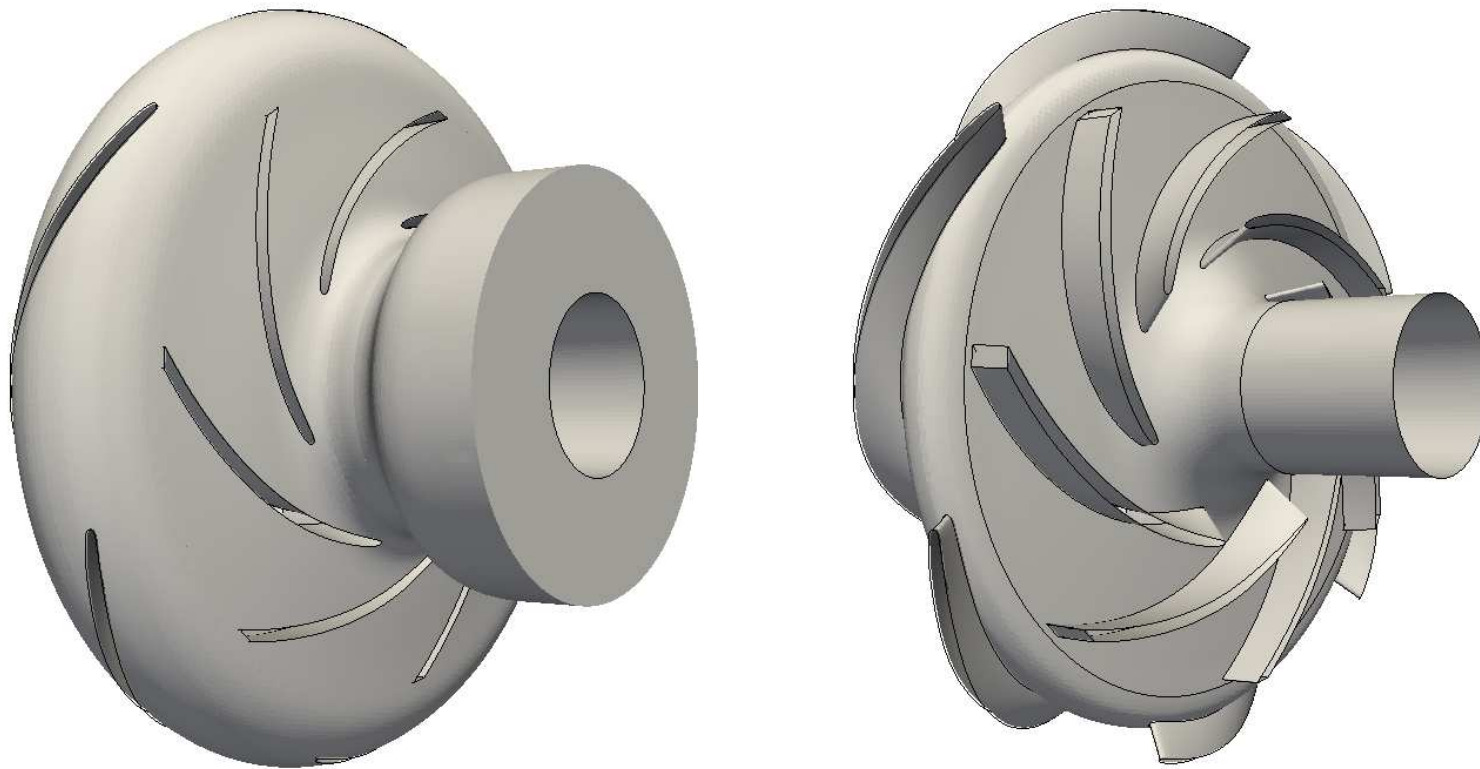
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

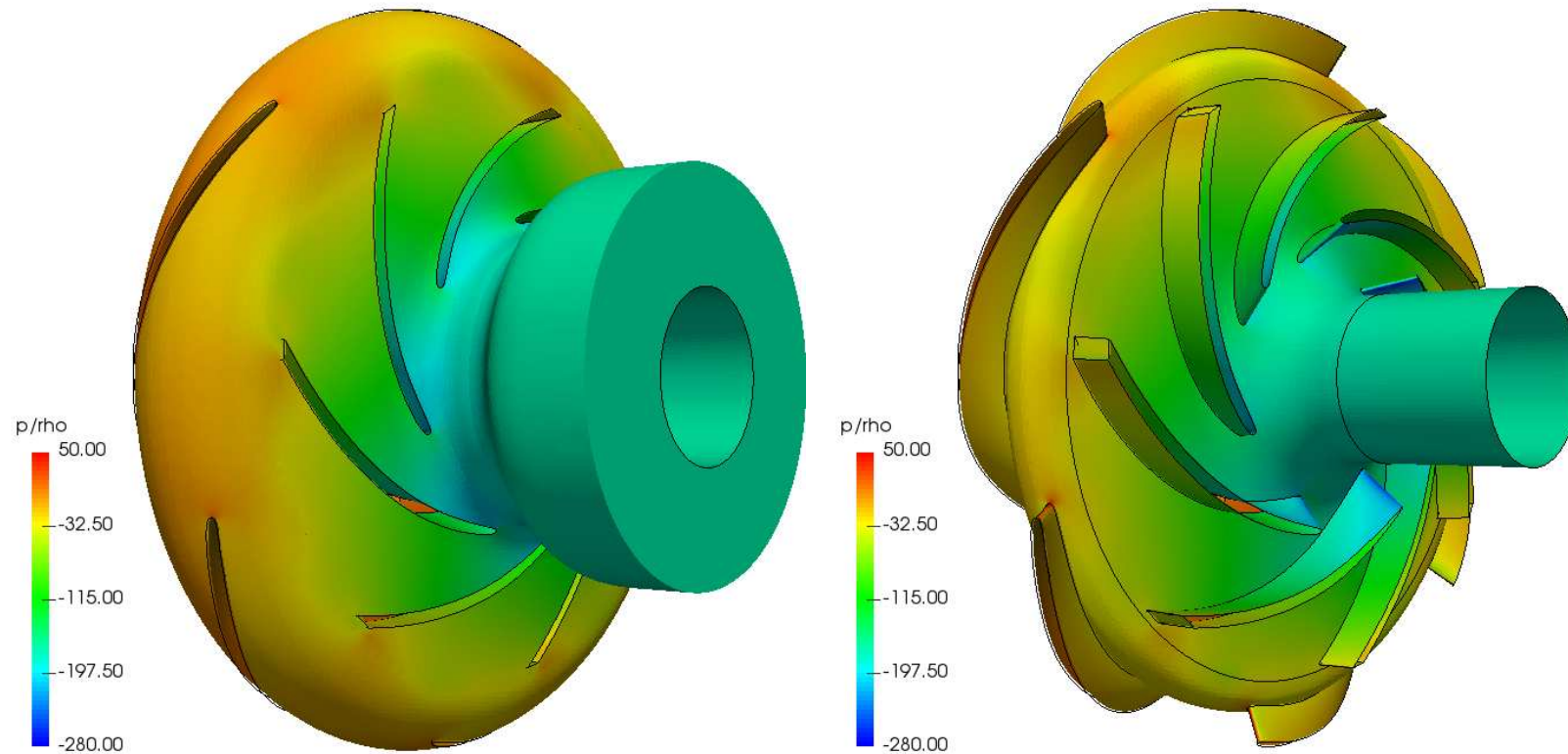
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – ciśnienie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

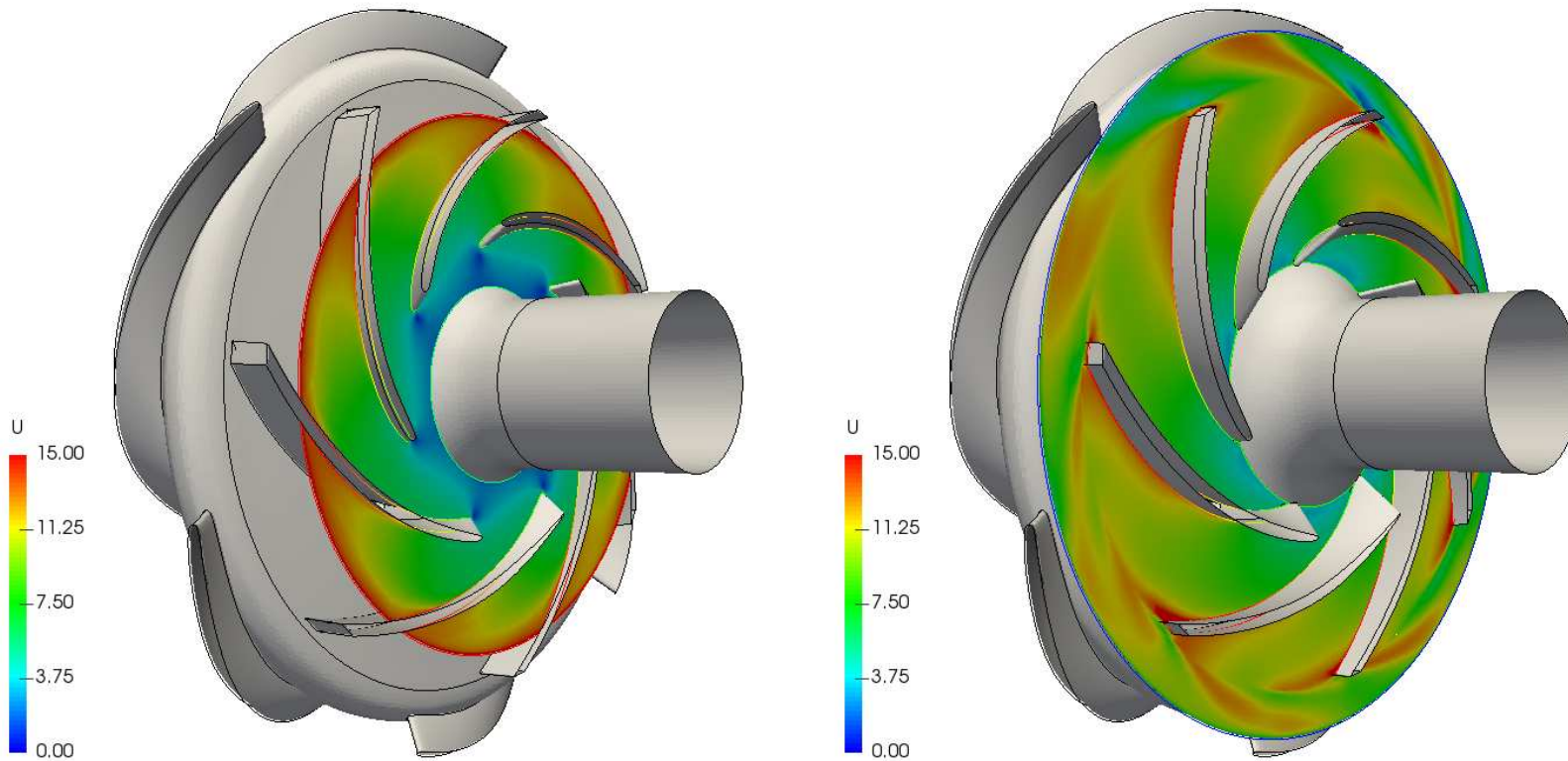
Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Pompa – prędkość



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

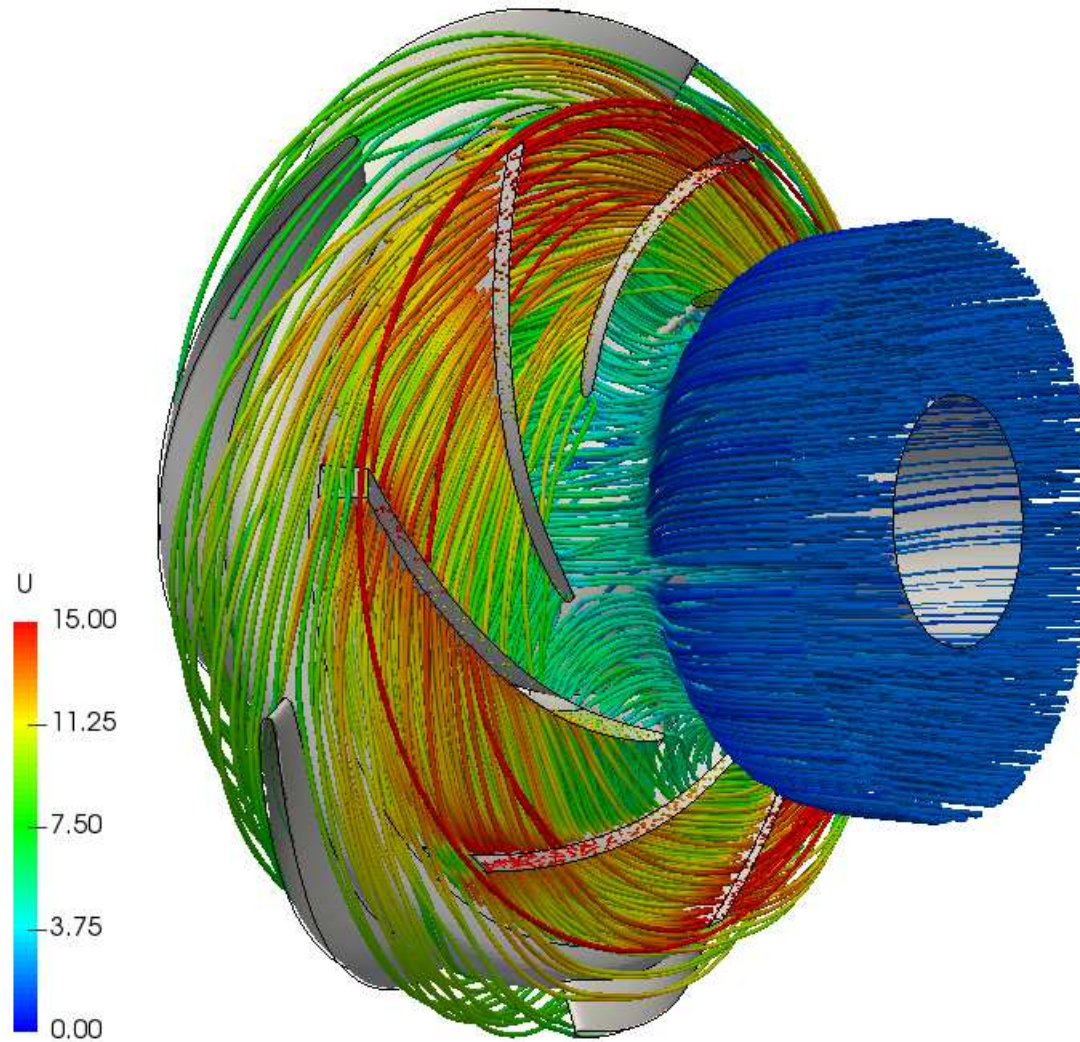
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – linie prądu



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

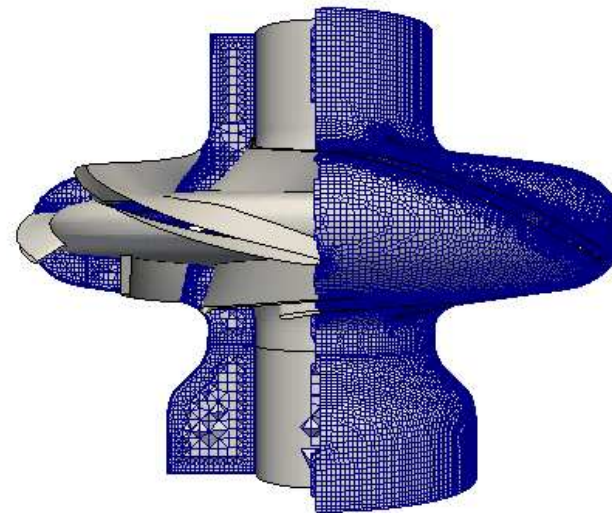
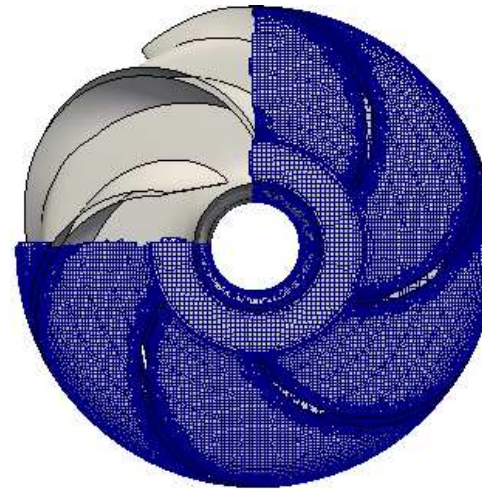
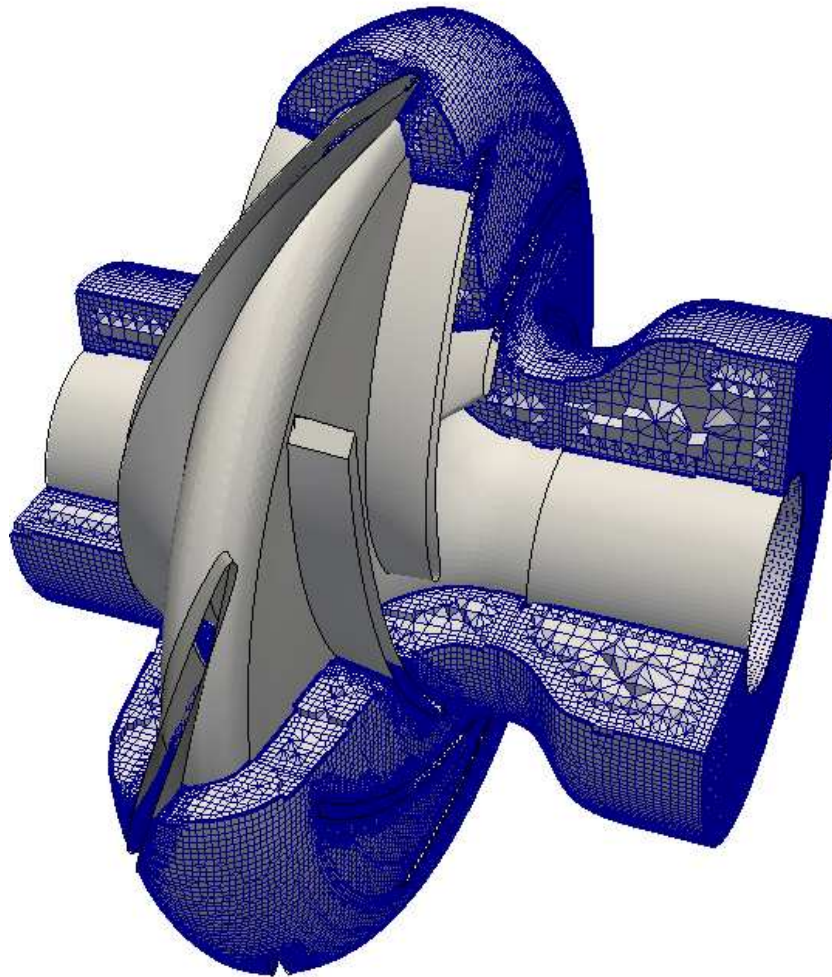
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – siatka



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

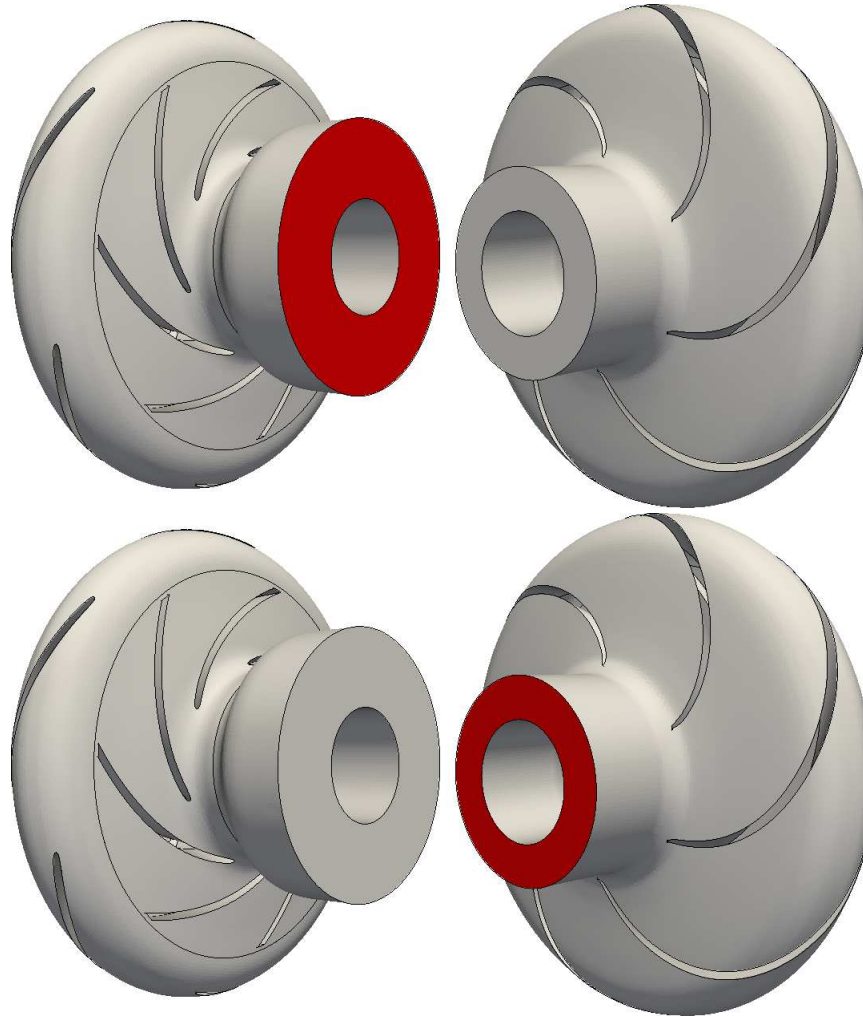
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

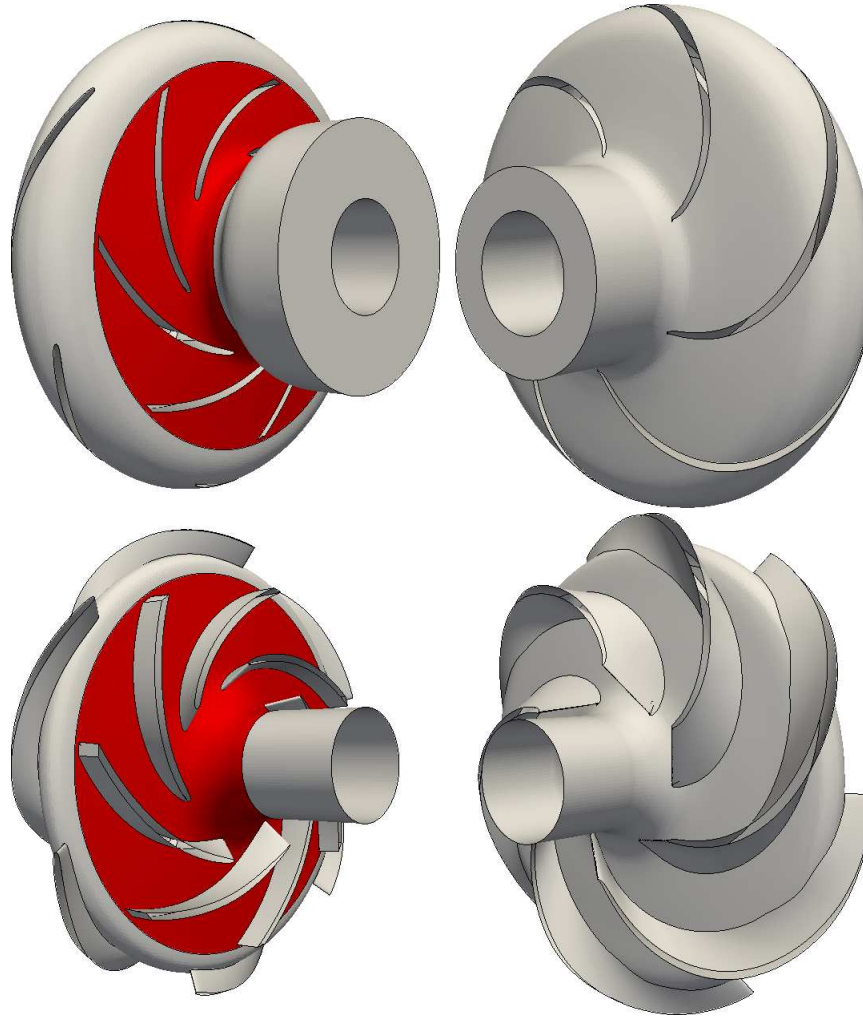
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

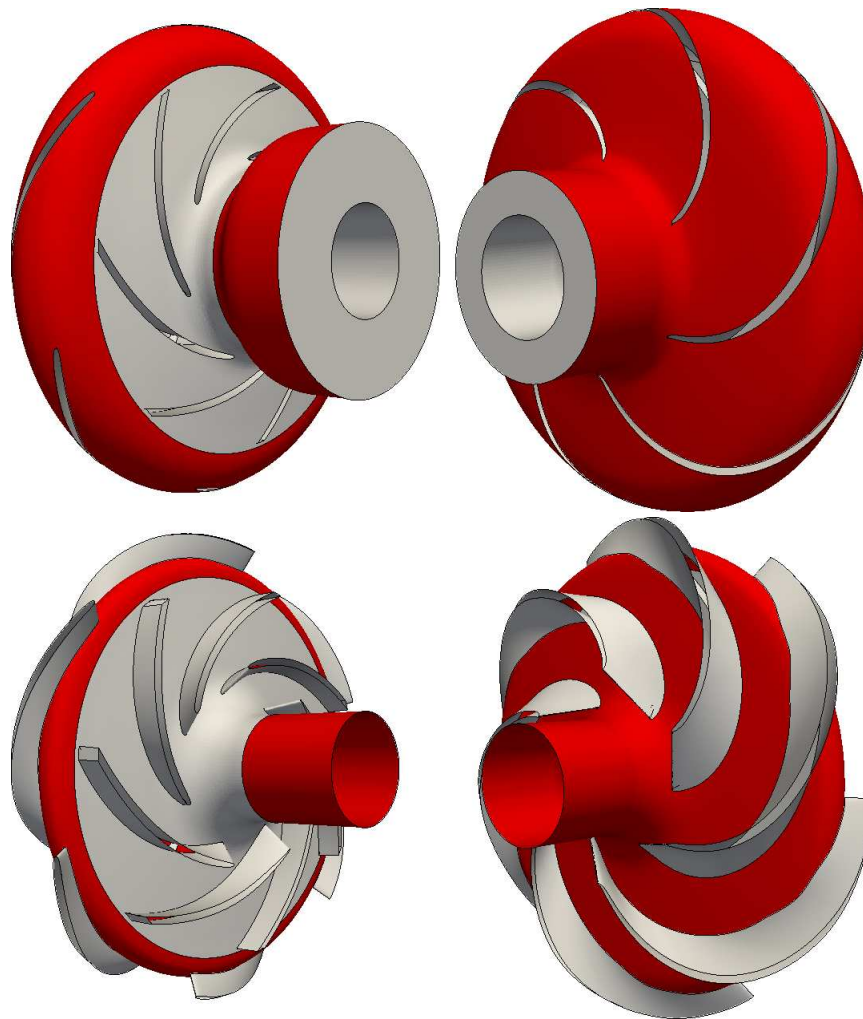
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

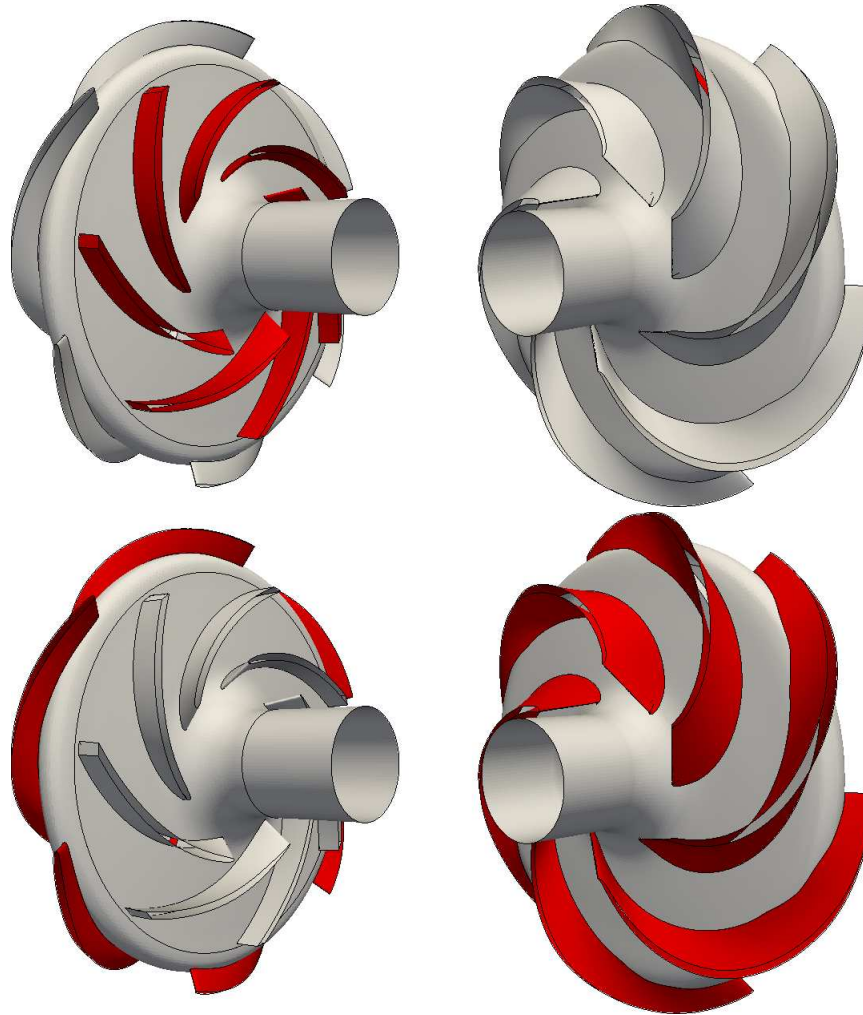
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

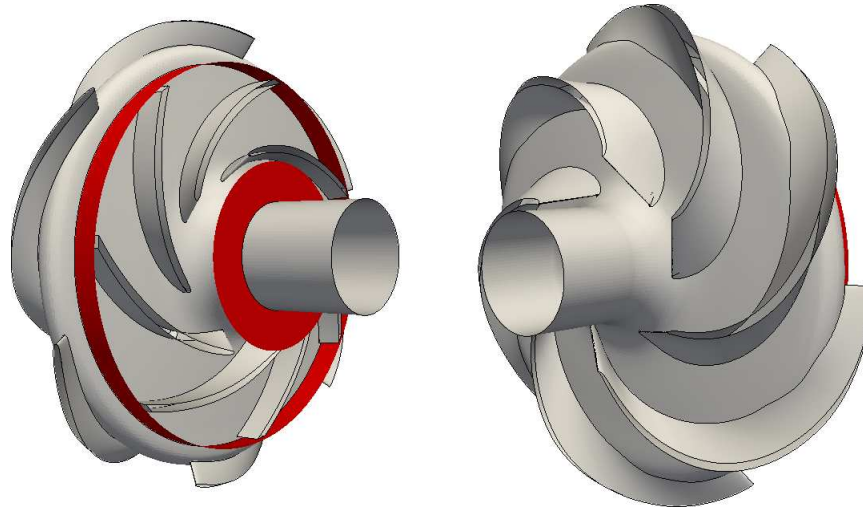
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

■ Sprawność

$$\eta = \frac{P_u}{P} = \frac{\dot{V} \rho g H}{\omega T} \quad (93)$$

■ Wysokość podnoszenia

$$H = z_o - z_i + \frac{p_o - p_i}{\rho g} + \frac{u_o^2 - u_i^2}{2g} \quad (94)$$

■ Prędkość kątowna

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \quad (95)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – charakterystyki

■ Sprawność

$$\eta = f(\dot{V}) \quad (96)$$

■ Wysokość podnoszenia

$$H = f(\dot{V}) \quad (97)$$

■ Moc pompy

$$P = f(\dot{V}) \quad (98)$$

■ Warstwicowa

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

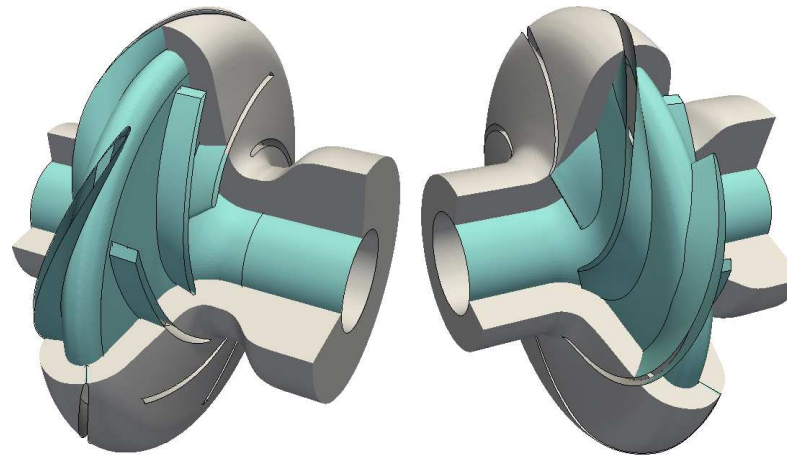
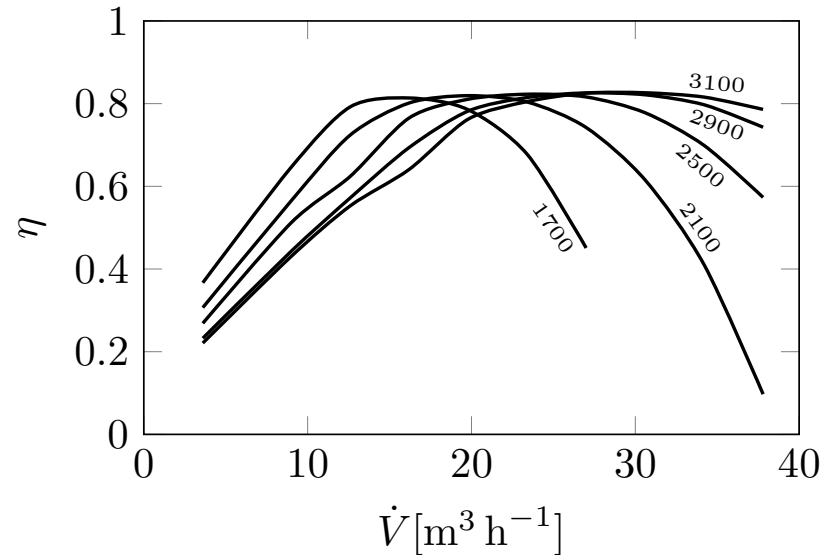
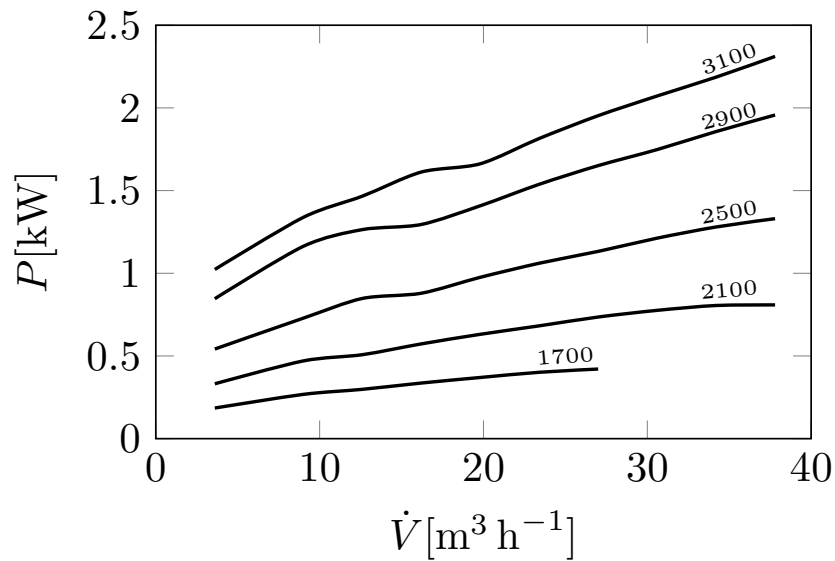
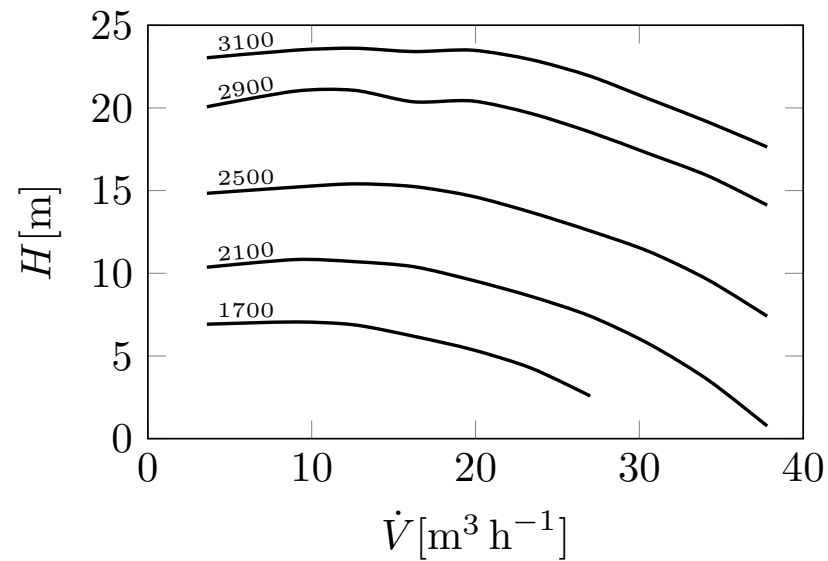
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa – charakterystyki



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

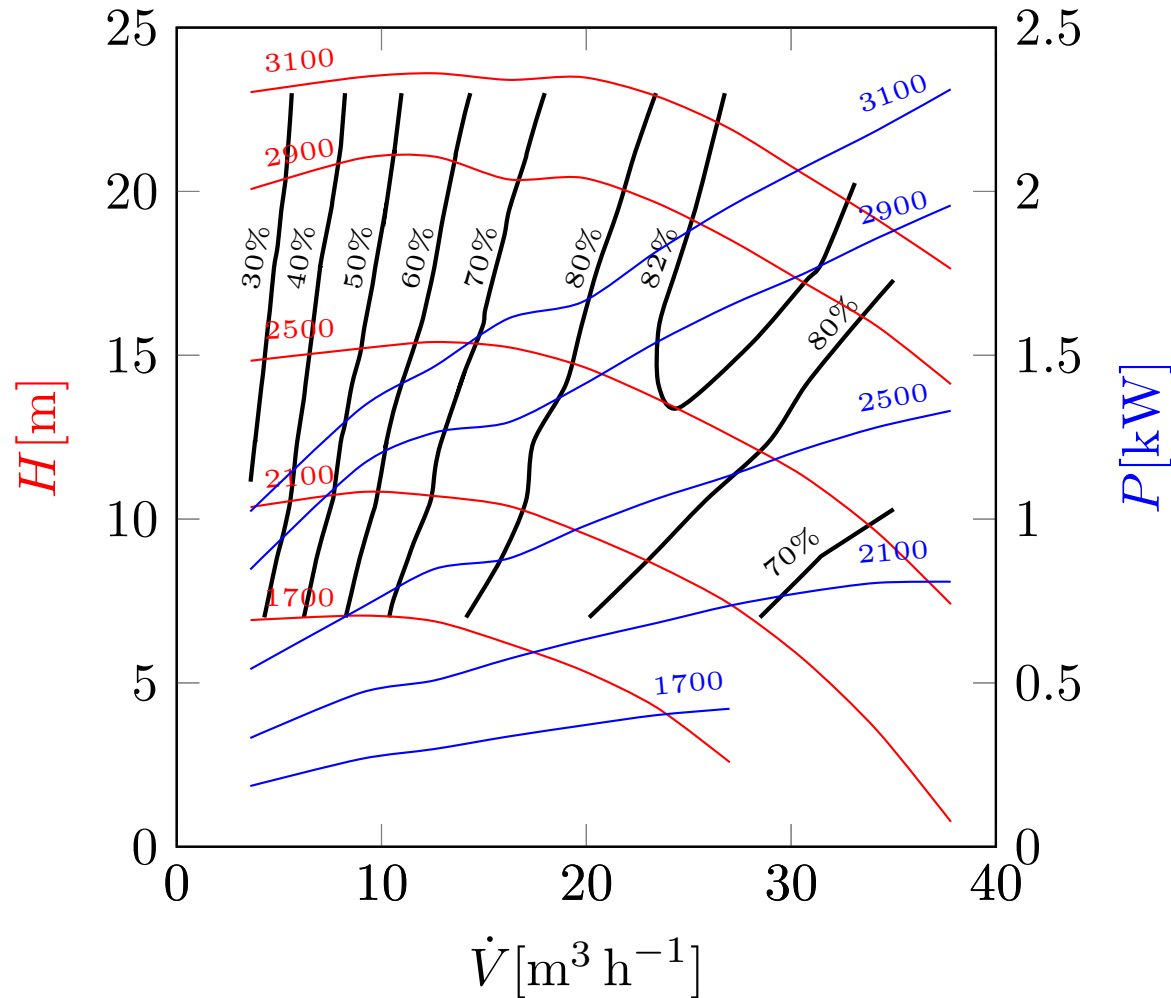
Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Pompa – charakterystyki



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

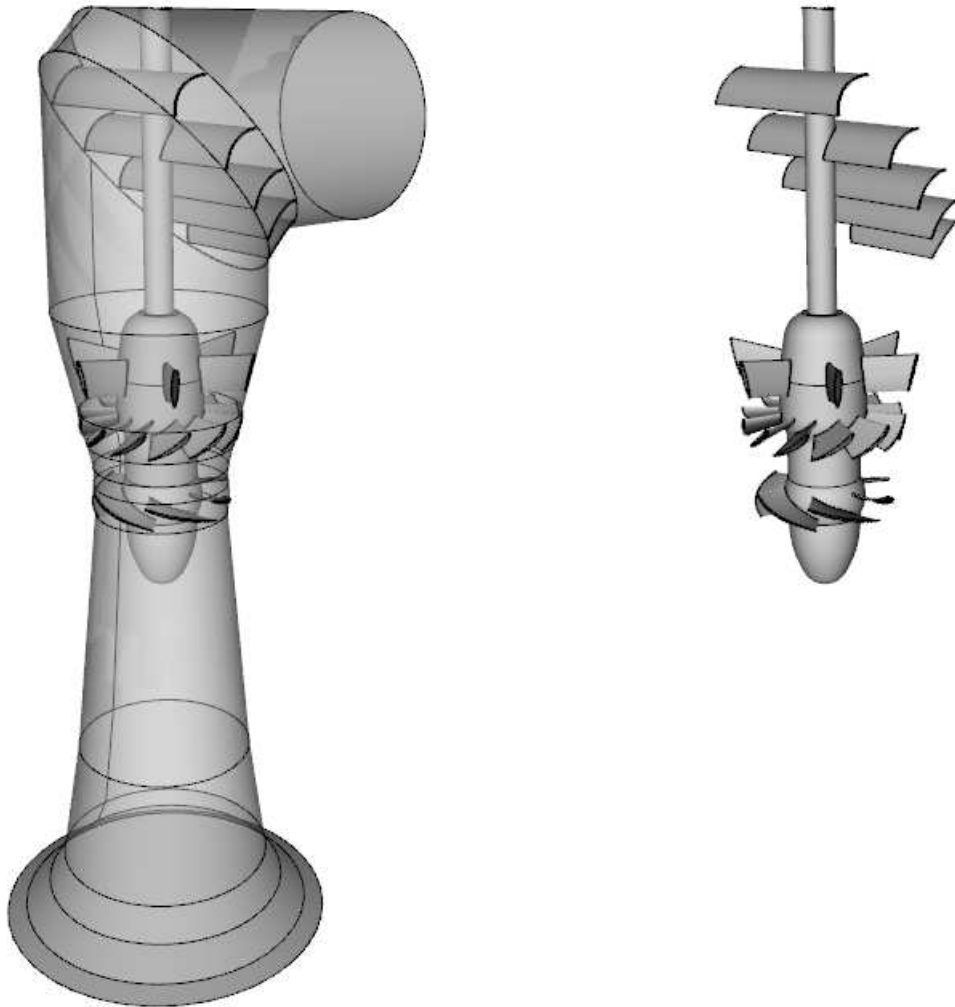
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Kaplana – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

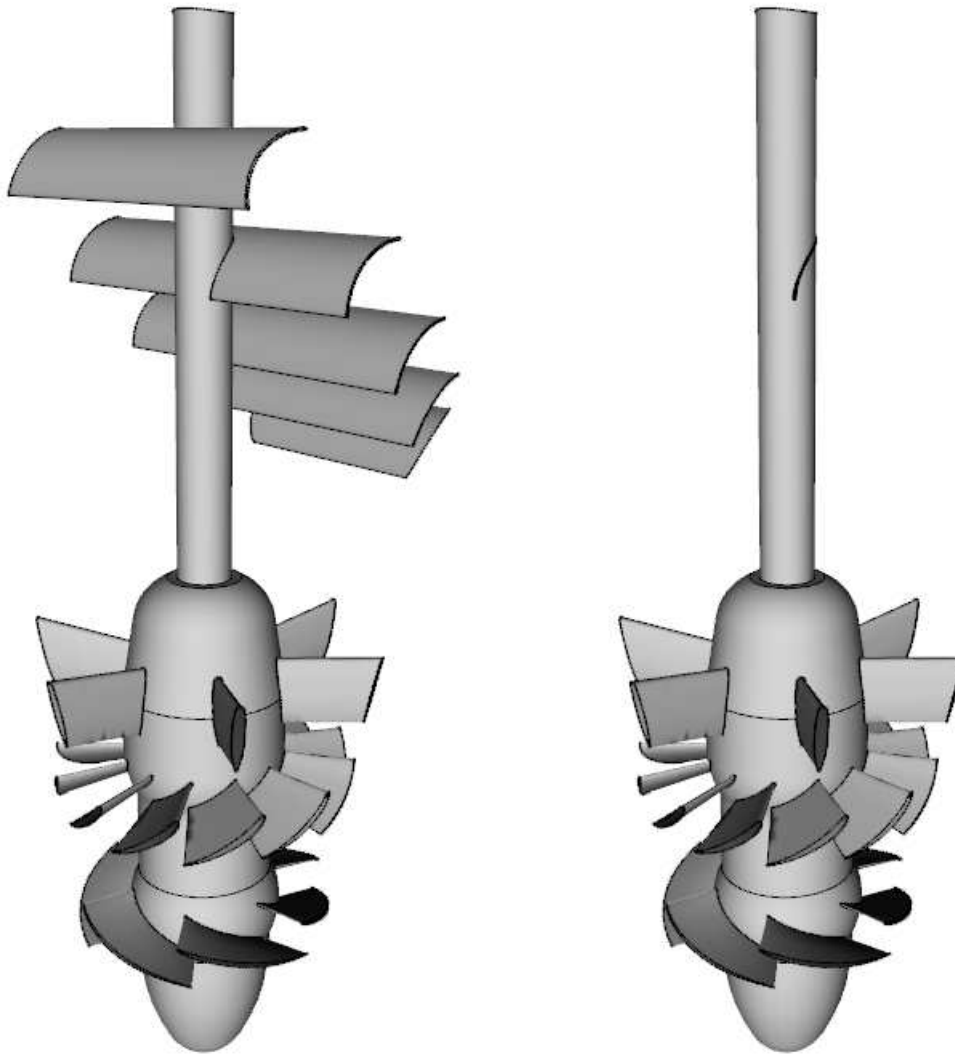
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Kaplana – model



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

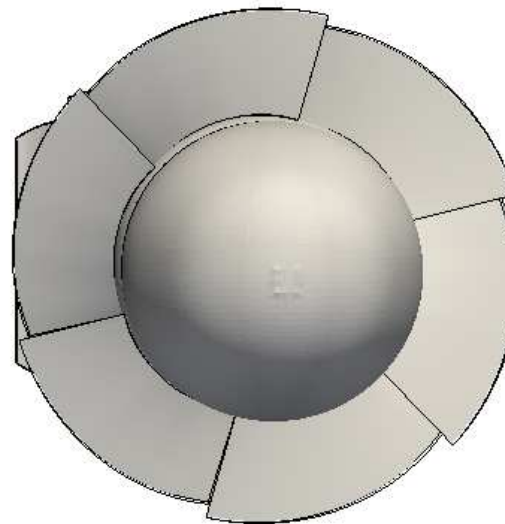
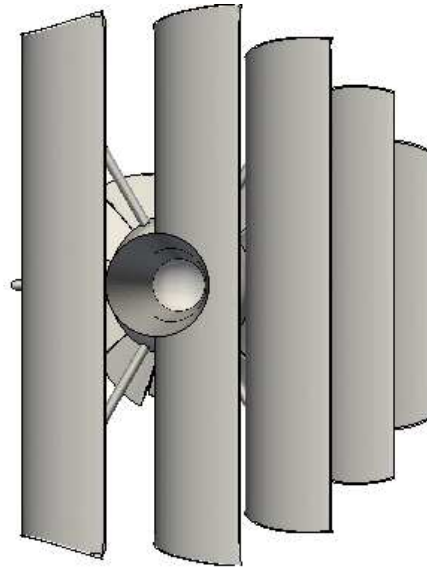
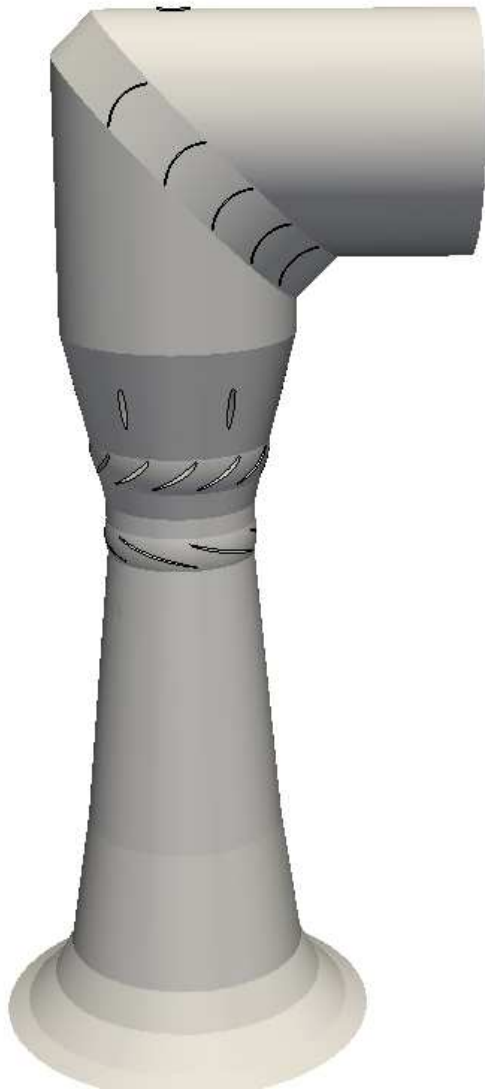
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Kaplana – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

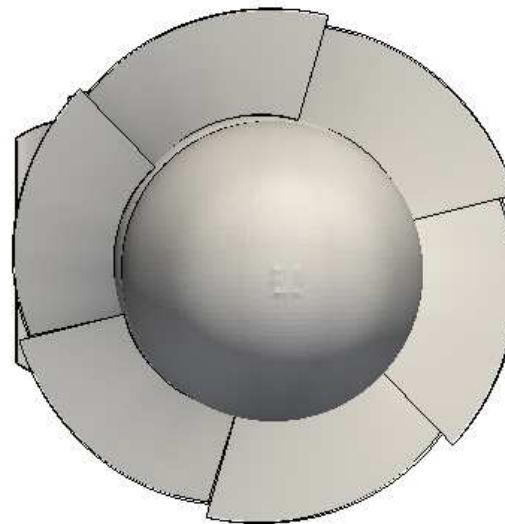
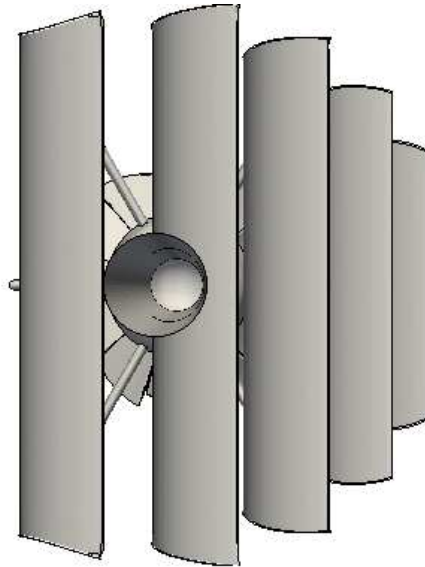
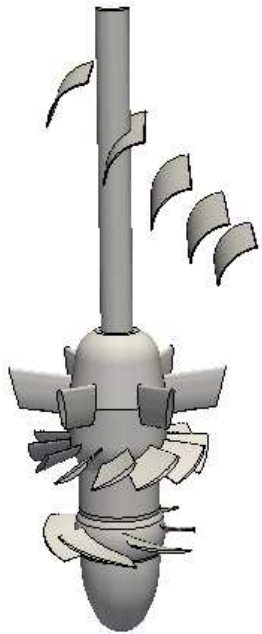
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Kaplana – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

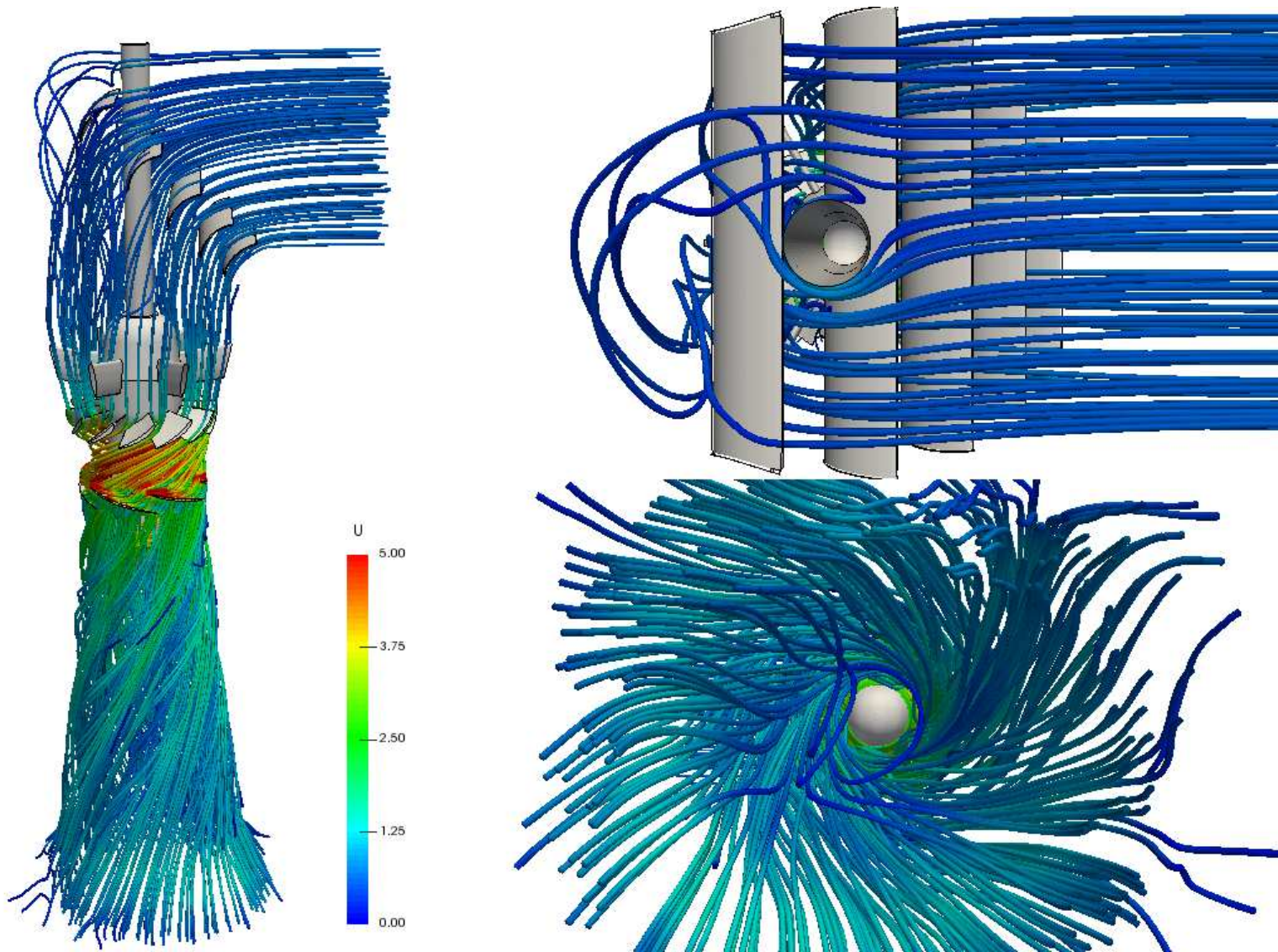
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Kaplana – linie prądu



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

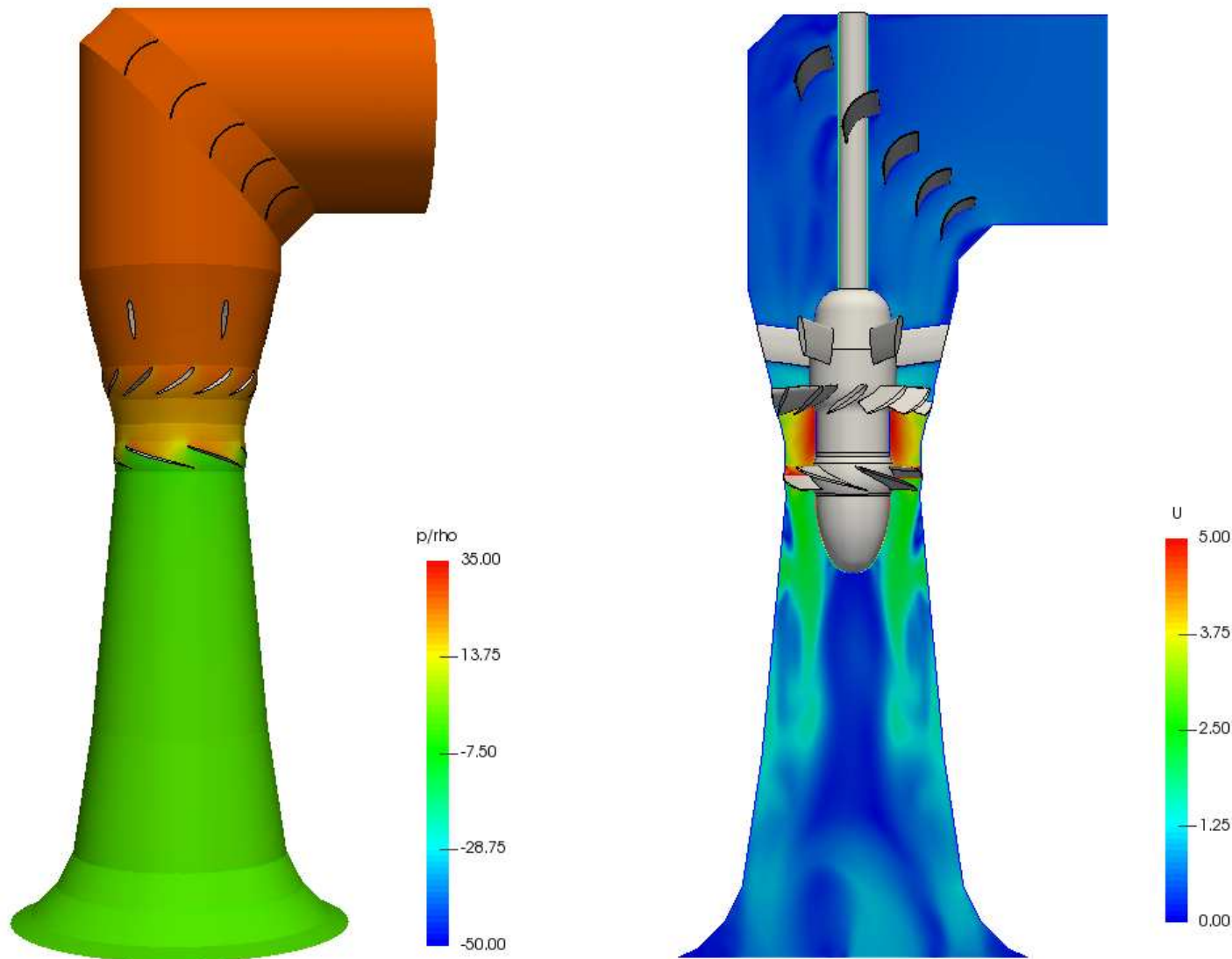
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Kaplana – ciśnienie i prędkość



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

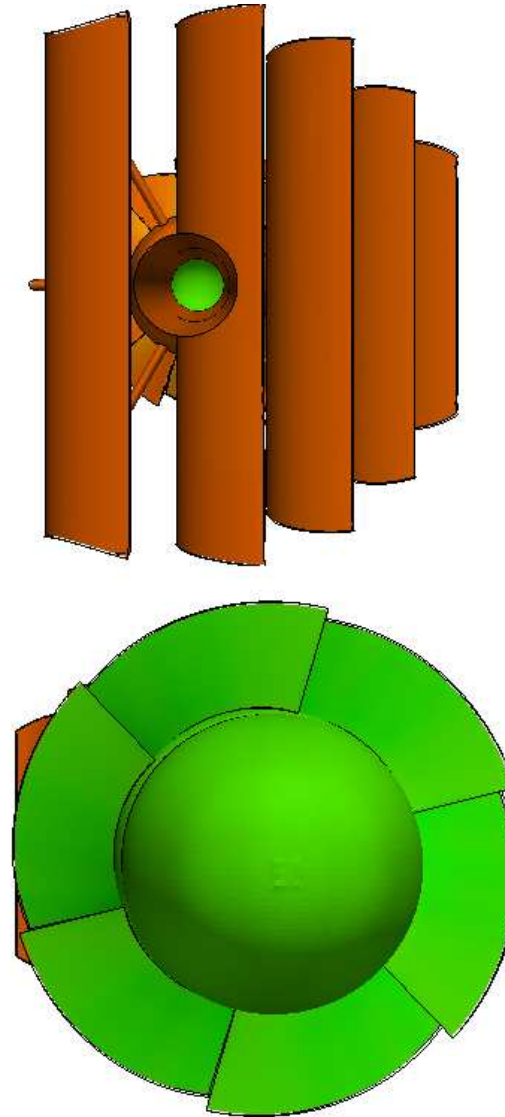
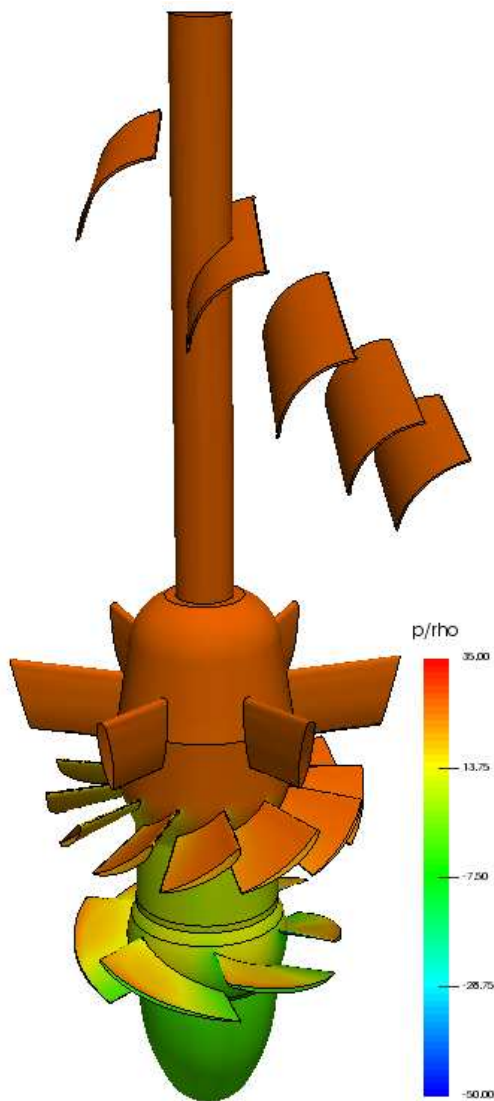
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Kaplana – ciśnienie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

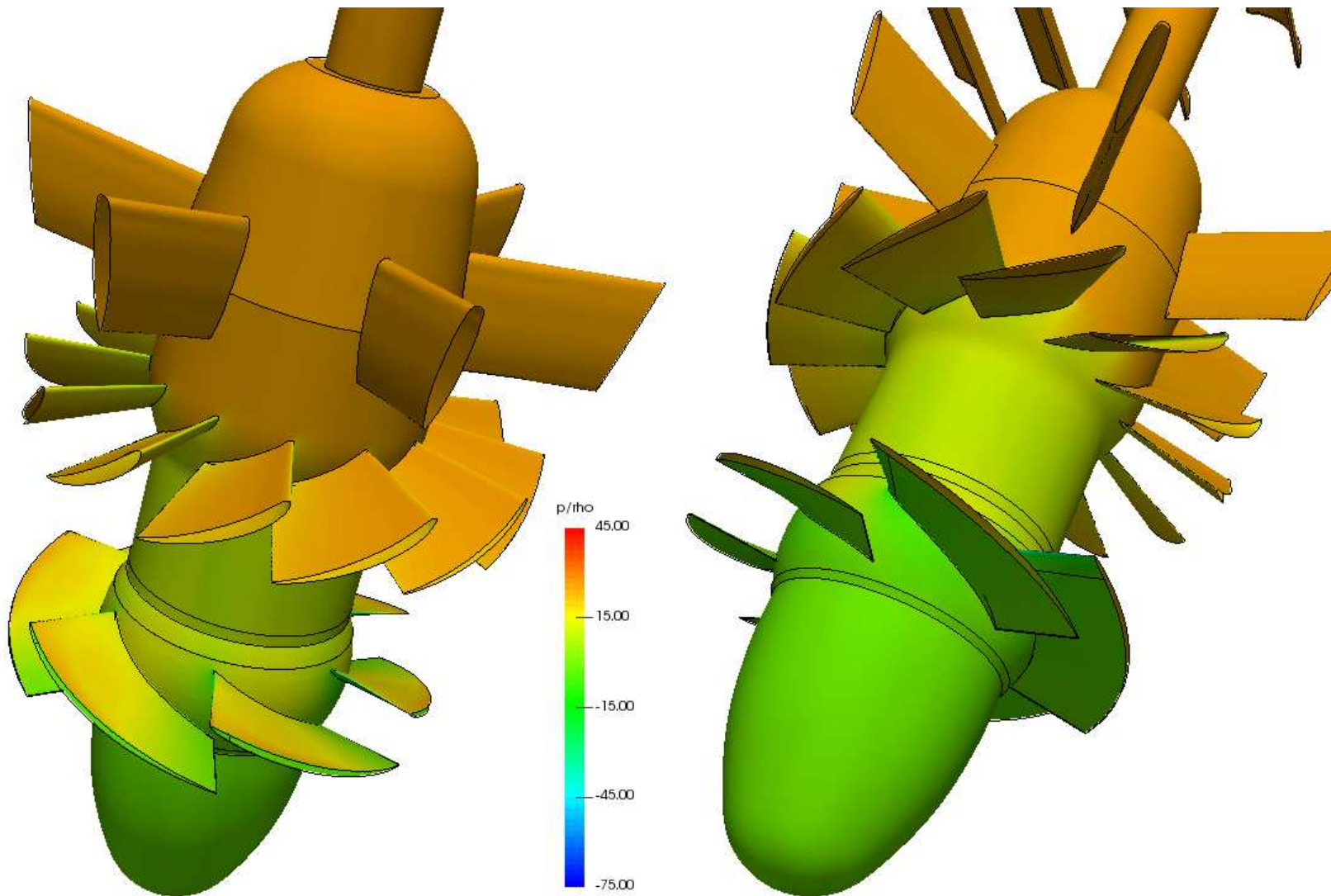
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Kaplana – ciśnienie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

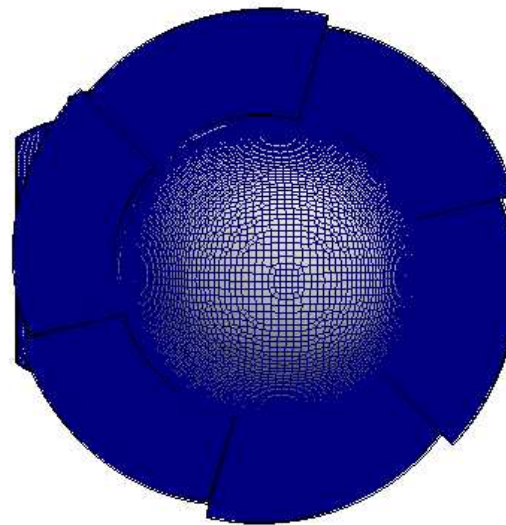
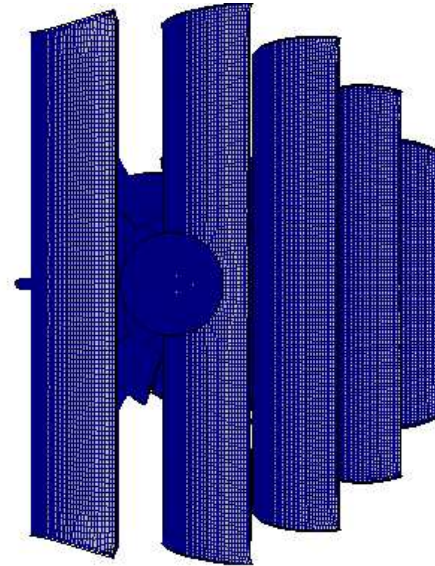
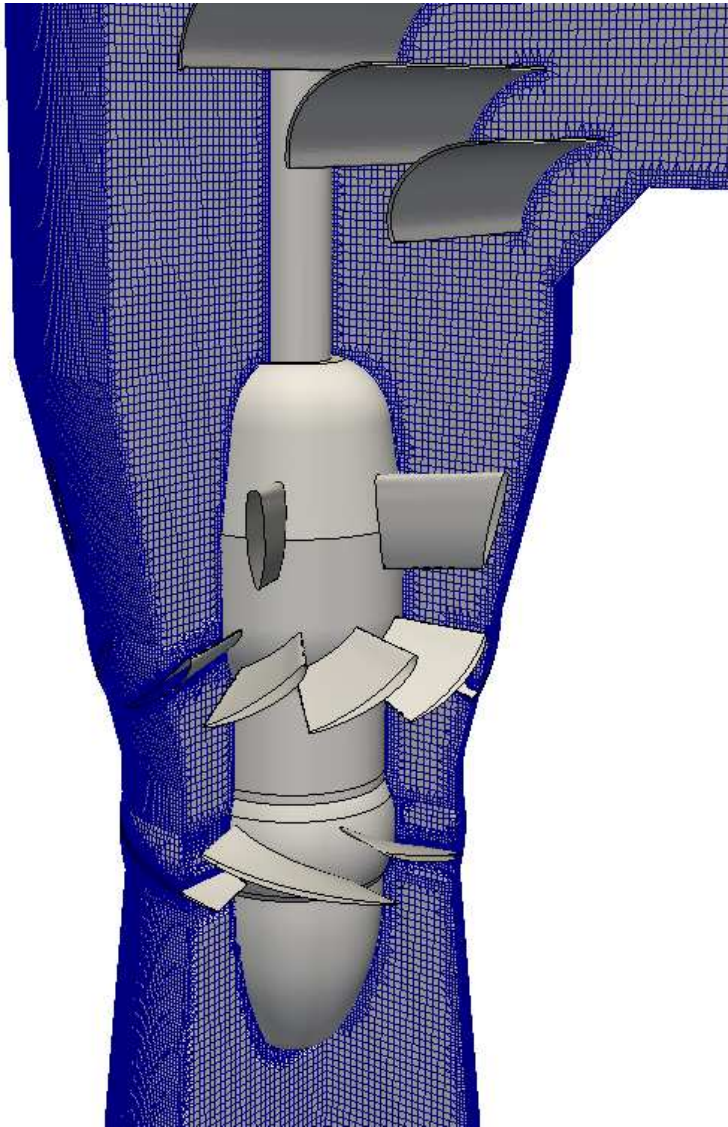
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Kaplana – siatka



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

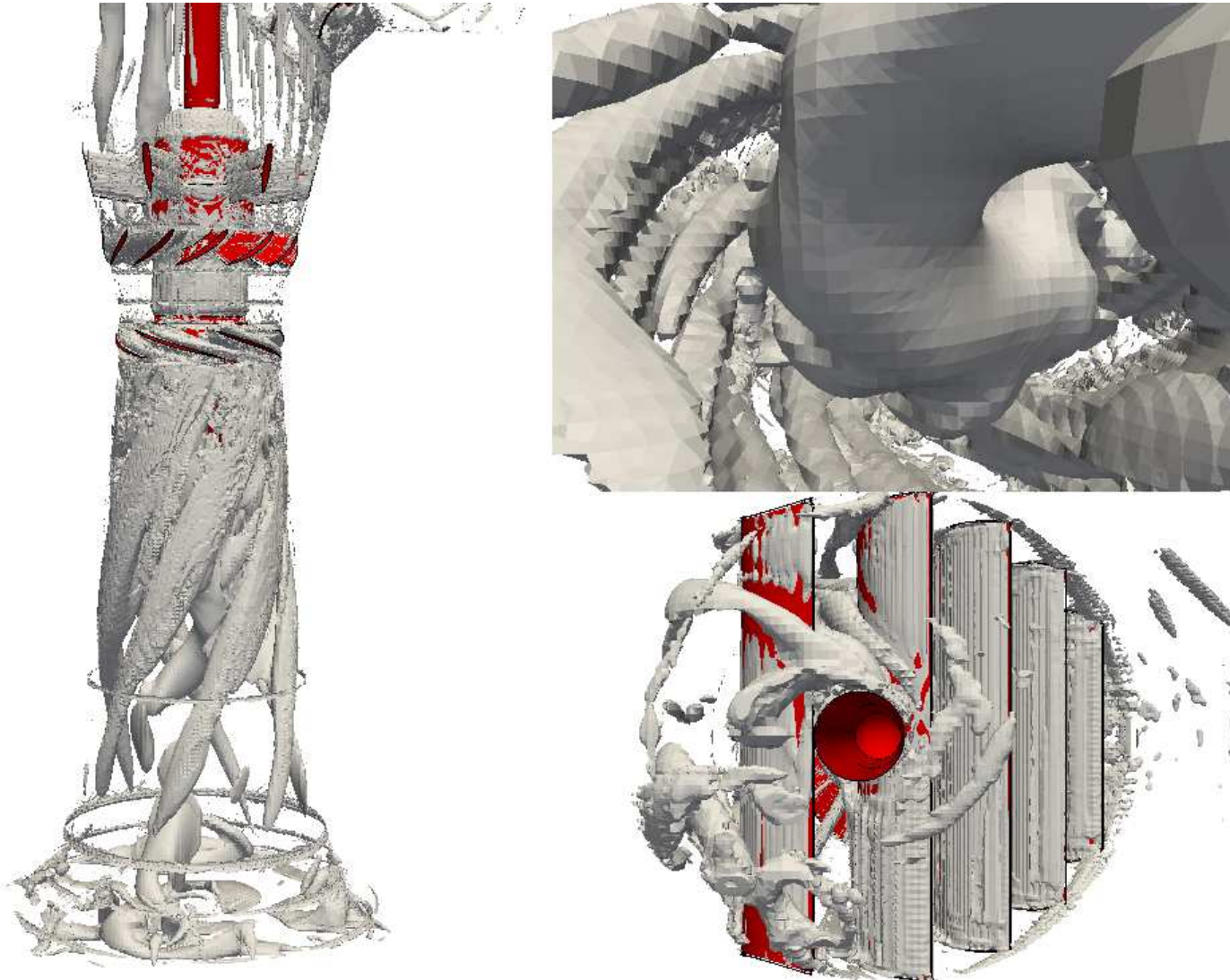
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Kaplana – wiry



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Turbina Kaplana – sprawność

■ Sprawność

$$\eta = \frac{P_u}{P} = \frac{\omega T}{\dot{V} \rho g H} \quad (99)$$

■ Spad

$$H = z_i - z_o + \frac{p_i - p_o}{\rho g} + \frac{u_i^2 - u_o^2}{2g} \quad (100)$$

■ Prędkość kątowna

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} \quad (101)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

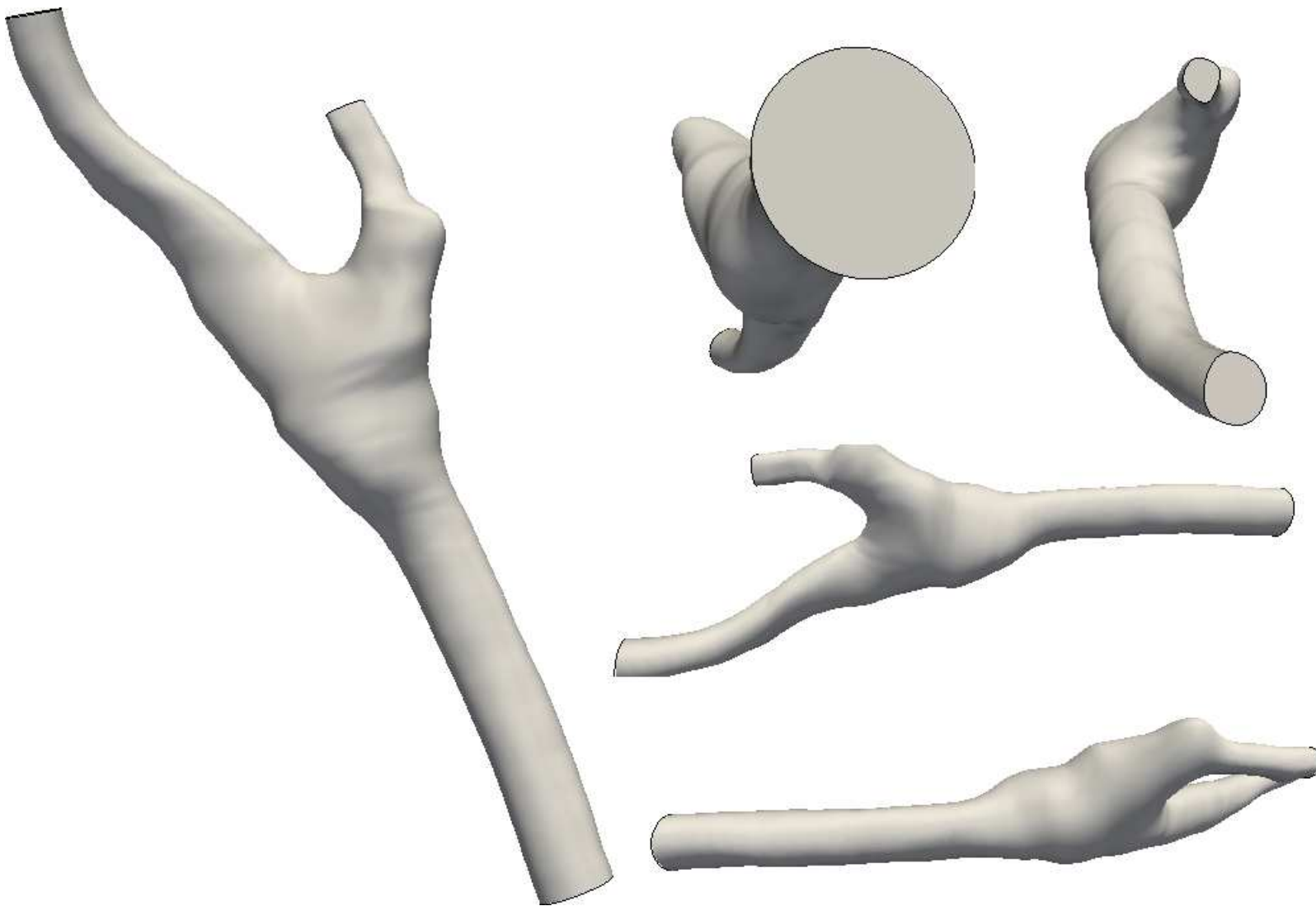
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

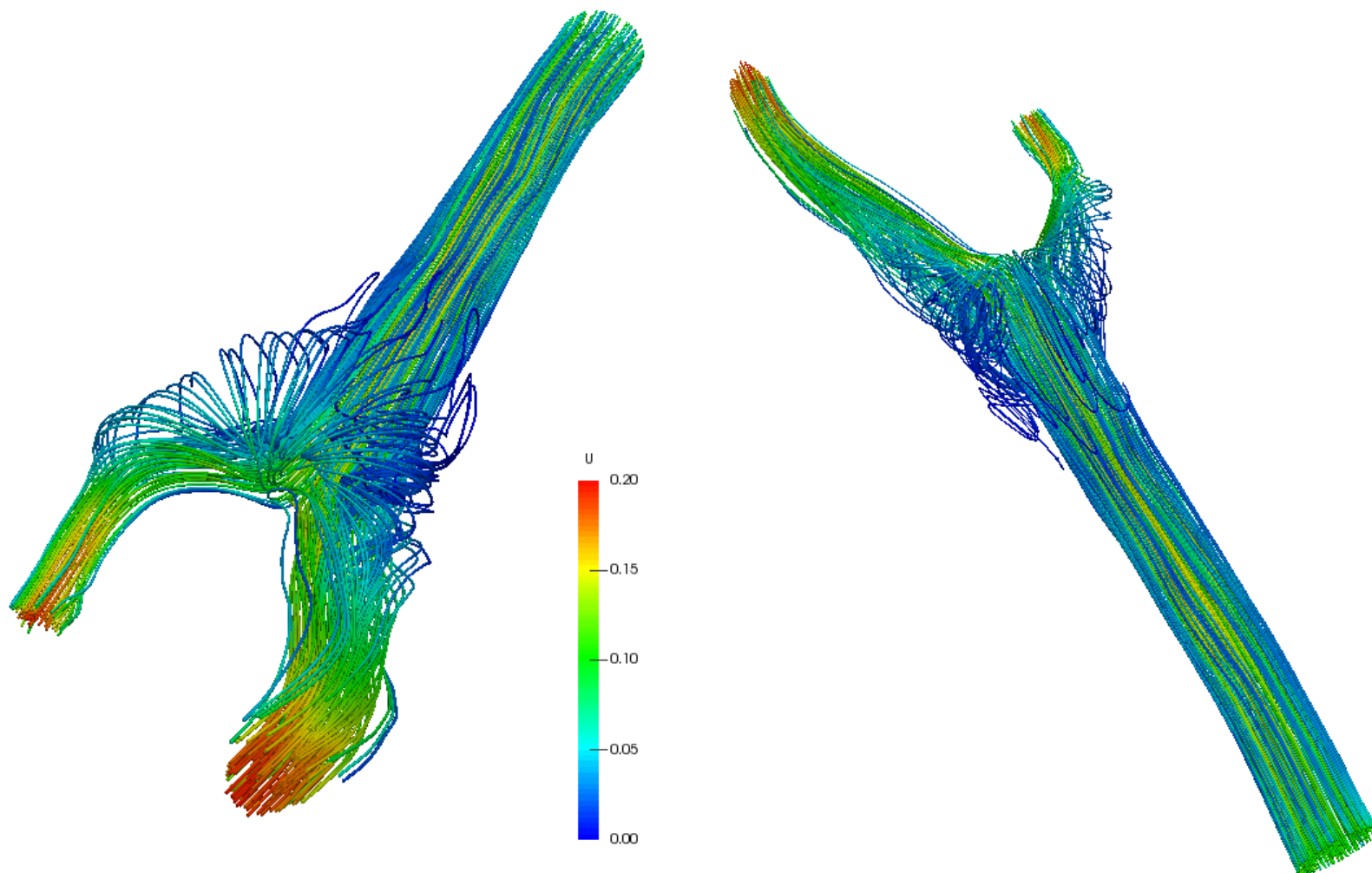
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – linie prądu



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

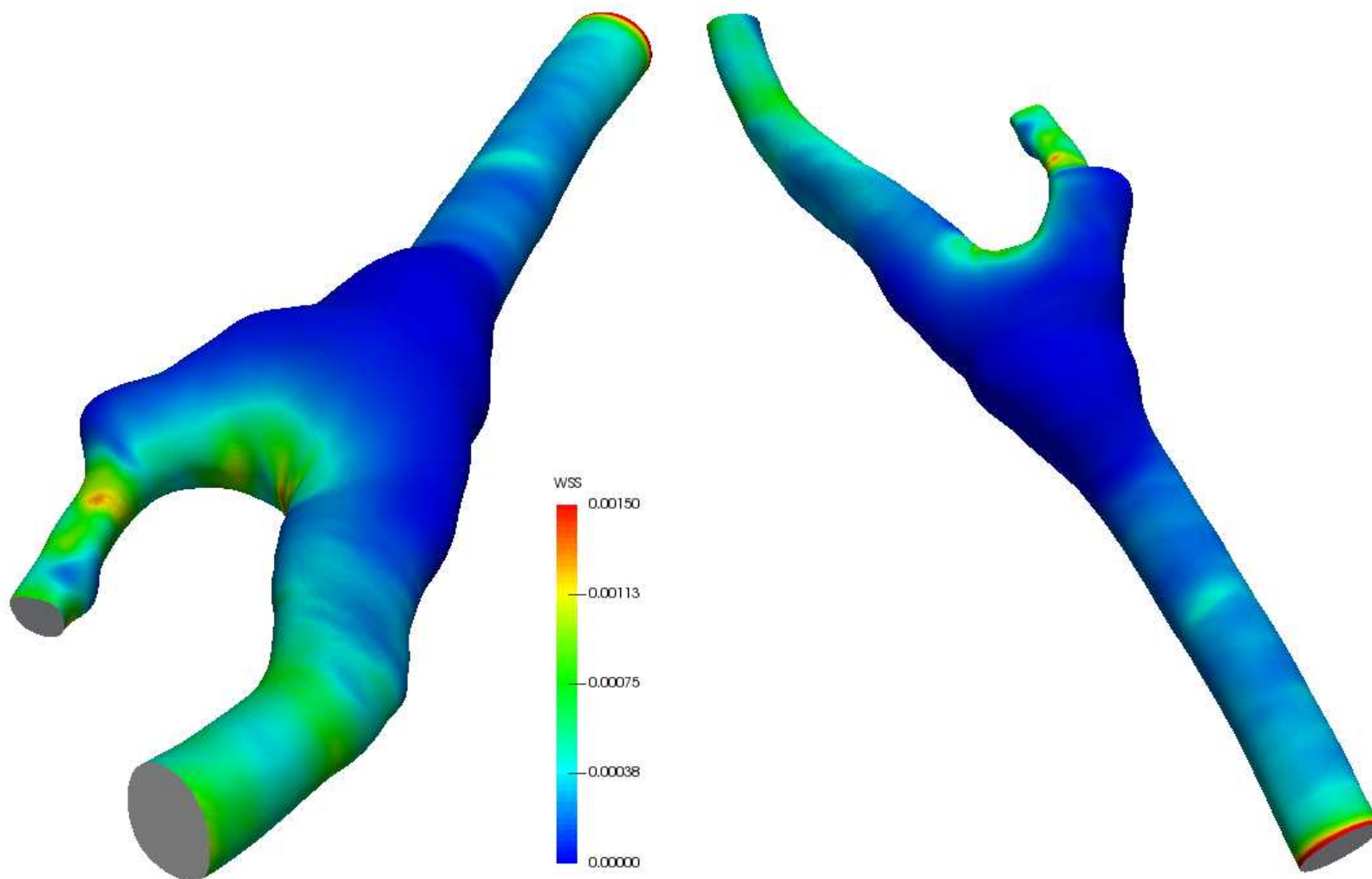
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – naprężenia styczne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

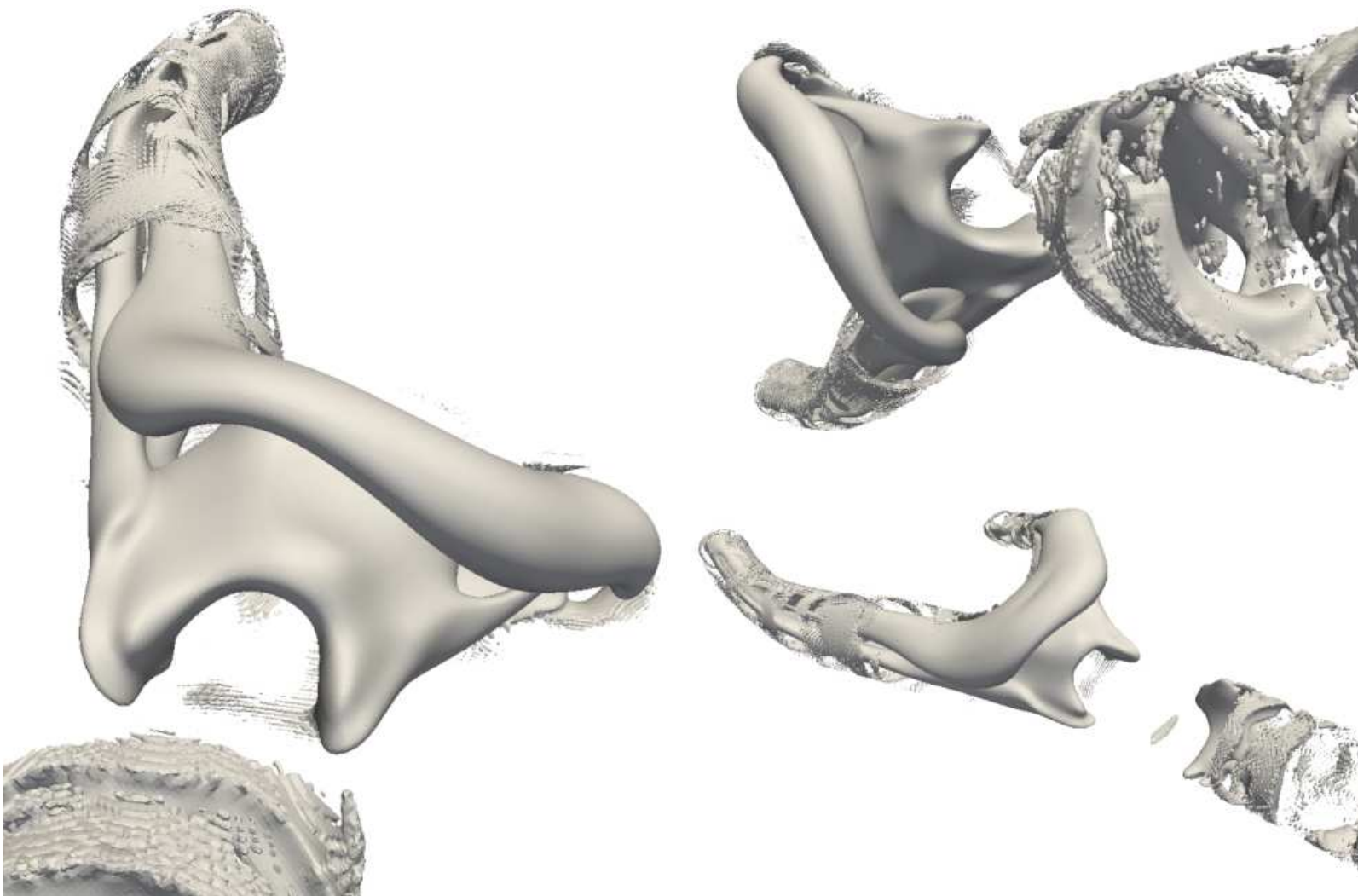
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – wiry



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

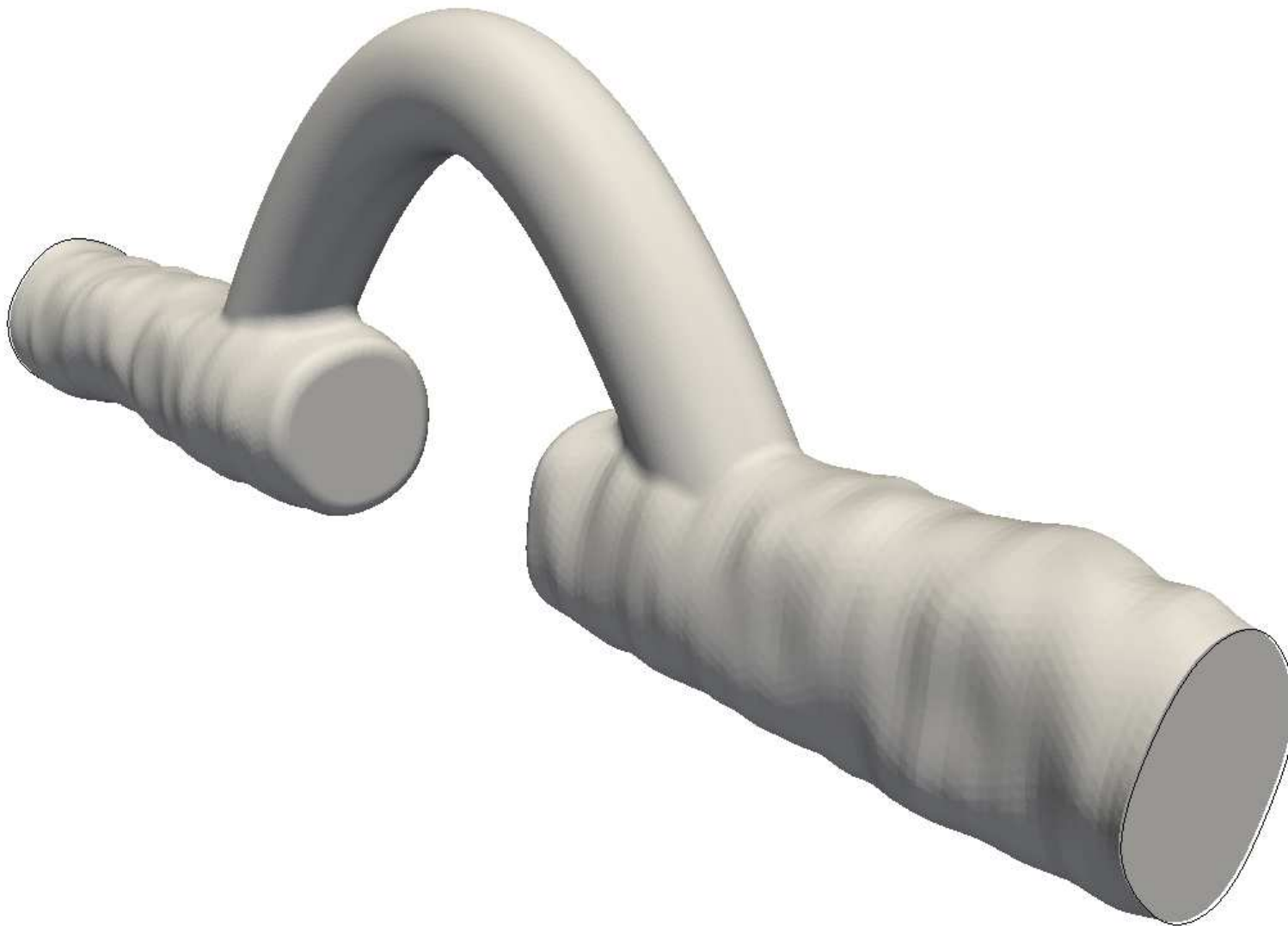
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

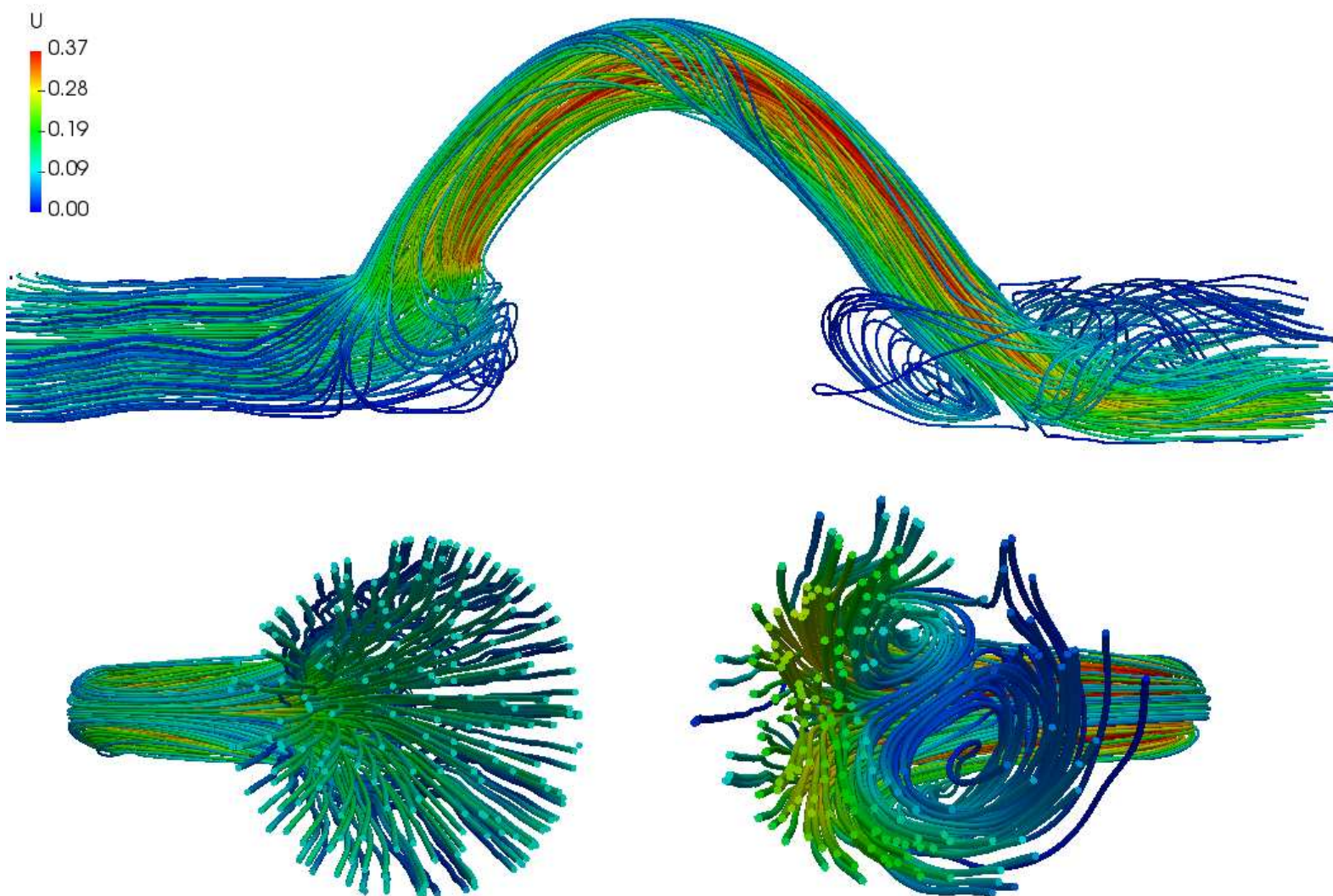
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – linie prądu



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

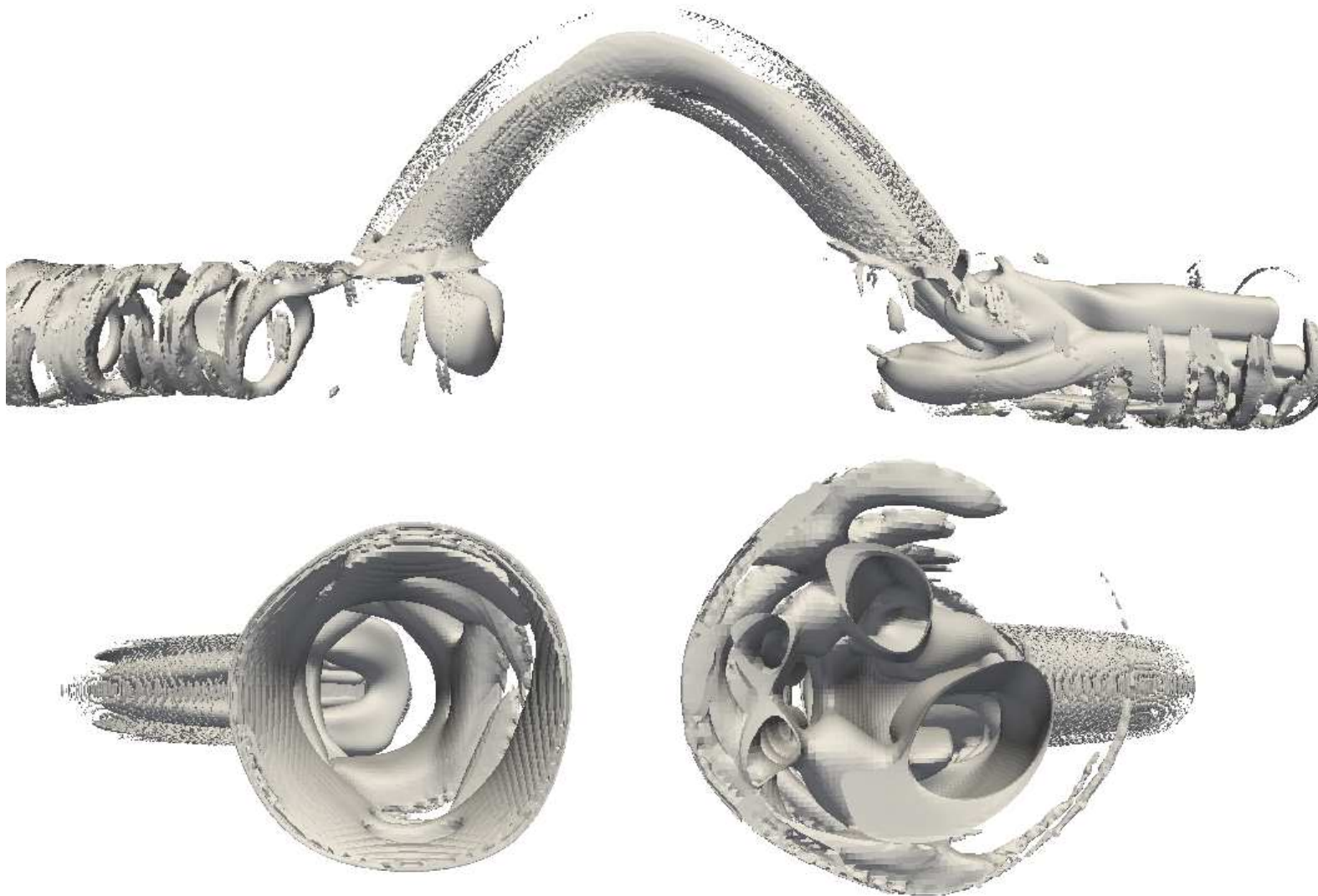
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – wiry



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

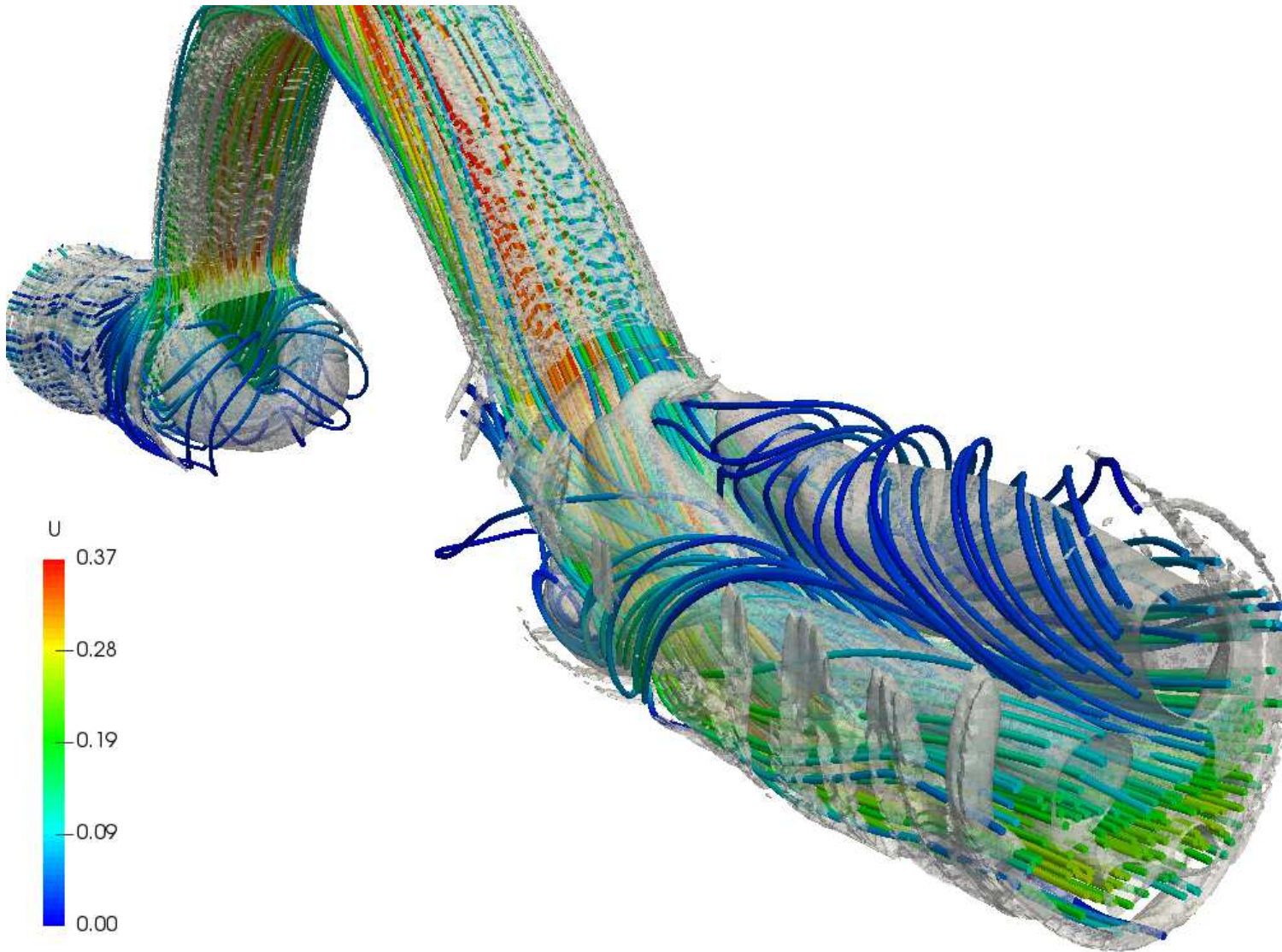
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – wiry



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

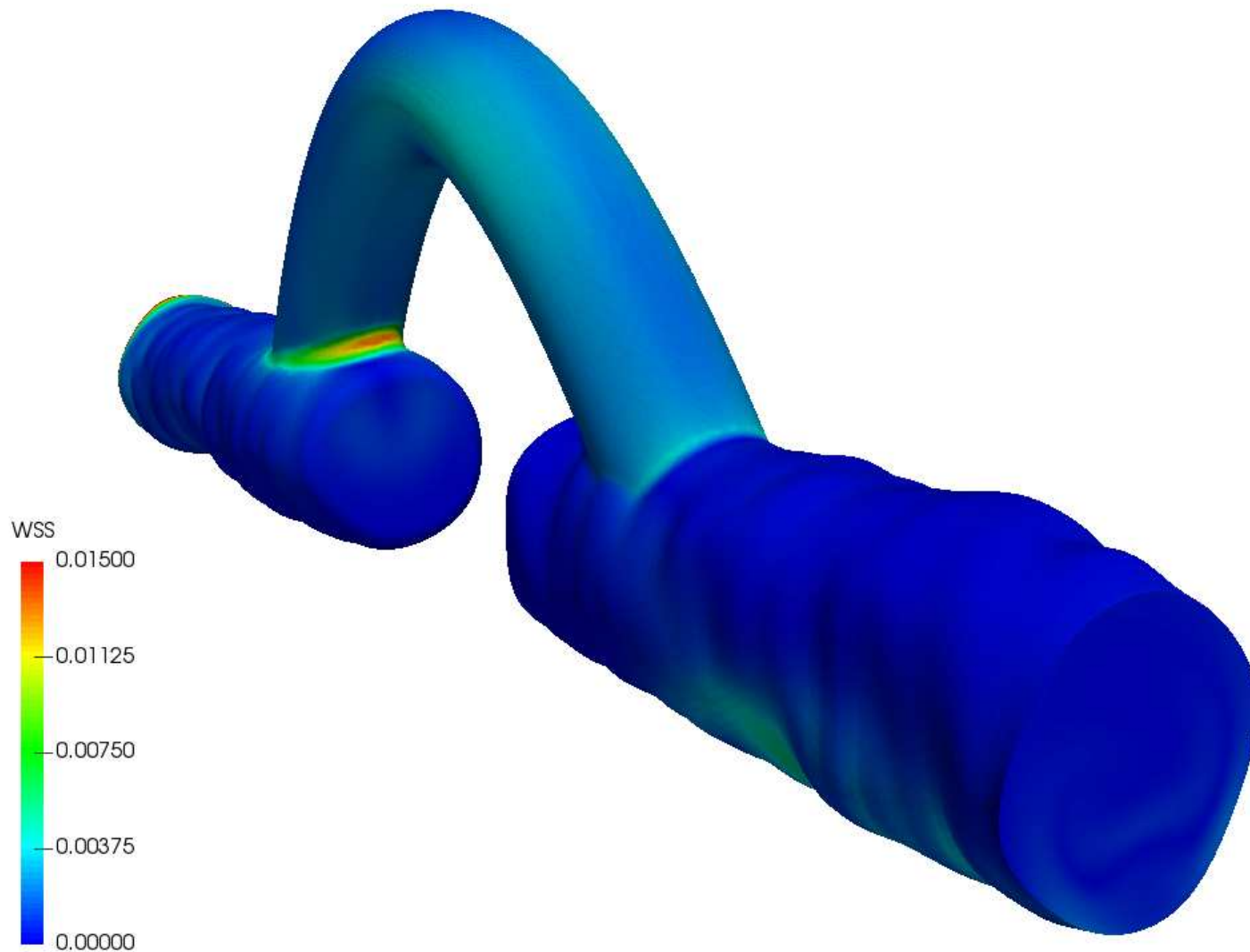
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – naprężenia styczne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

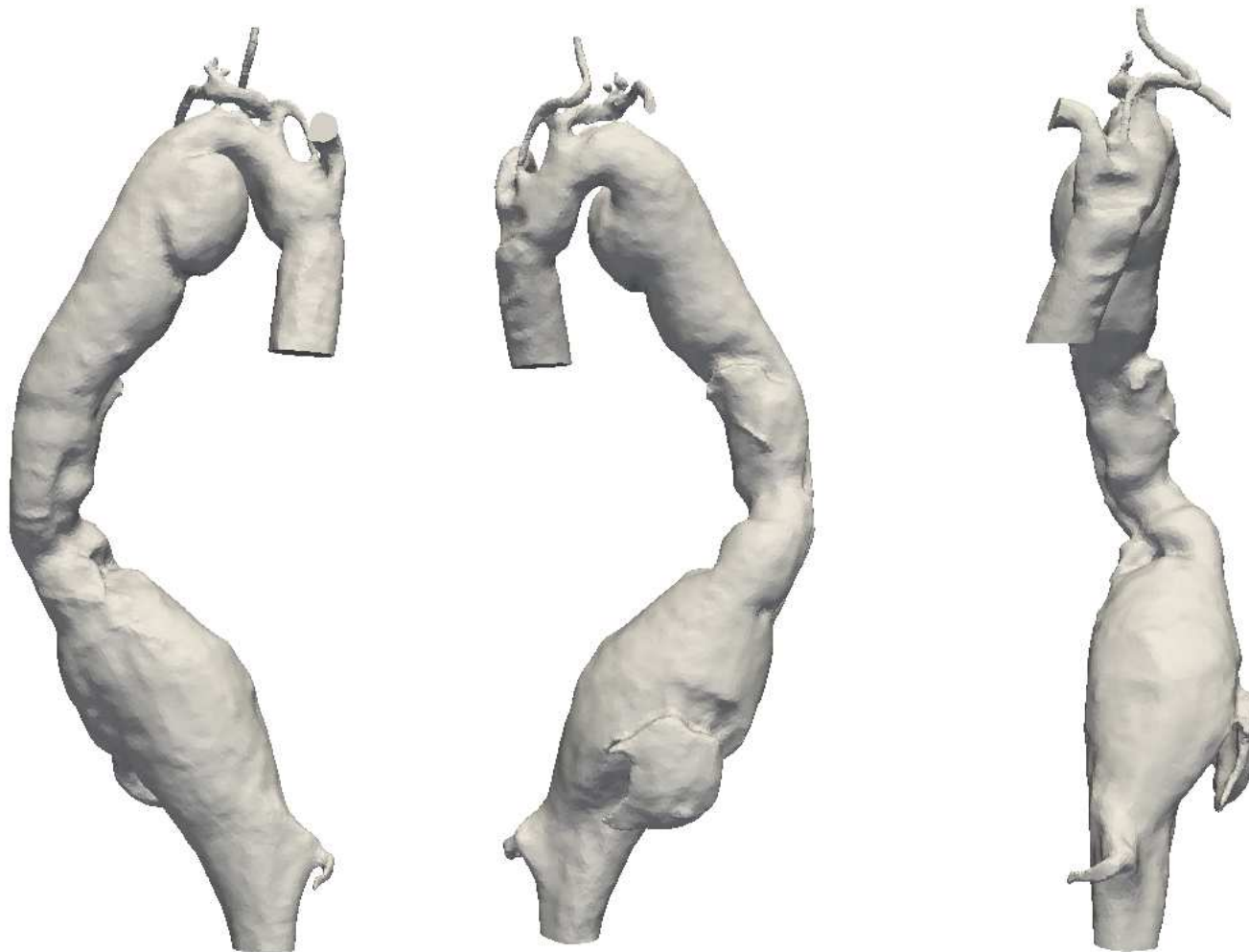
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

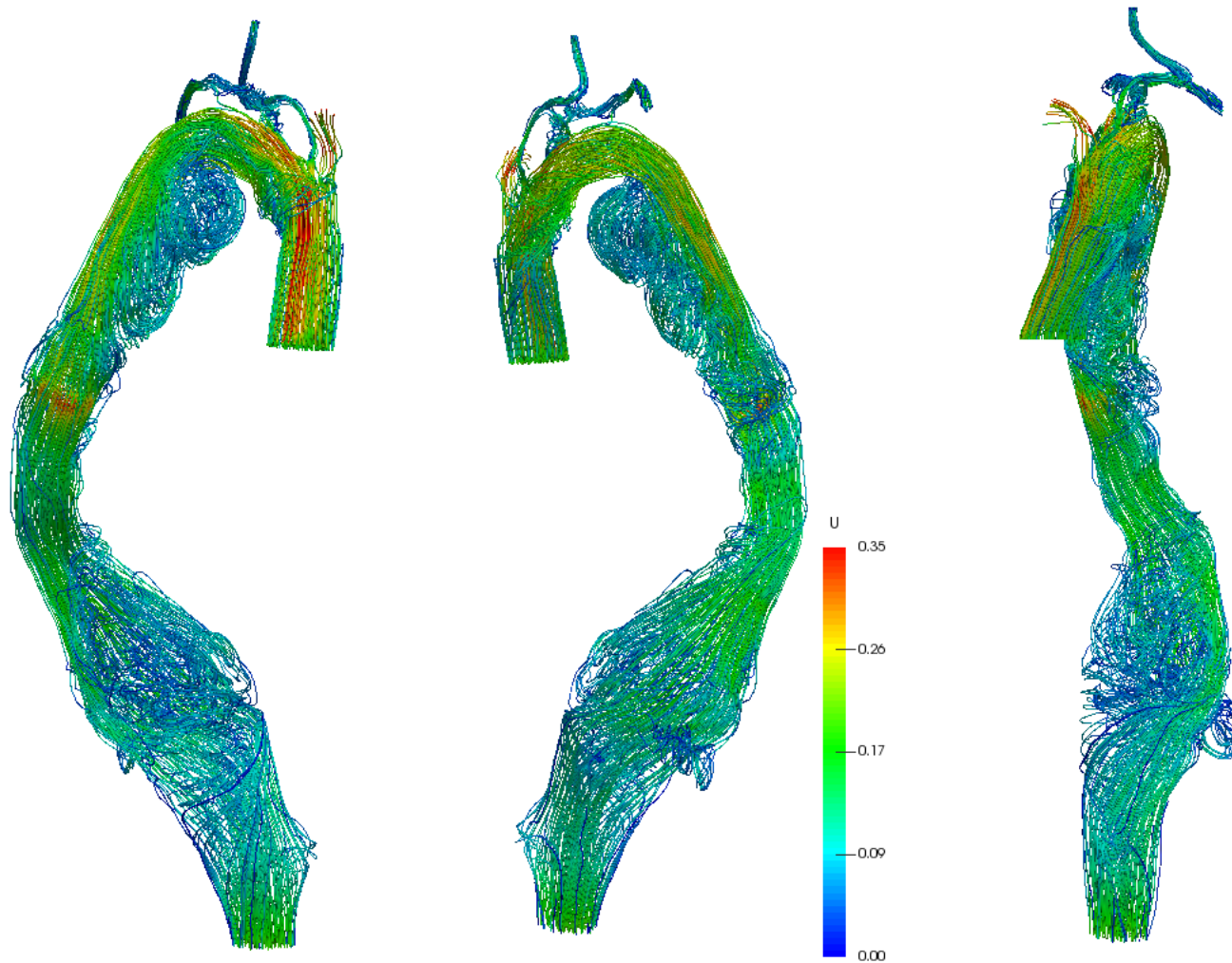
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – linie prądu



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

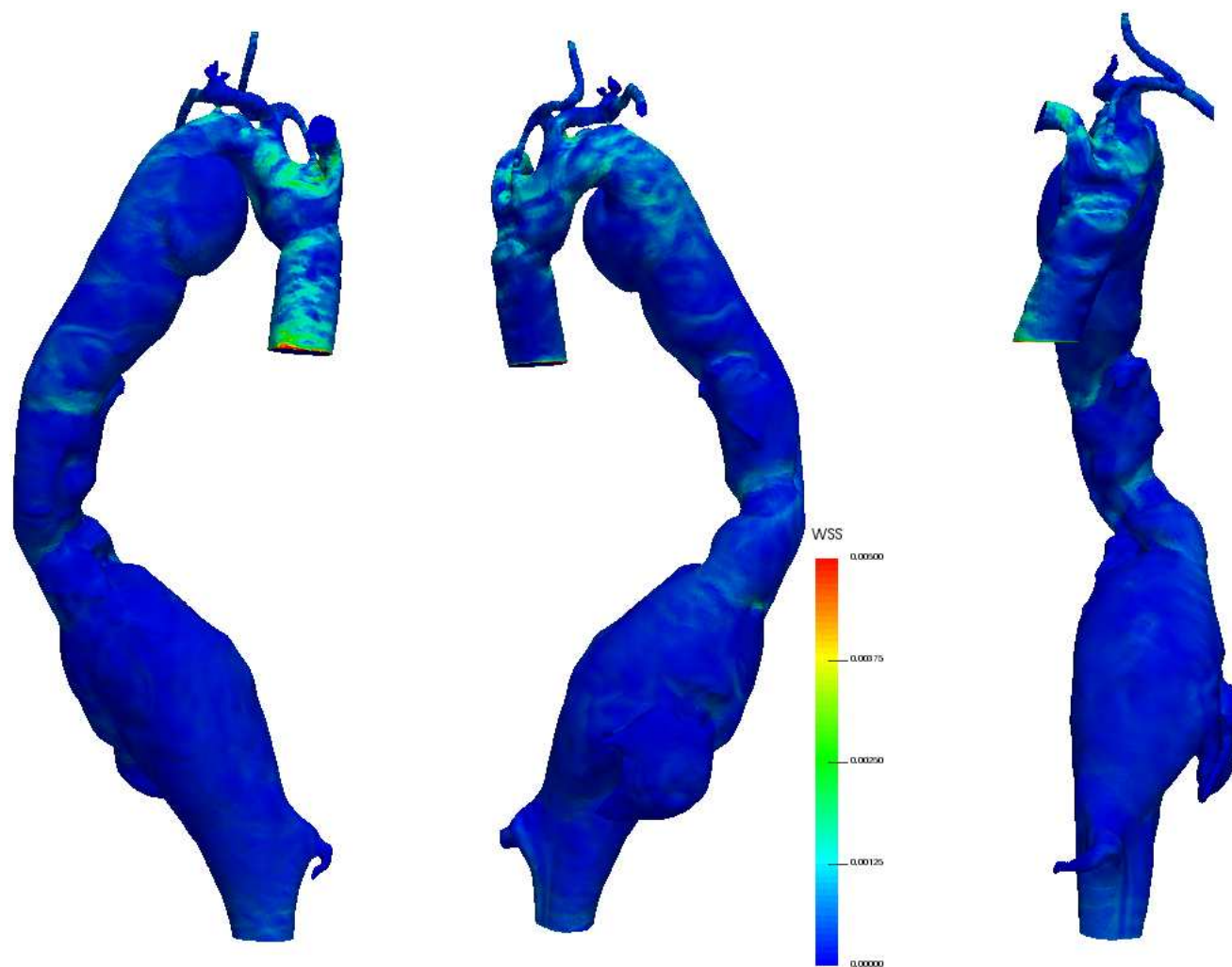
Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Przepływ krwi – naprężenia styczne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

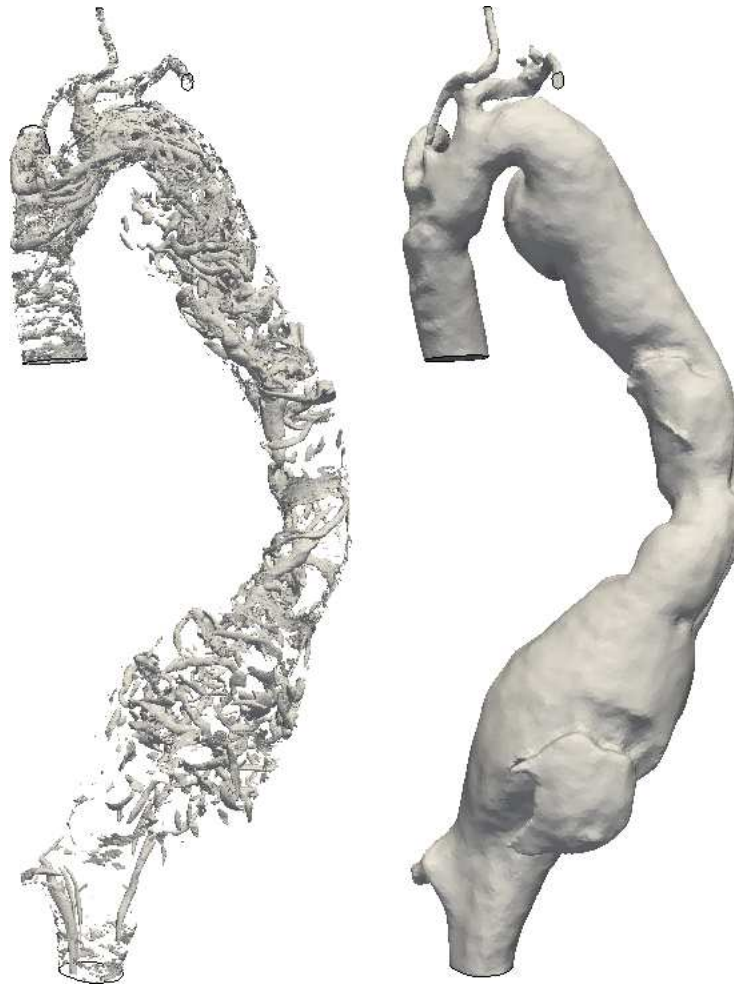
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – wiry



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

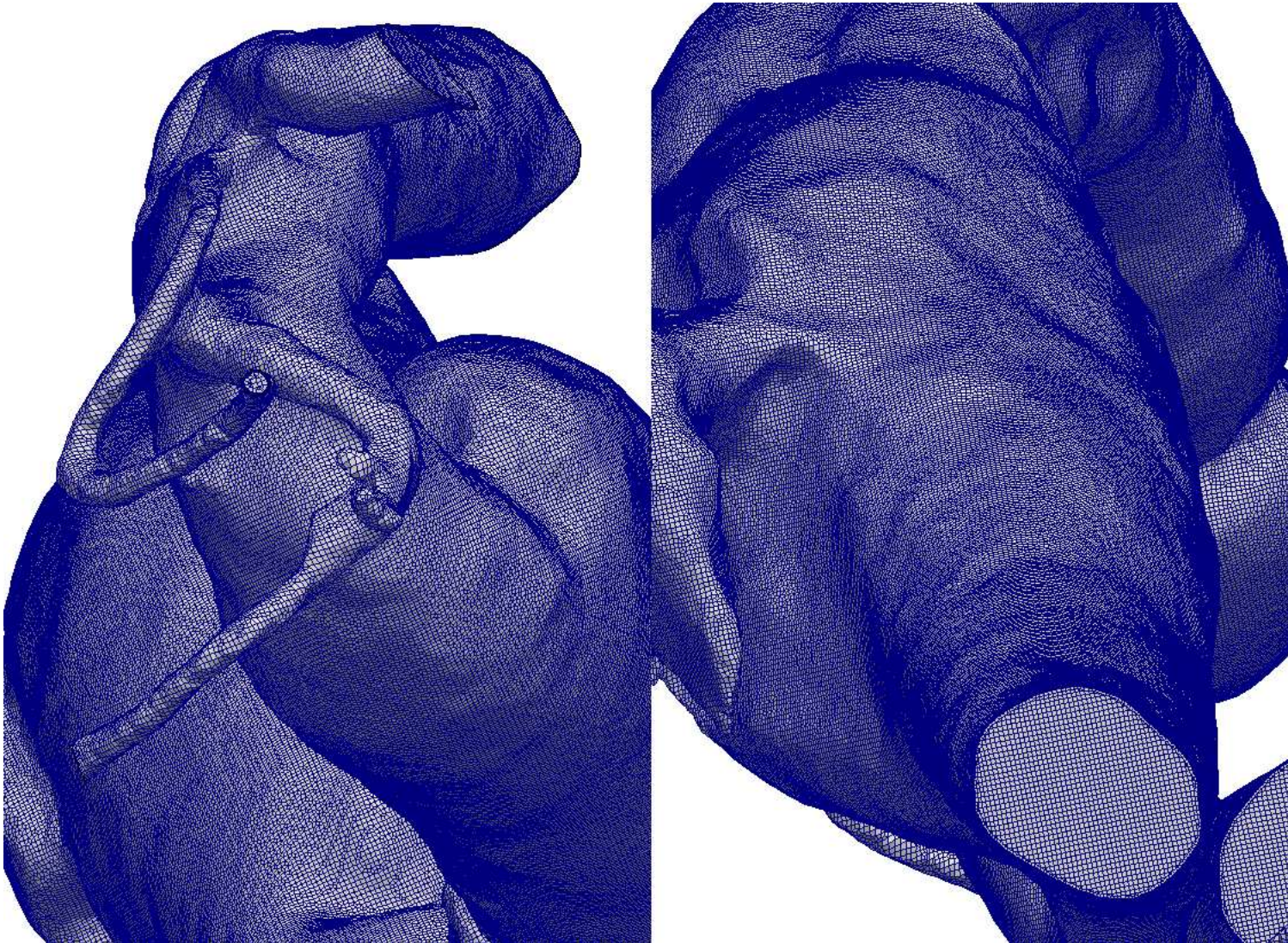
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – siatka



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

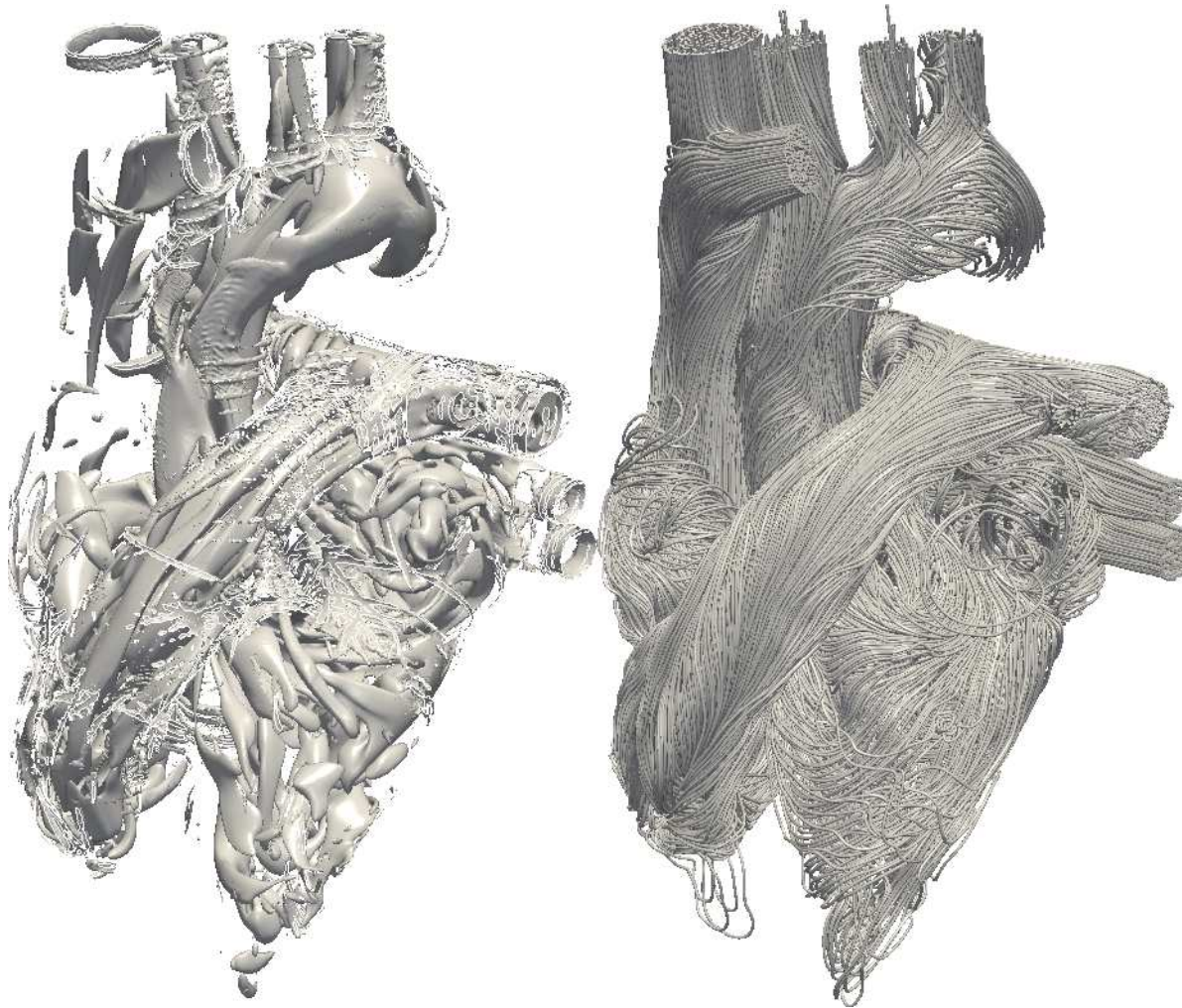
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

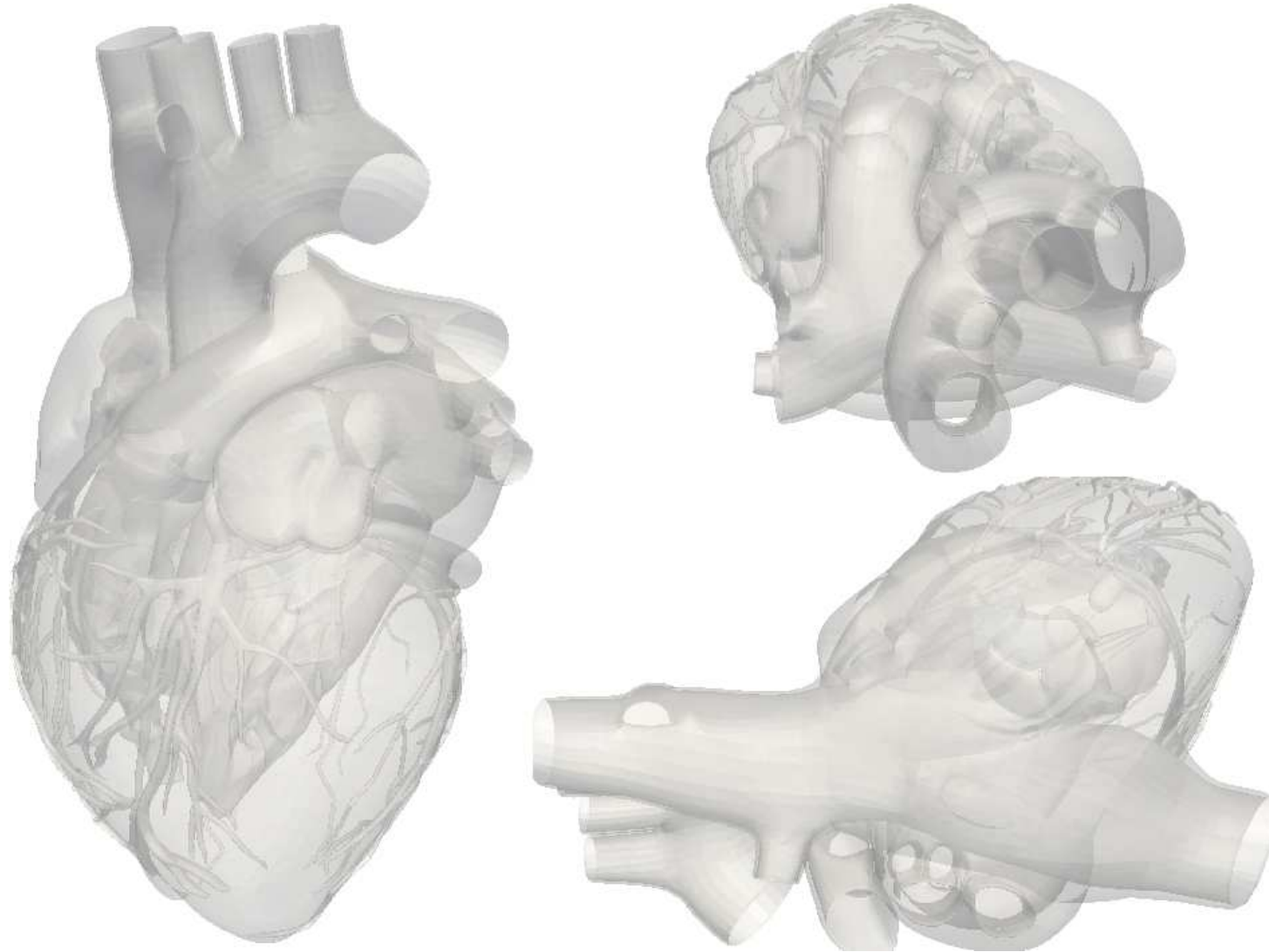
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – serce



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

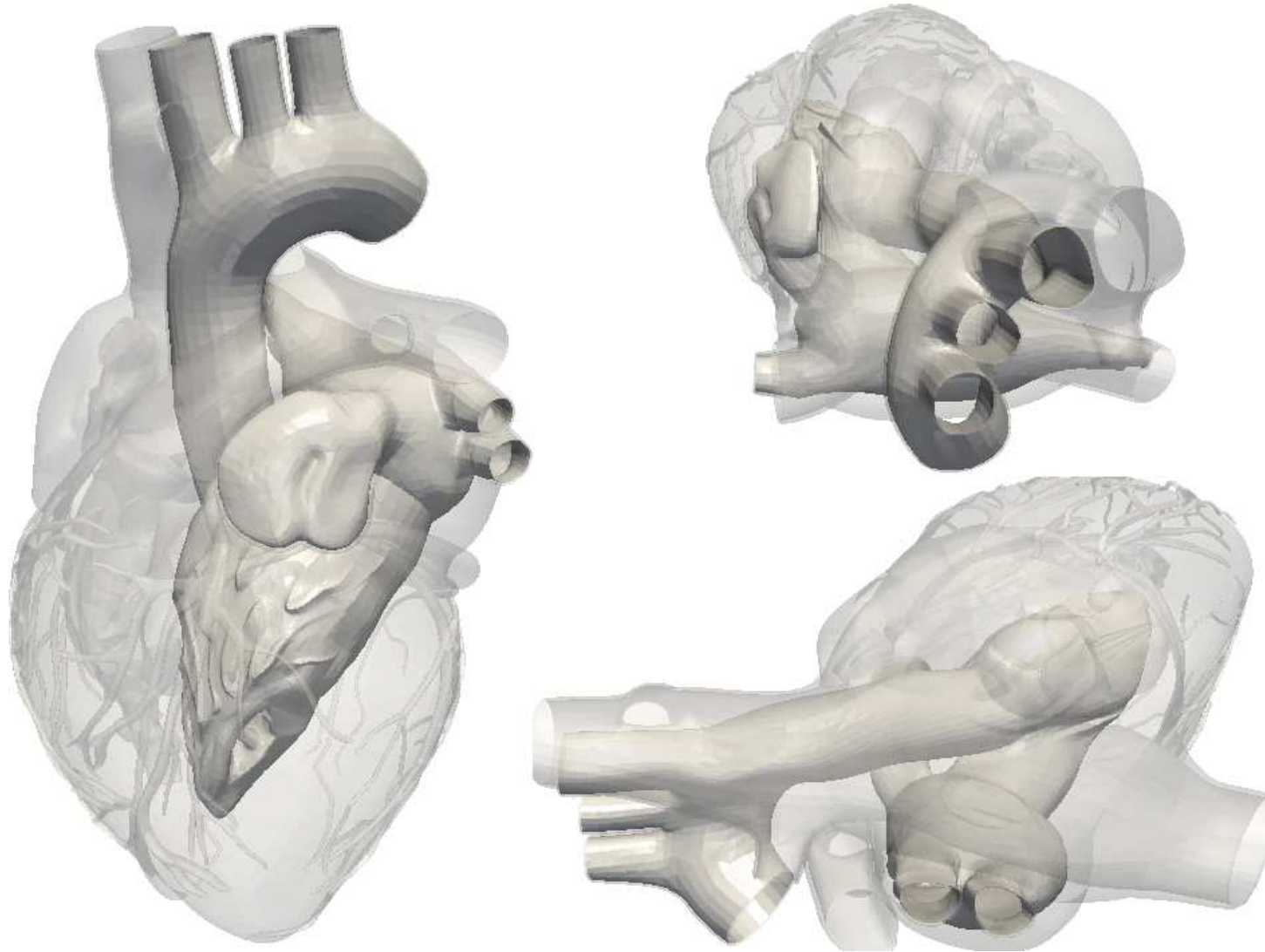
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – serce



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

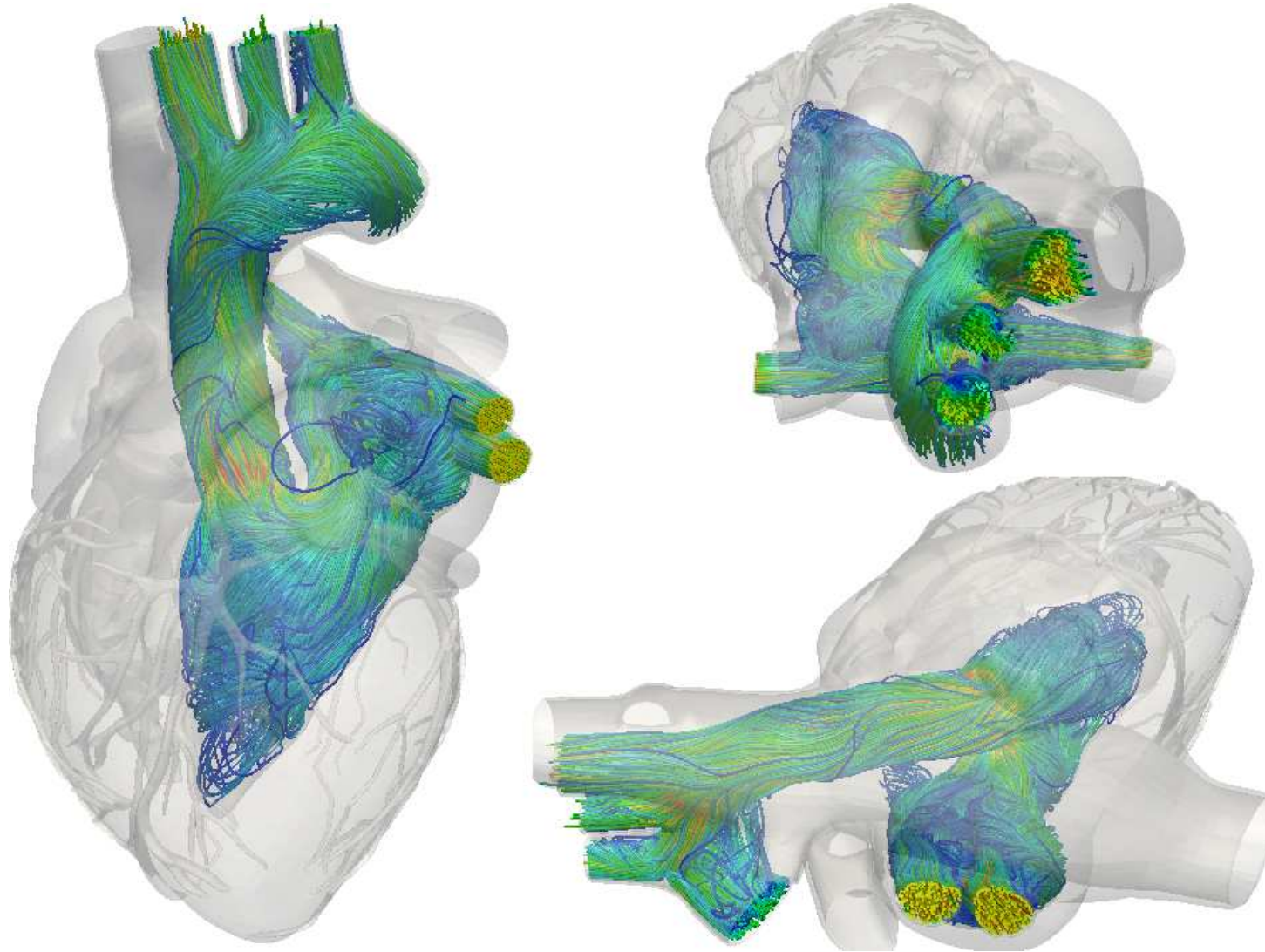
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – serce



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

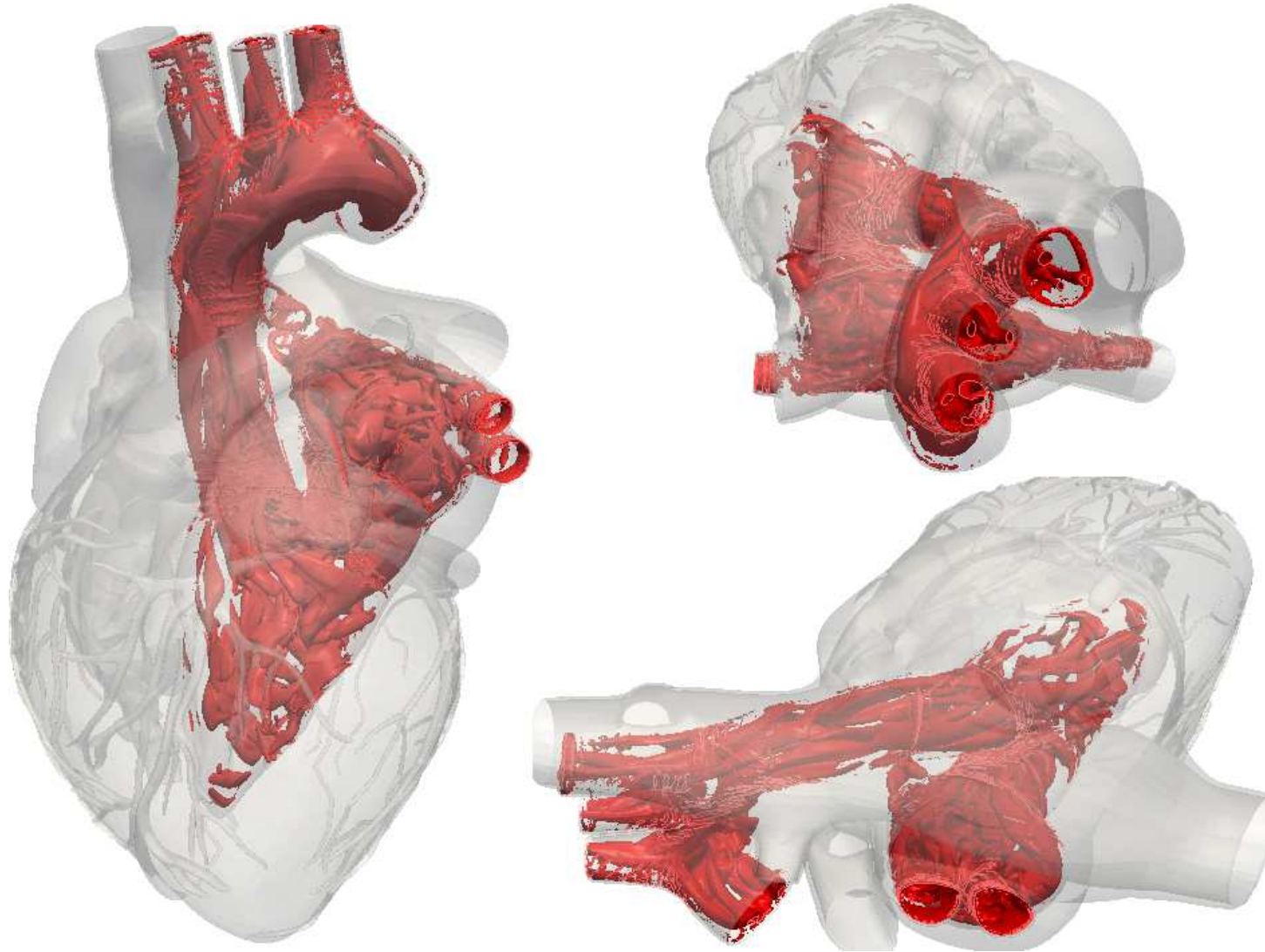
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – serce



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

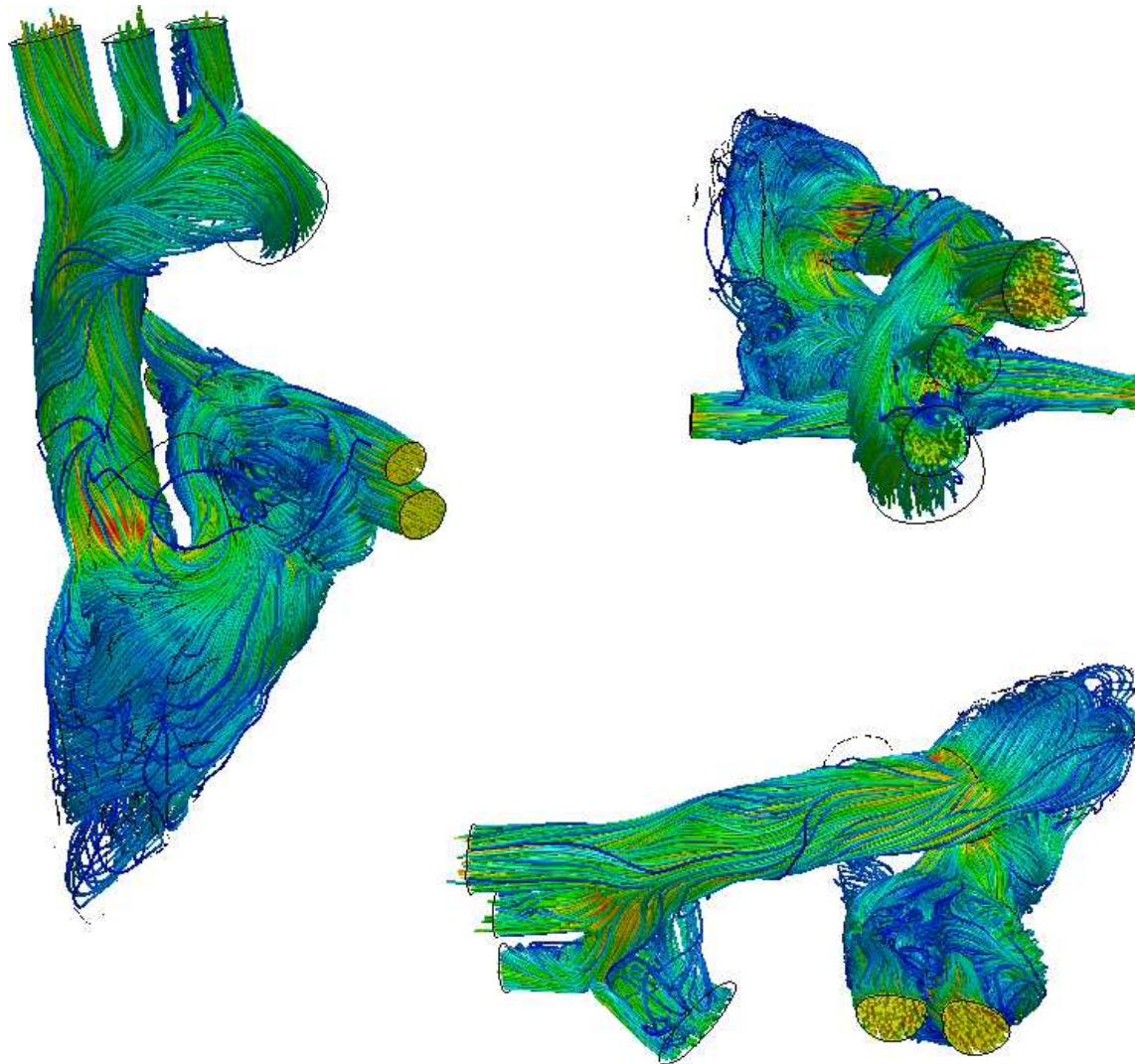
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – serce



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

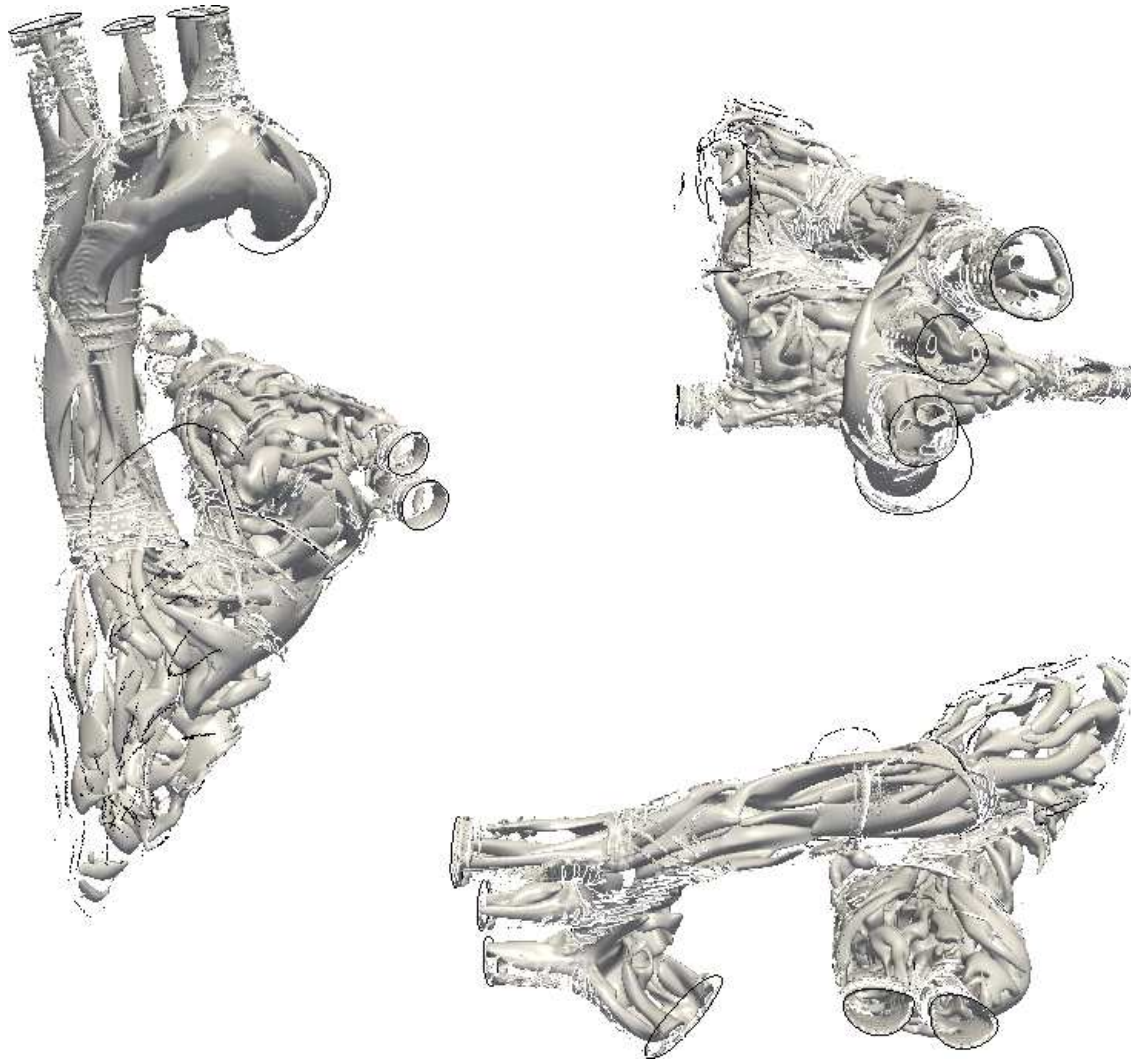
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – serce



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

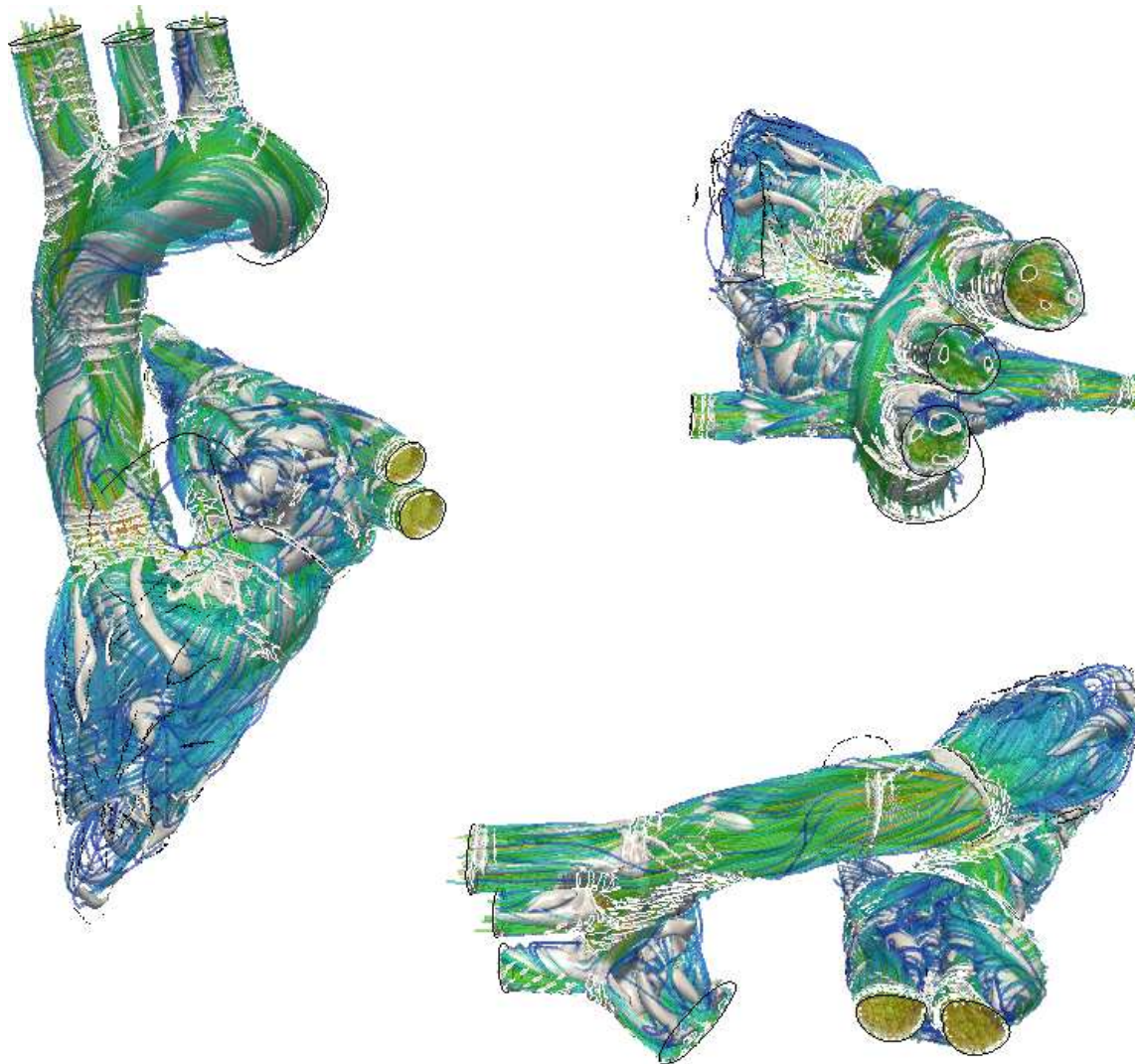
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Przepływ krwi – serce



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

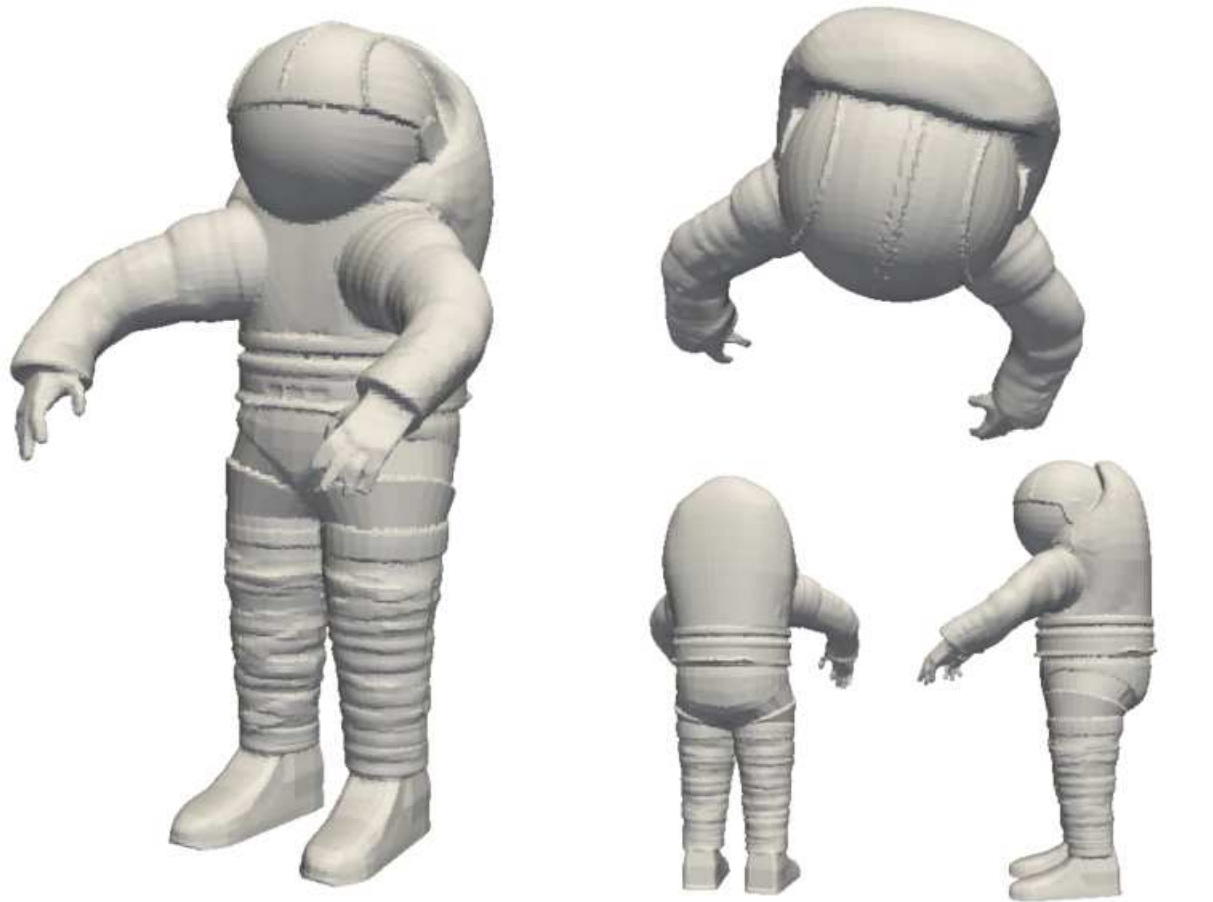
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Astronauta – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

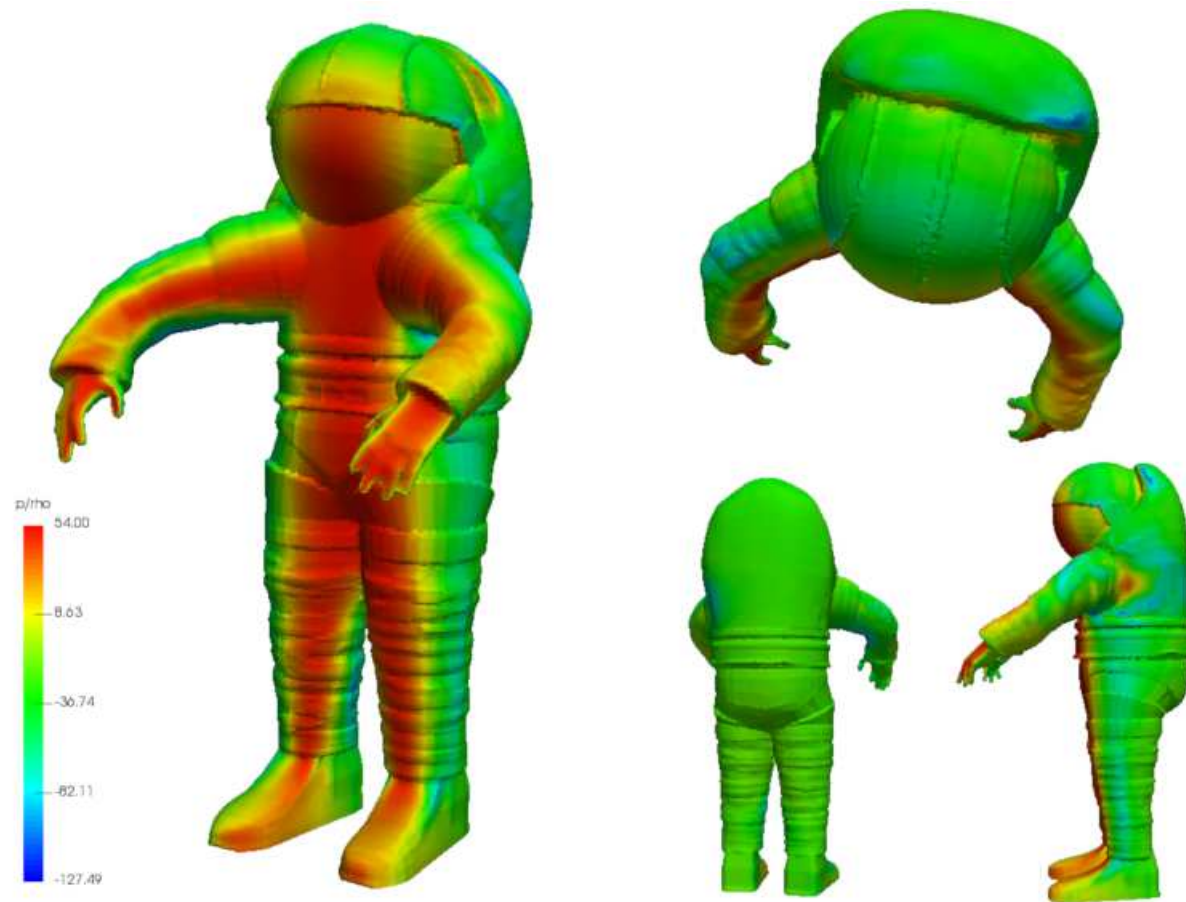
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Astronauta – ciśnienie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

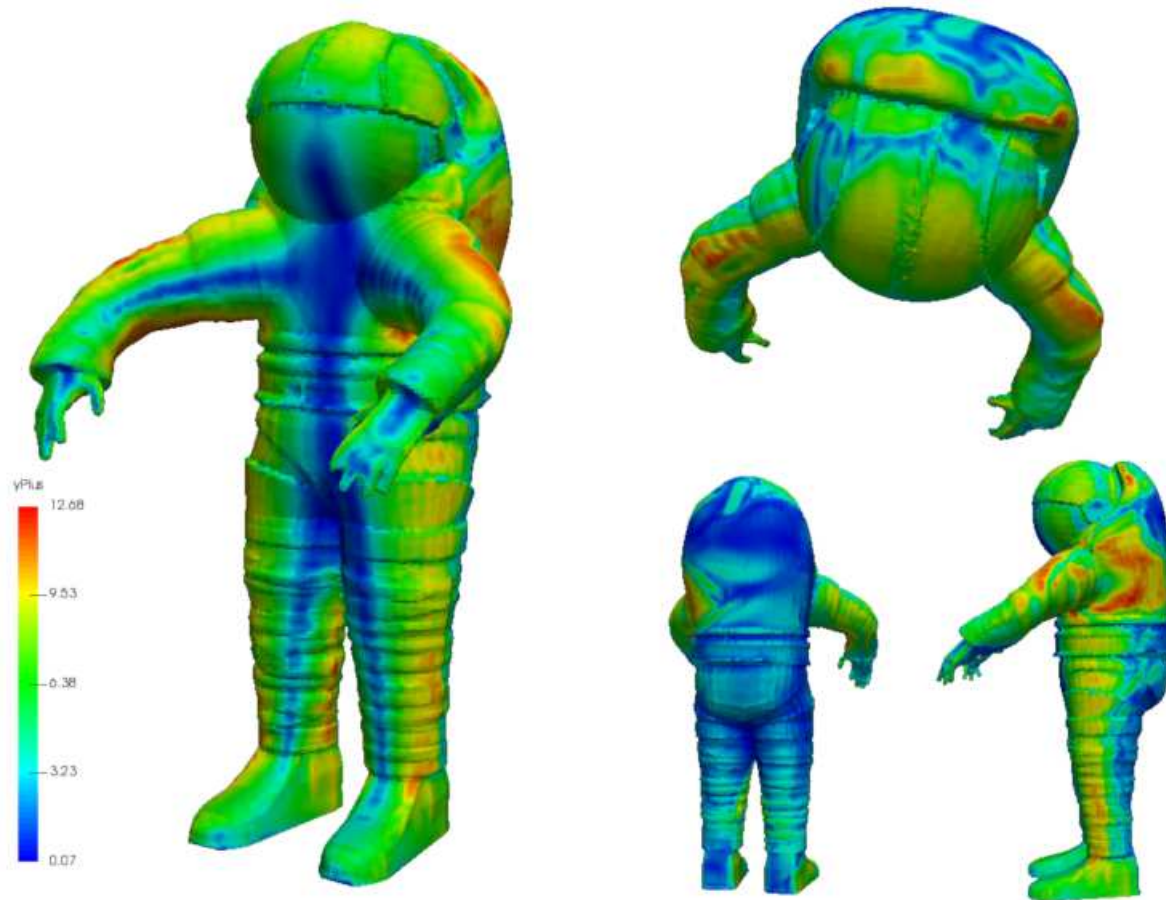
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Astronauta – y^+



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

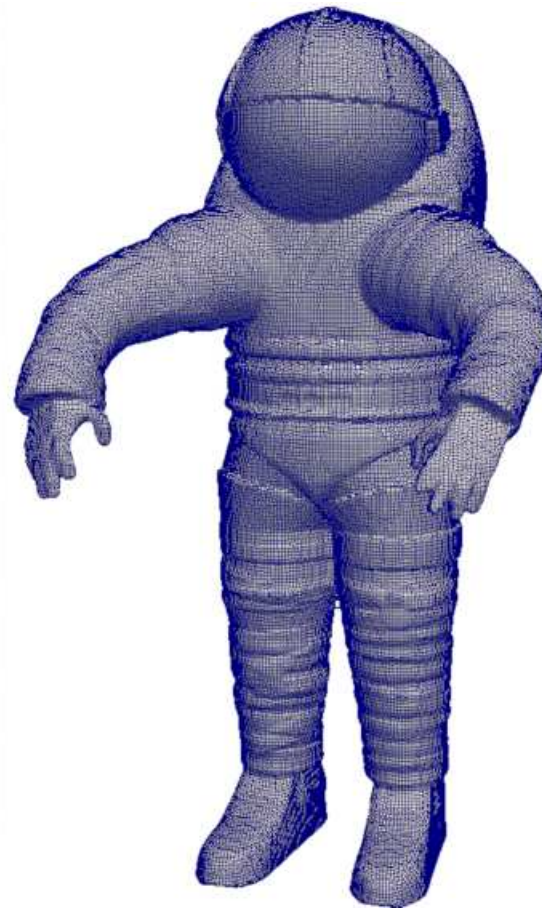
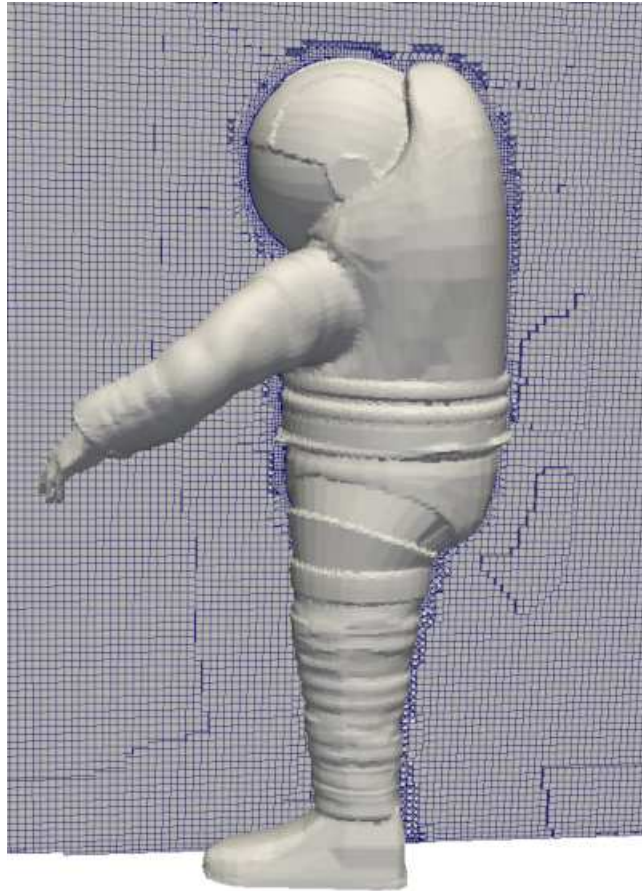
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Astronauta – siatka



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

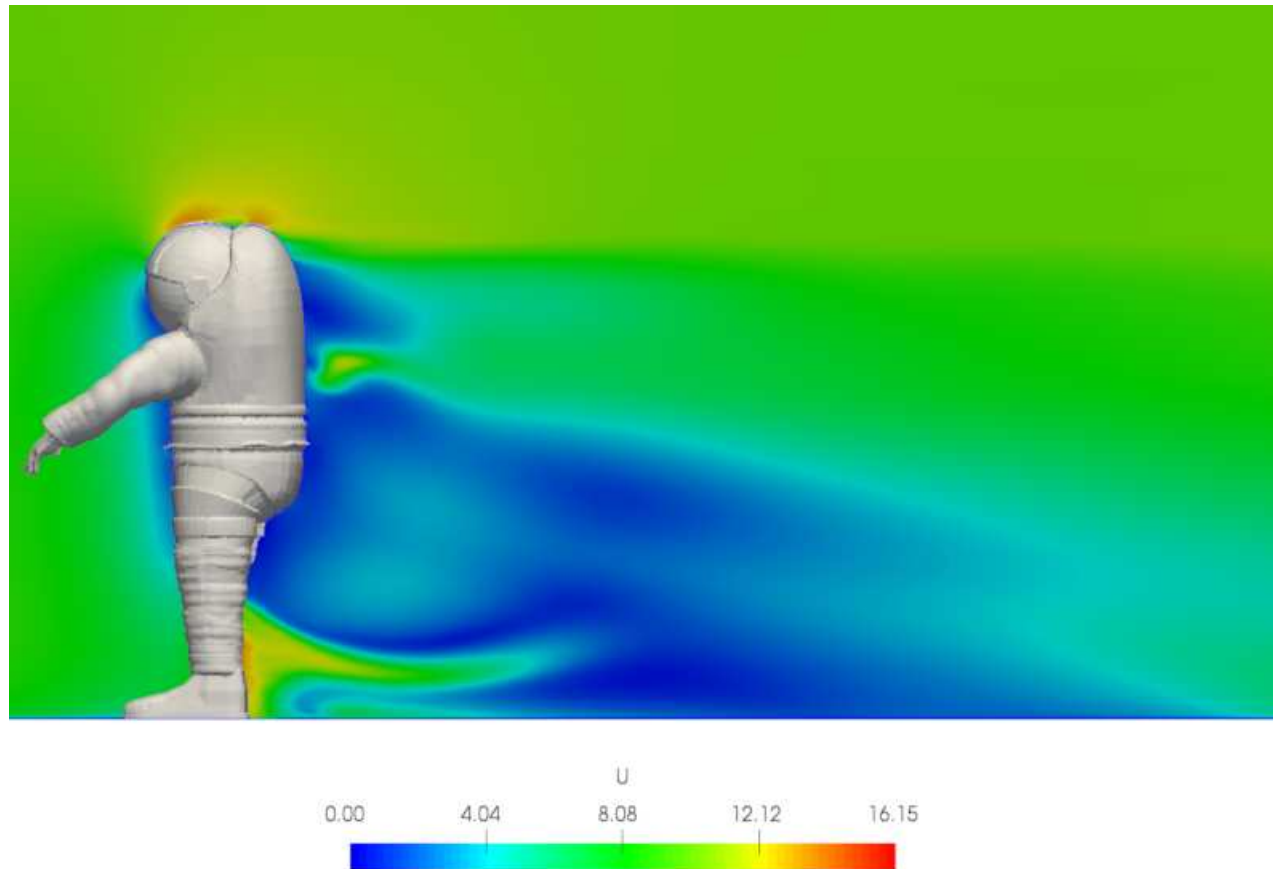
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Astronauta – prędkość



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

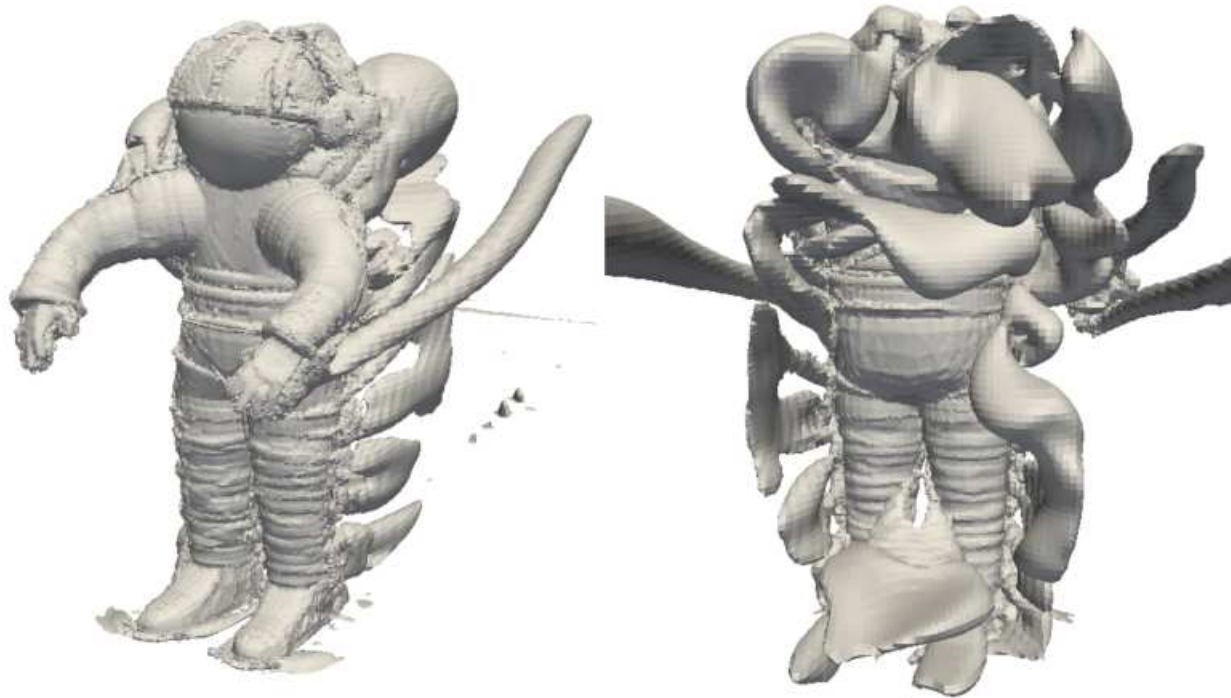
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Astronauta – wiry



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

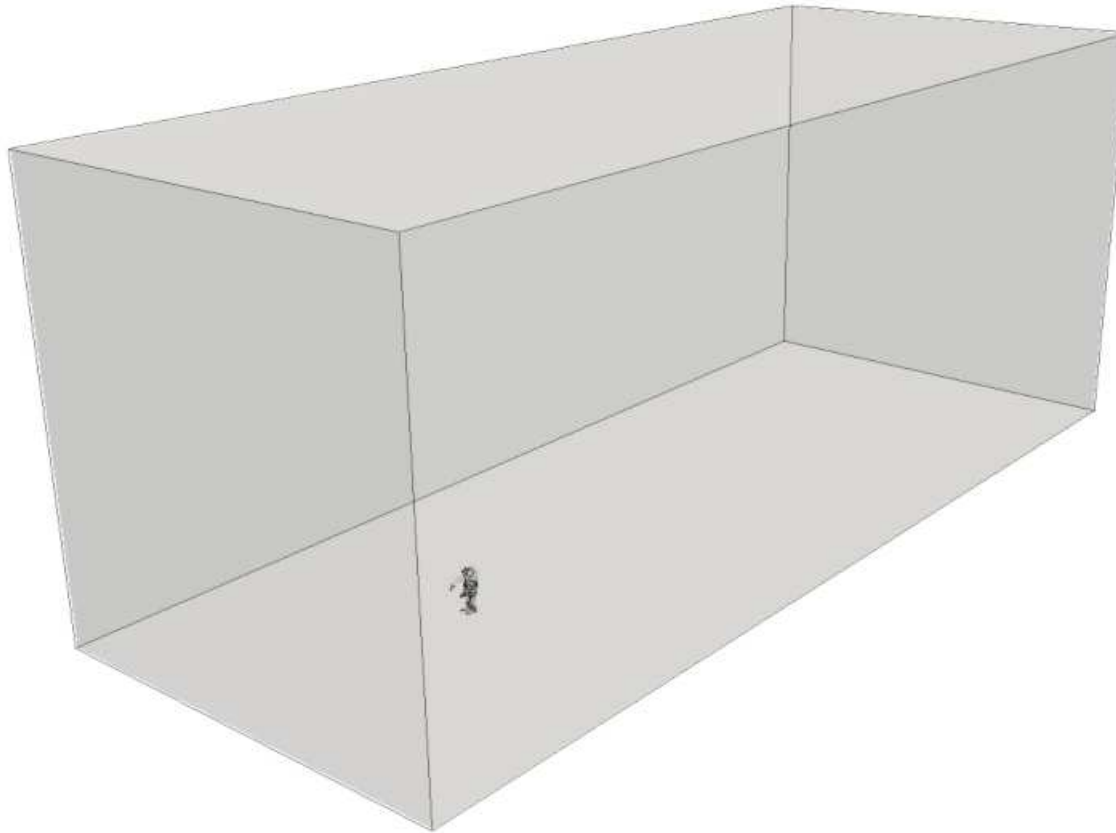
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Astronauta – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Czym jest kawitacja?
Dlaczego jest ważna?

- Pojawienie się kawitacji jest często nieuniknione.
- Kawitacja jest odpowiedzialna za silne fluktuacje ciśnienia:
 - ◆ Erozja części mechanicznych, która zmniejsza ich żywotność.
 - ◆ Hałas i wibracje.

Liczba kawitacyjna

$$C = \frac{p - p_v}{\frac{1}{2}\rho u^2} \quad (102)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

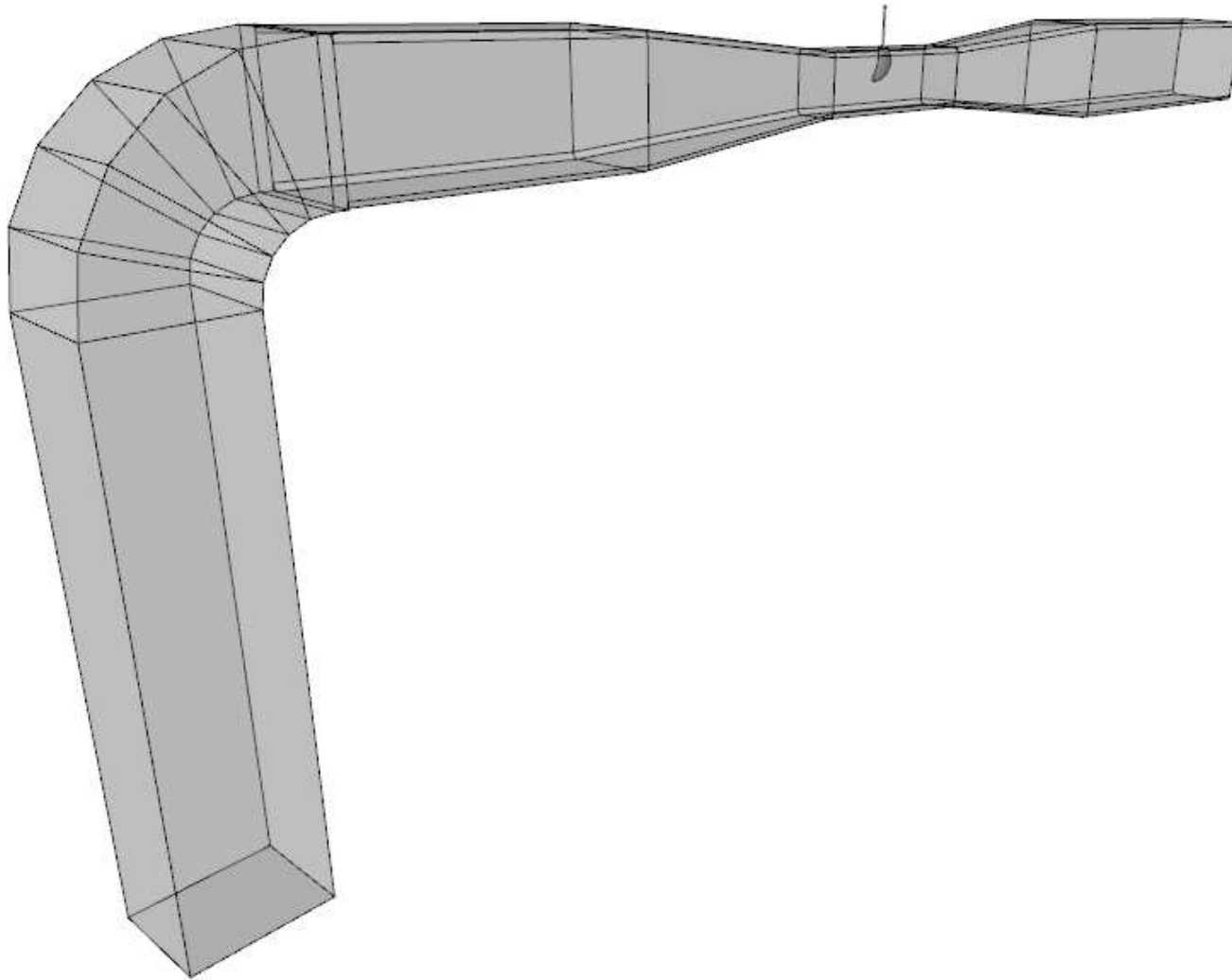
Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Kawitacja – tunel



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Kawitacja – profil



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Kawitacja – siatka

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

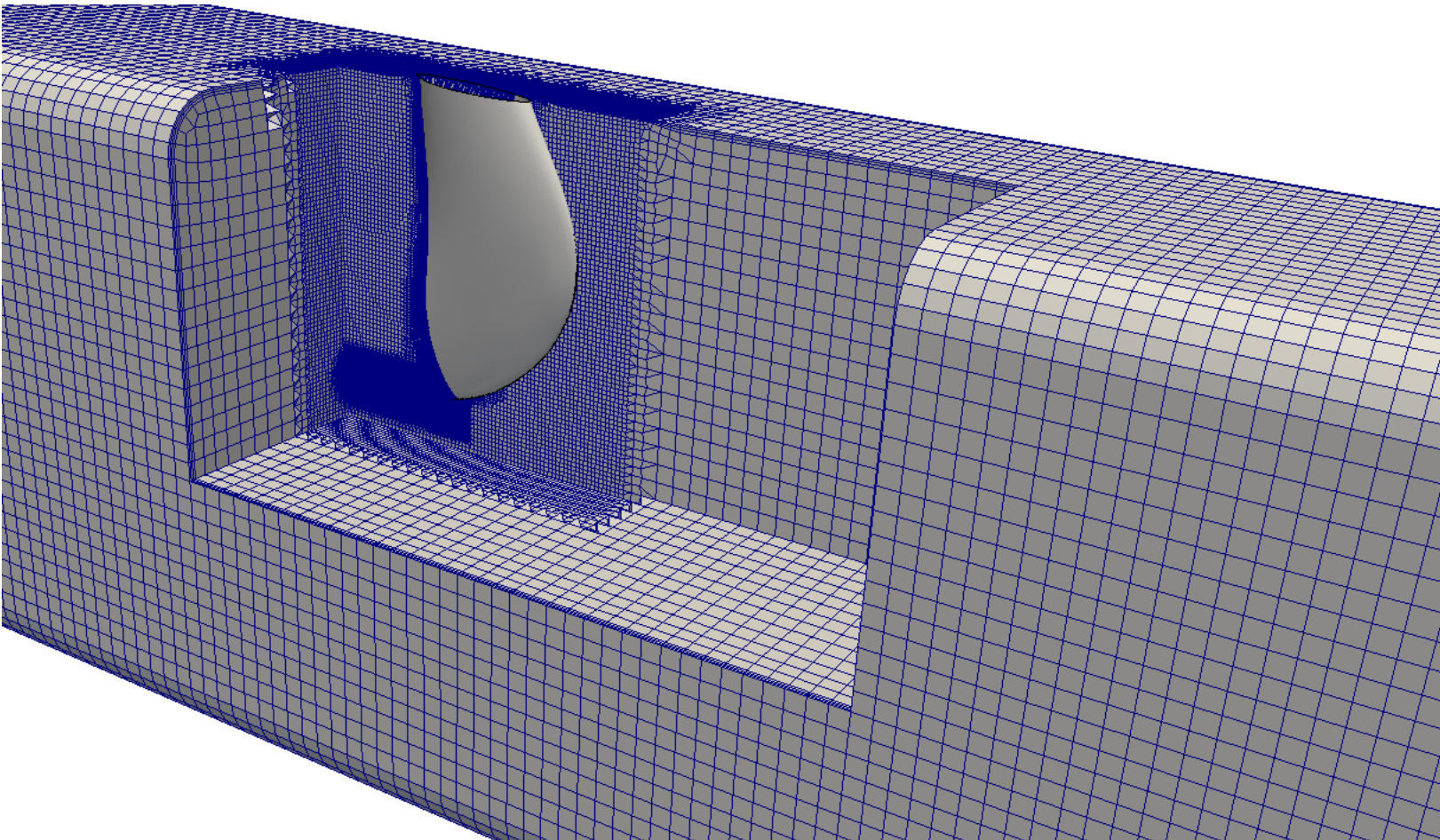
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

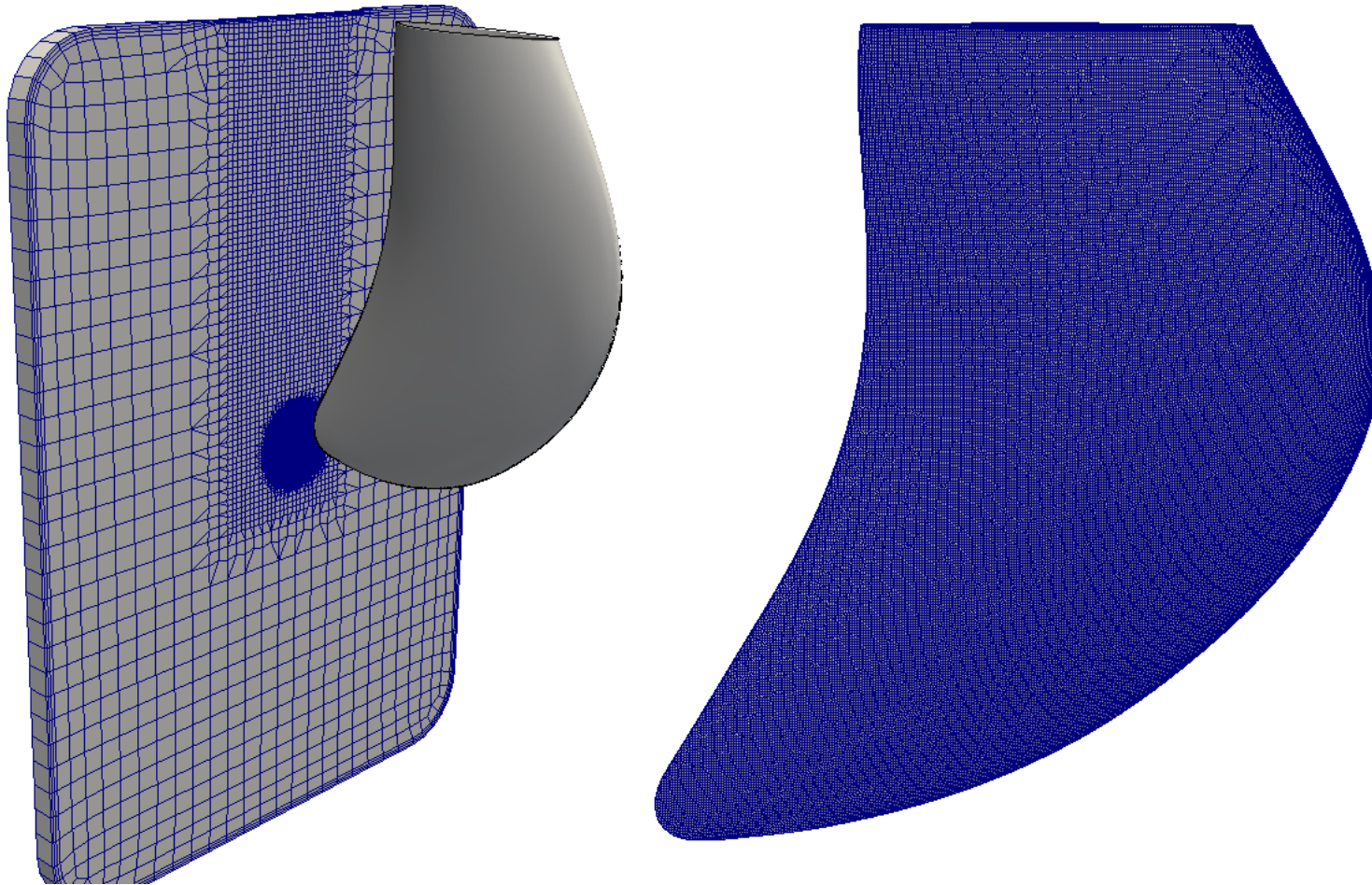
Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Kawitacja – siatka



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Kawitacja – 12° , 5.2 m/s



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

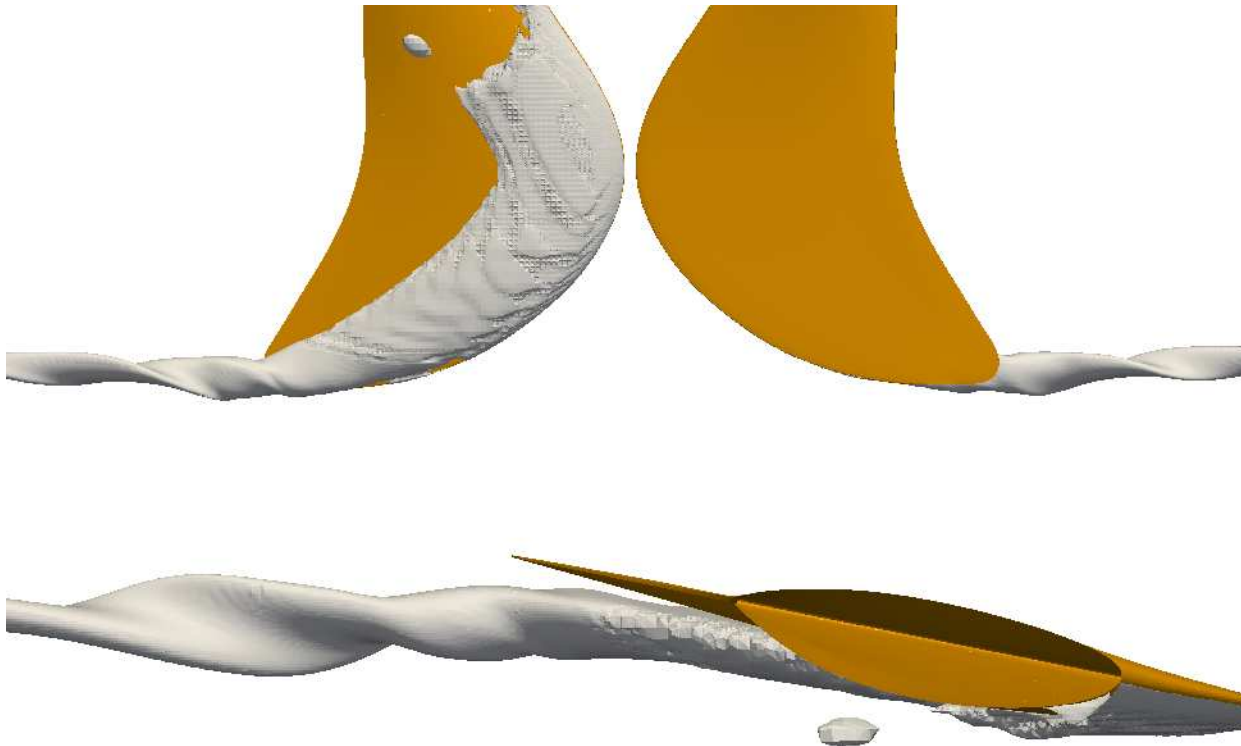
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Kawitacja – 12° , 5.2 m/s



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

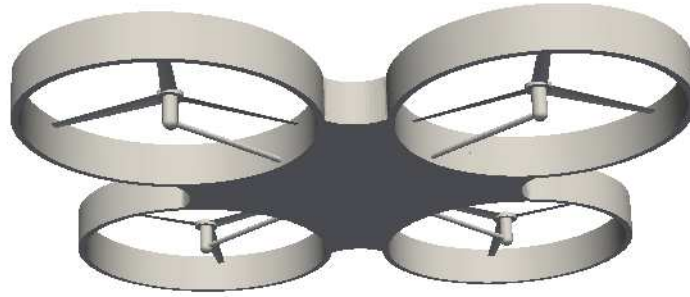
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Dron – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

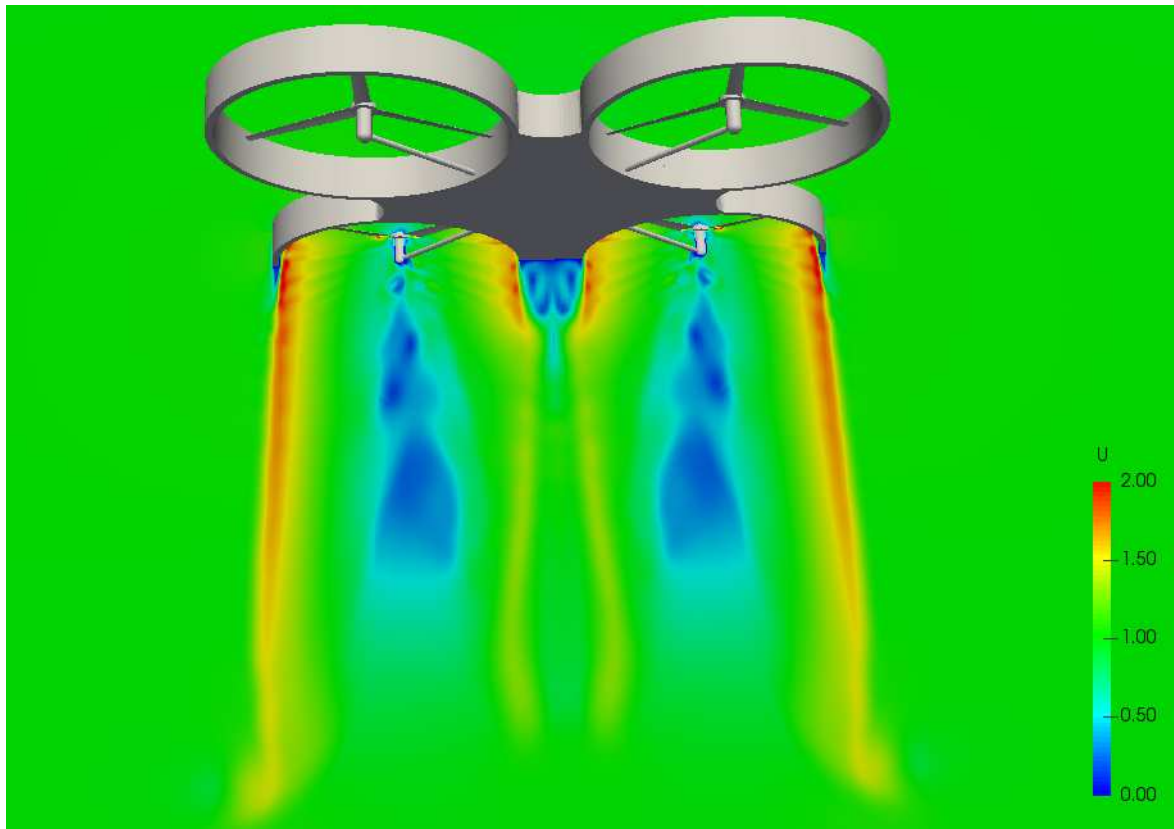
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Dron – prędkość



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

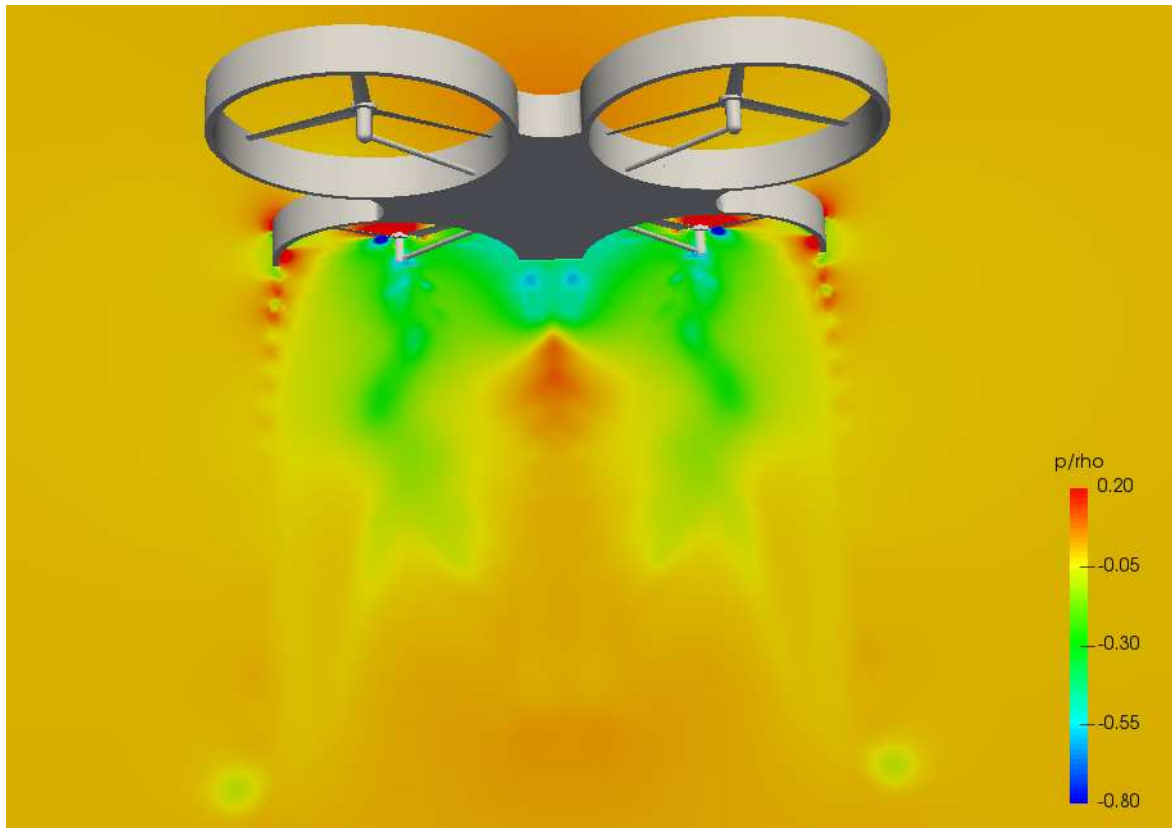
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Dron – ciśnienie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

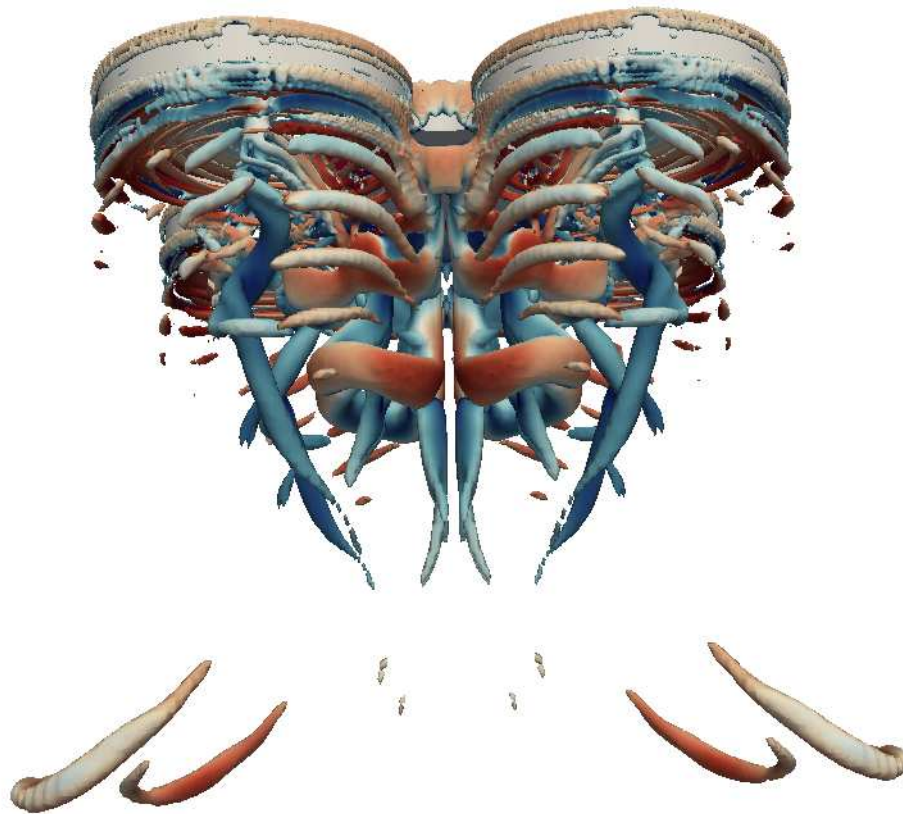
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

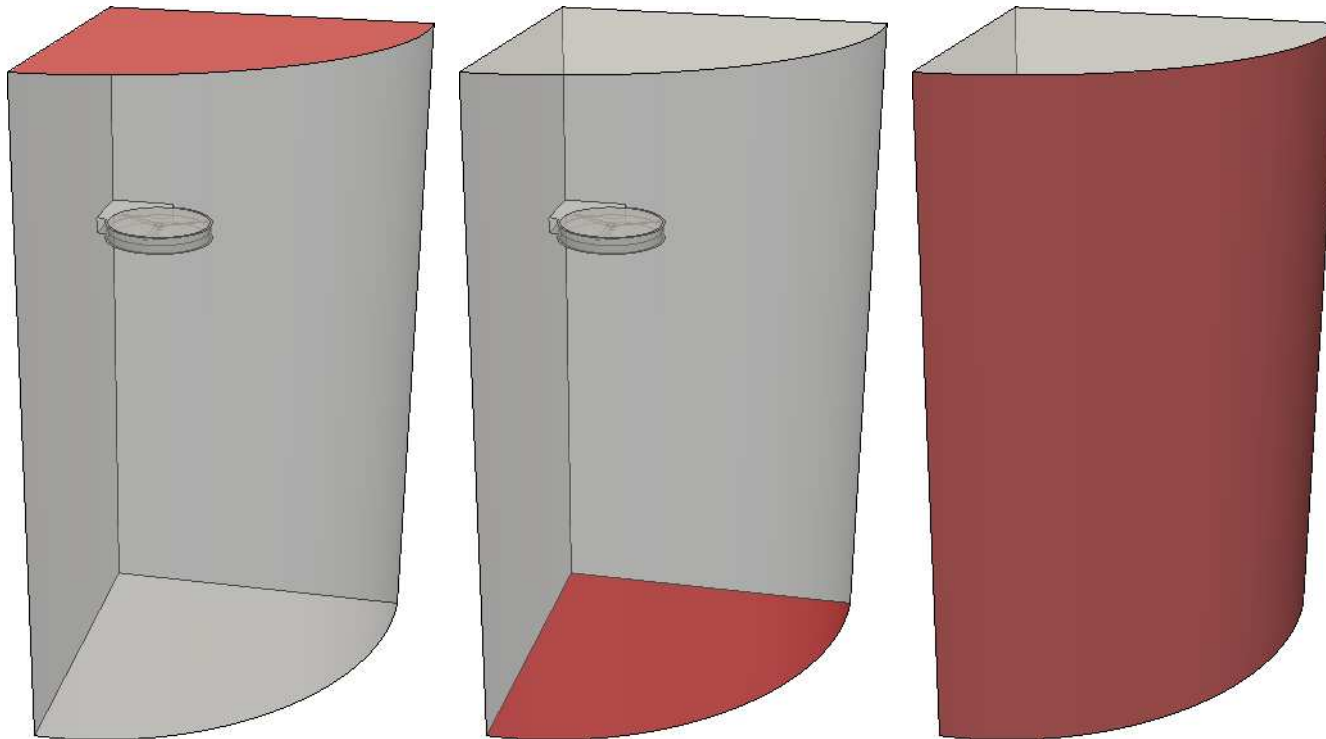
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Dron – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

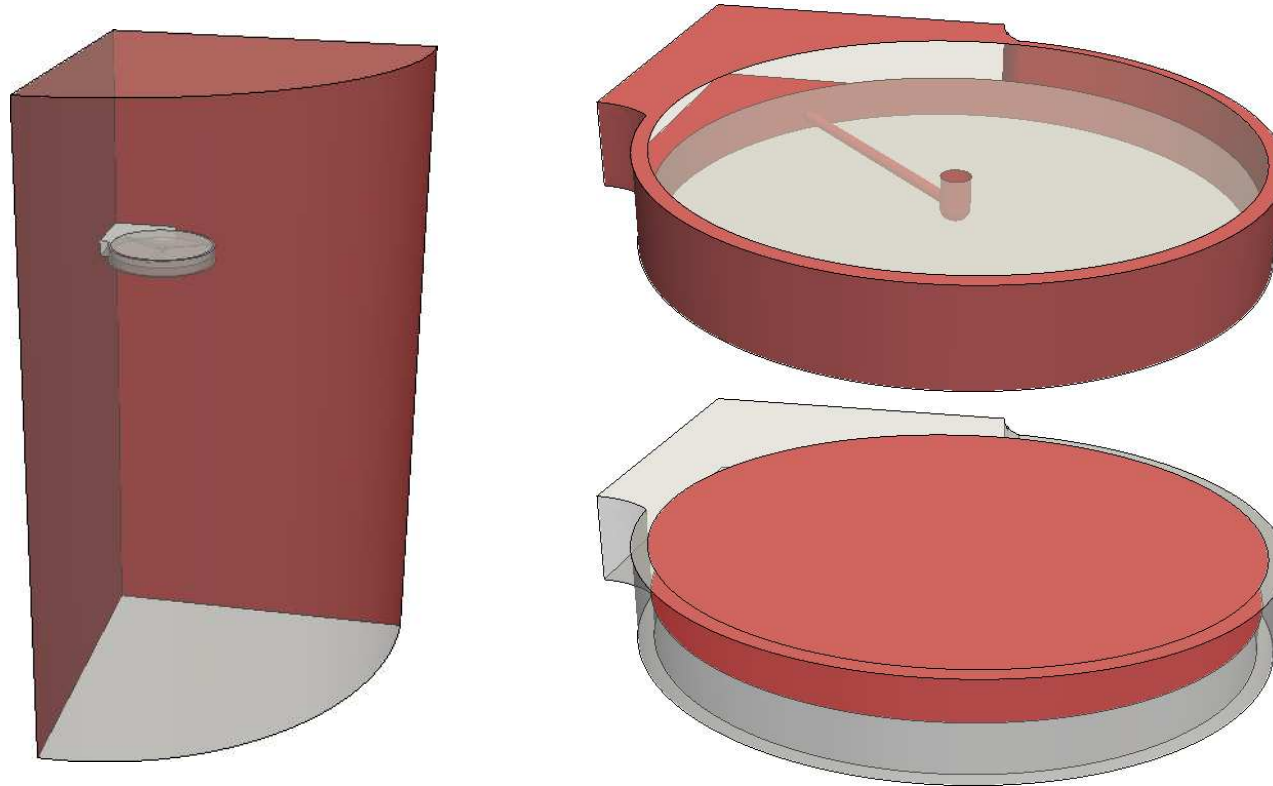
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Dron – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

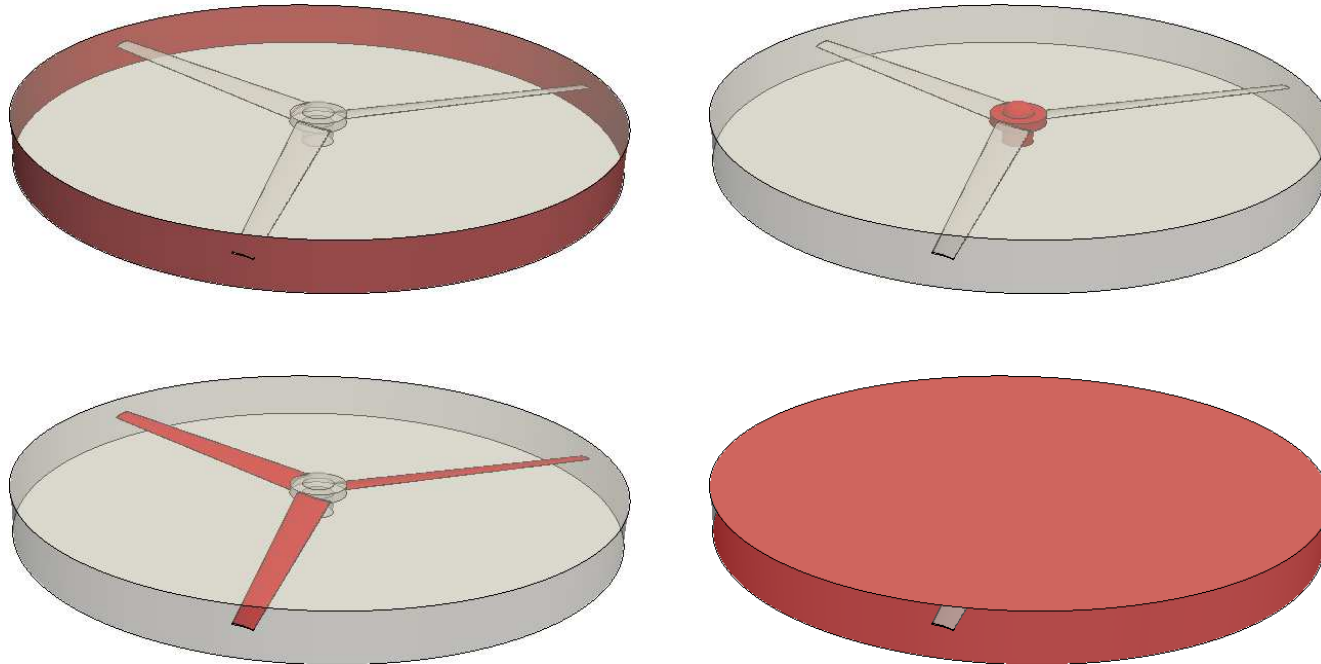
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Dron – warunki brzegowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Dron – geometria



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

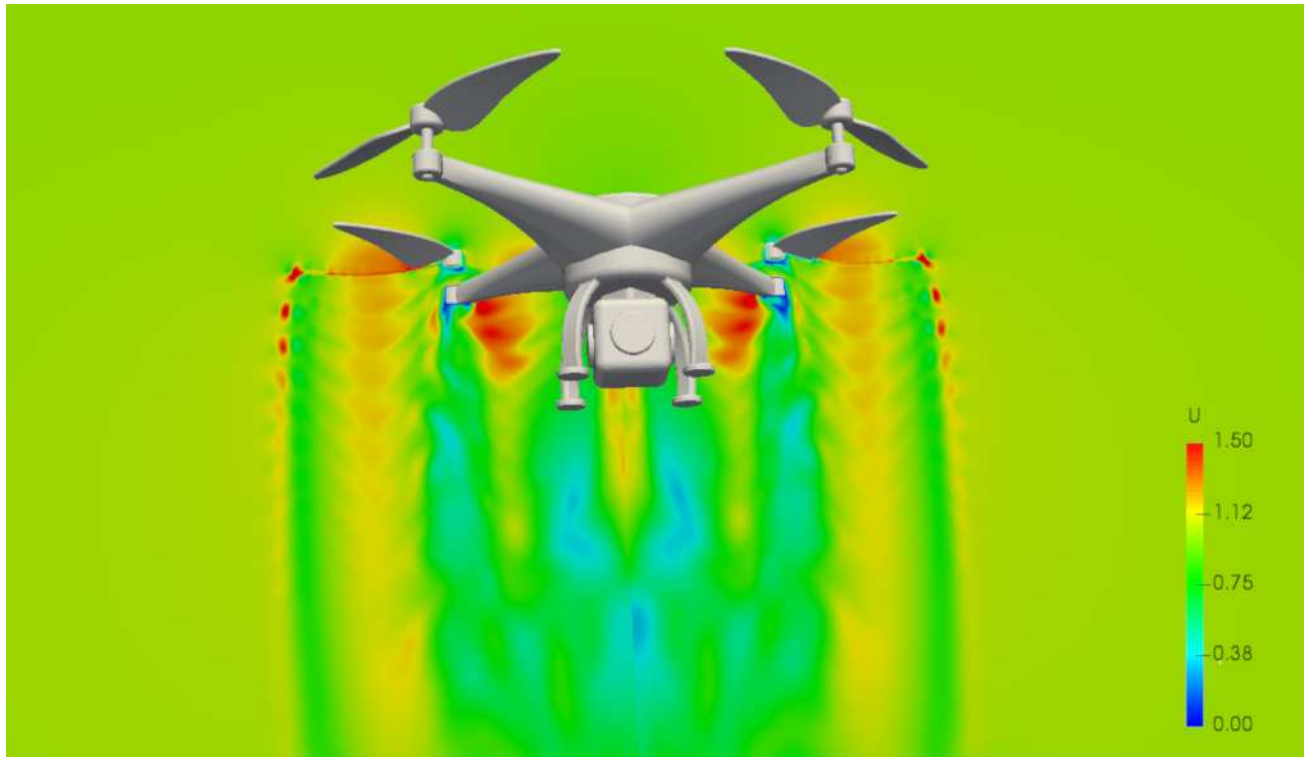
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Dron – prędkość



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Dron – ciśnienie



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

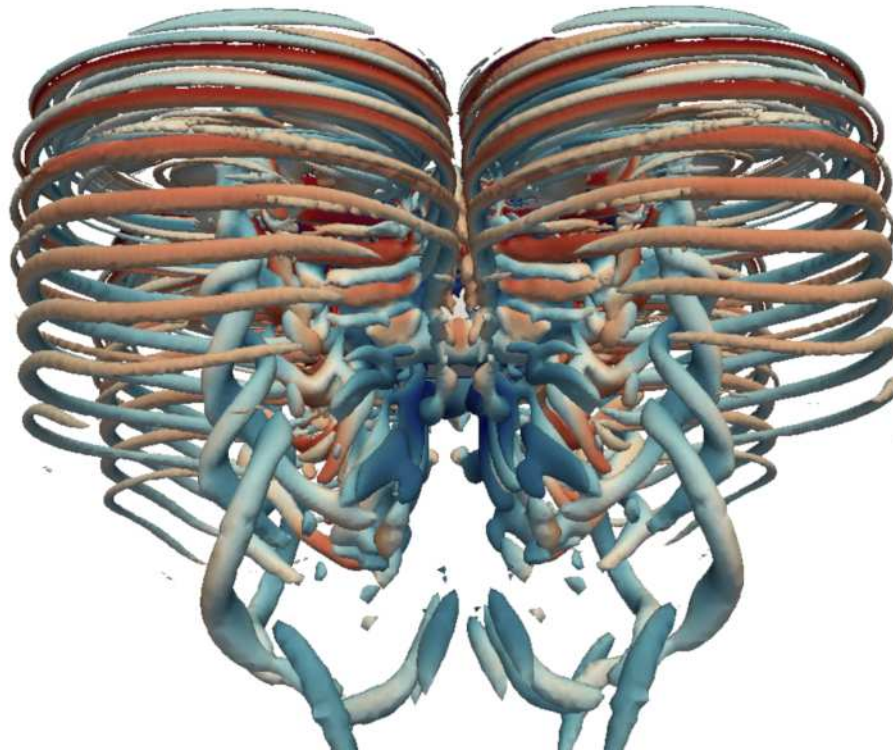
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

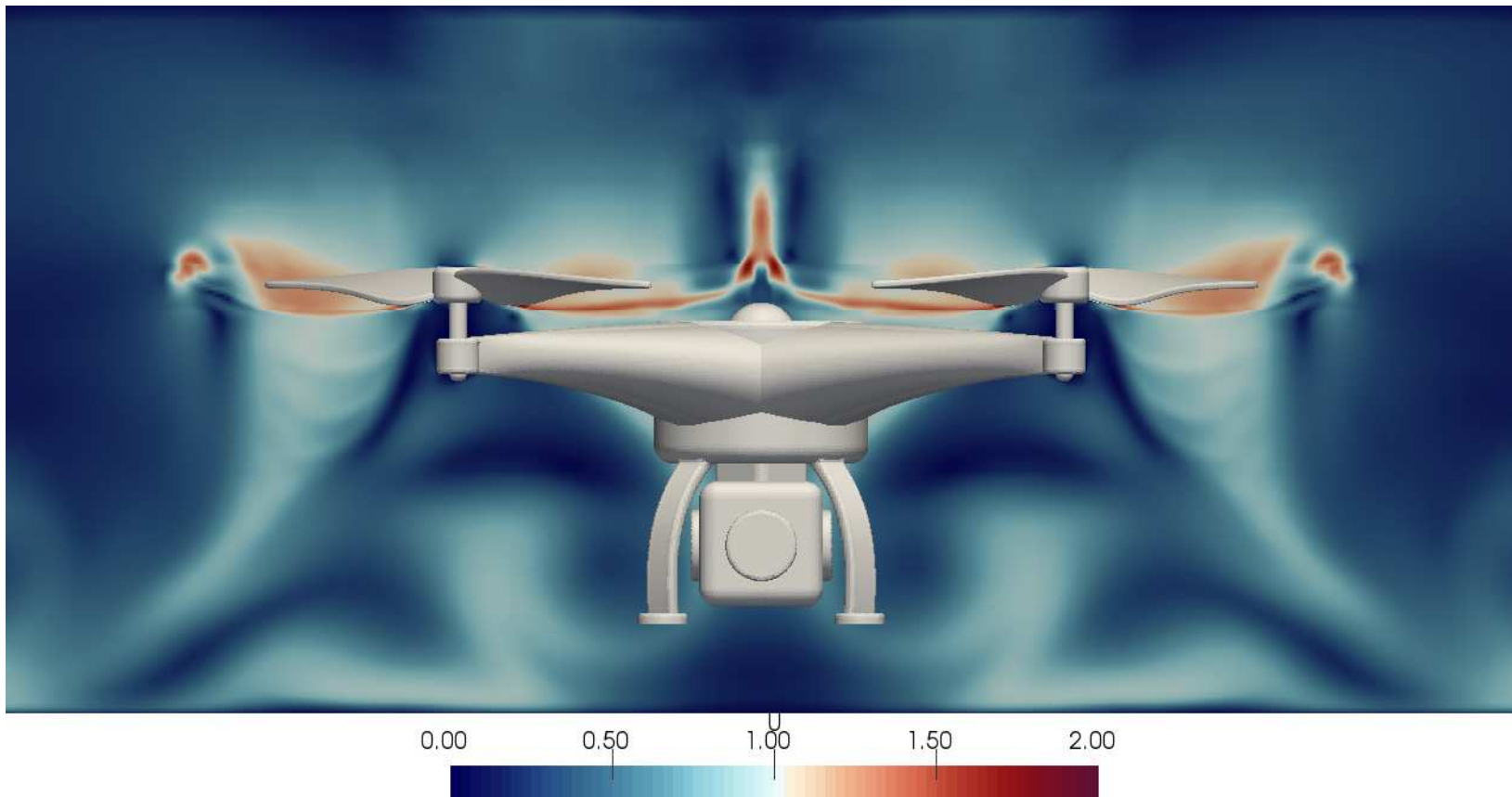
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Dron – prędkość



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

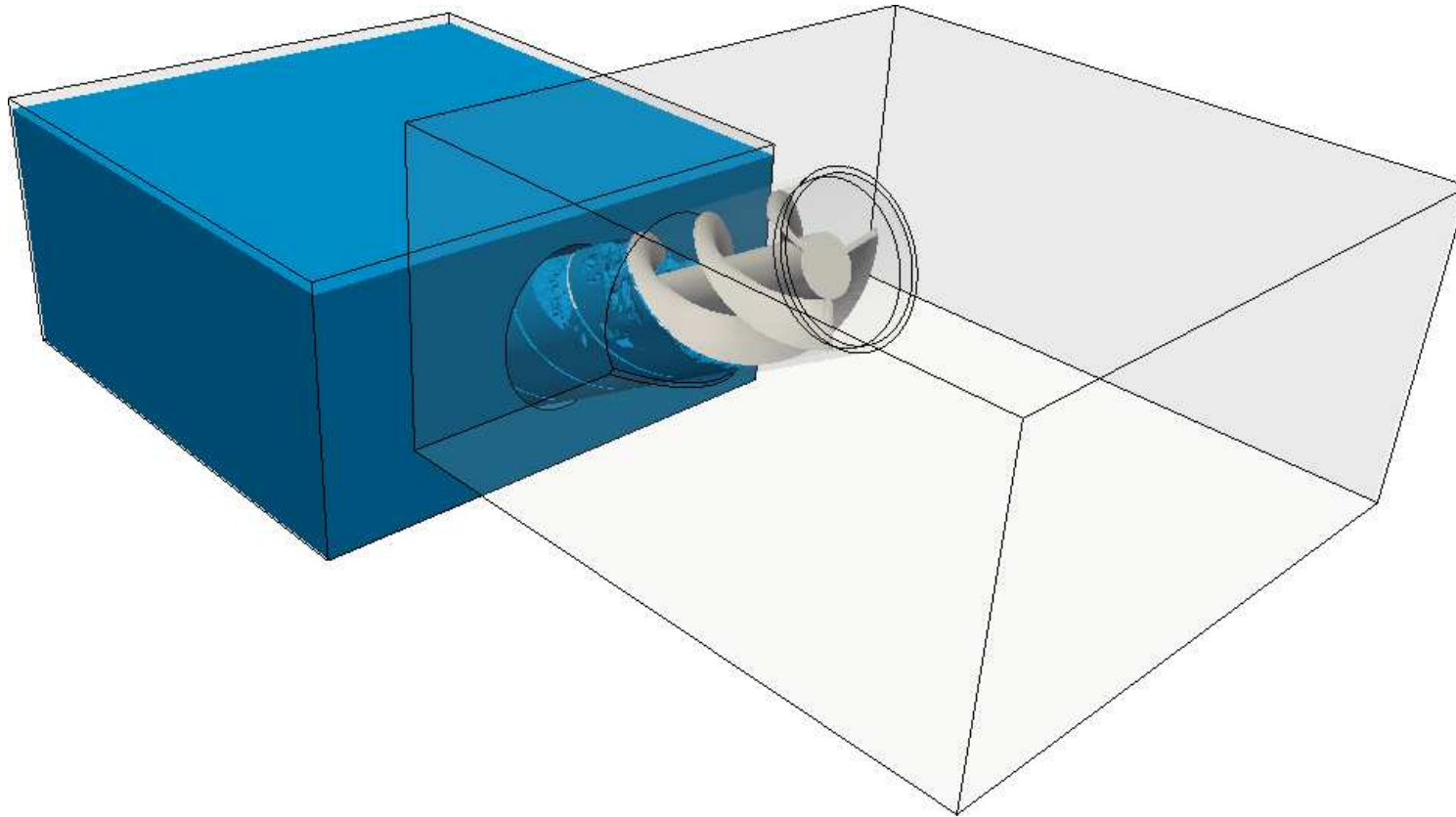
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa Archimedesesa



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

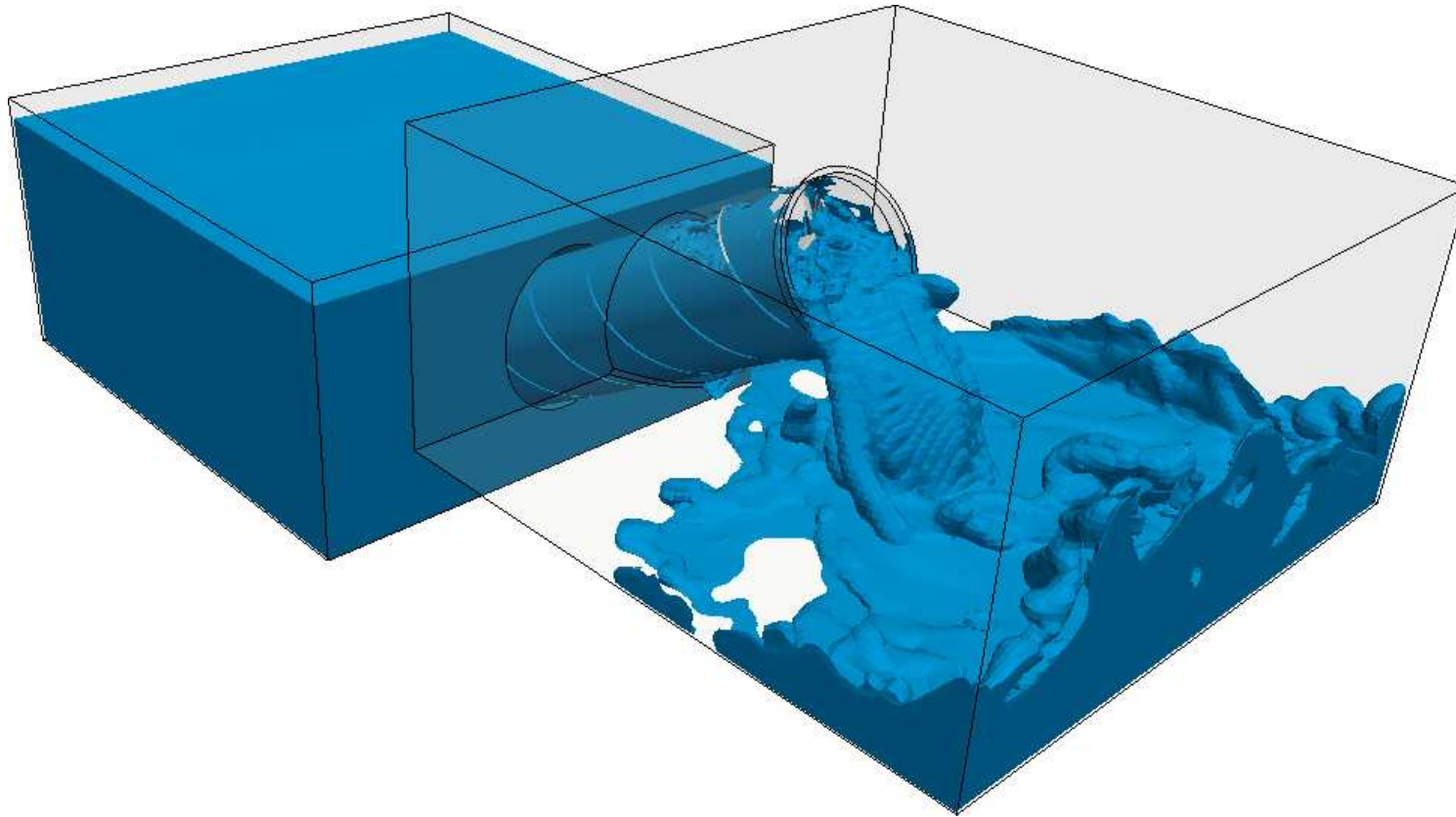
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa Archimedesesa



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

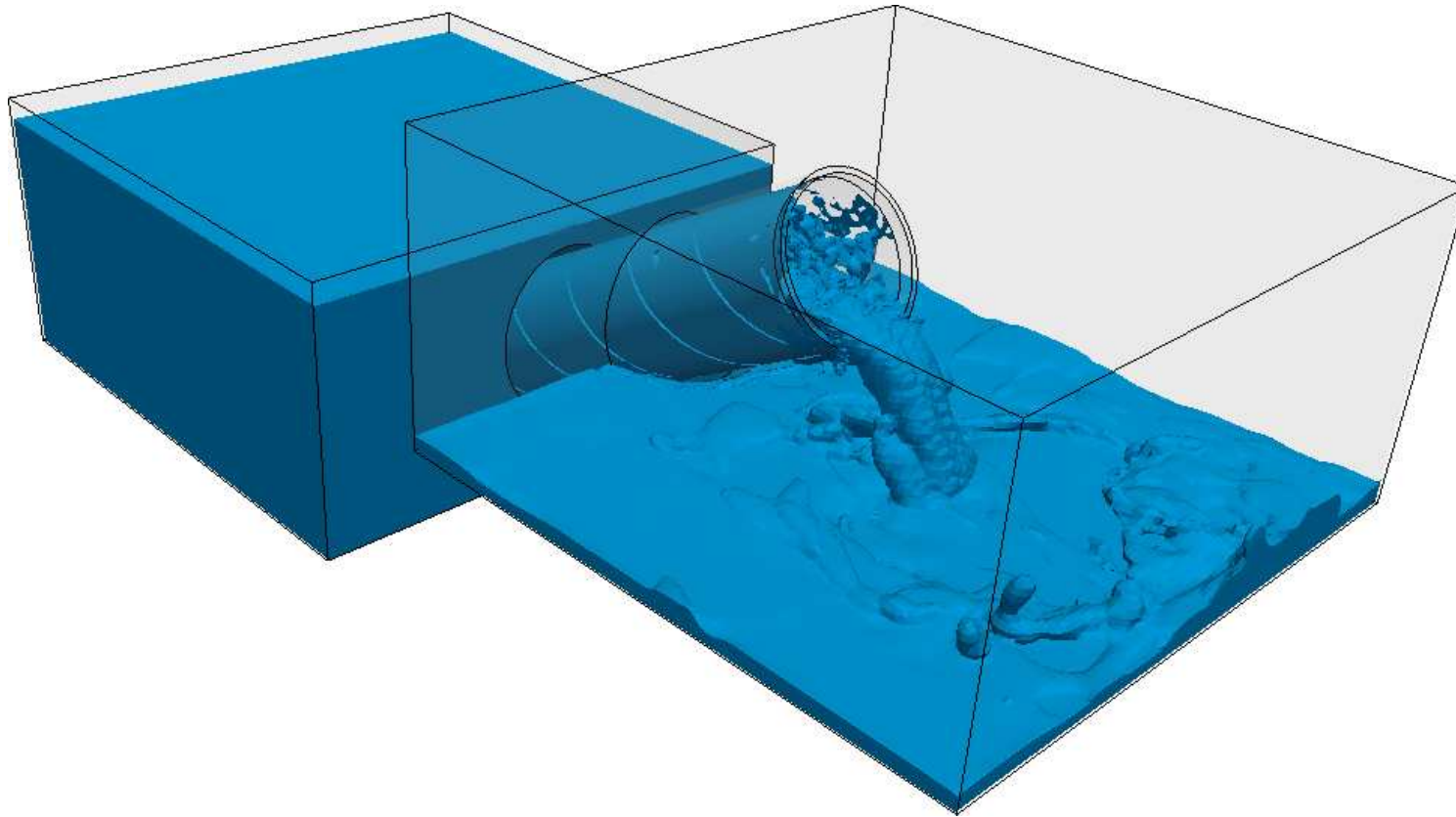
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pompa Archimedesesa



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Liczba Webera

$$We = \frac{\rho U^2 D}{\sigma} \quad (103)$$

Liczba Reynoldsa

$$Re = \frac{UD}{\nu} \quad (104)$$

ρ – gęstość kropli

U – prędkość kropli

D – średnica kropli

σ – napięcie powierzchniowe

ν – współczynnik lepkości kinematycznej

$$I = \frac{x}{D} \quad (105)$$

[Spis zagadnień](#)

[Wstęp](#)

[Podstawowe
równania](#)

[Warunki brzegowe i
początkowe](#)

[Liczby kryterialne](#)

[Podstawy
modelowania
turbulencji](#)

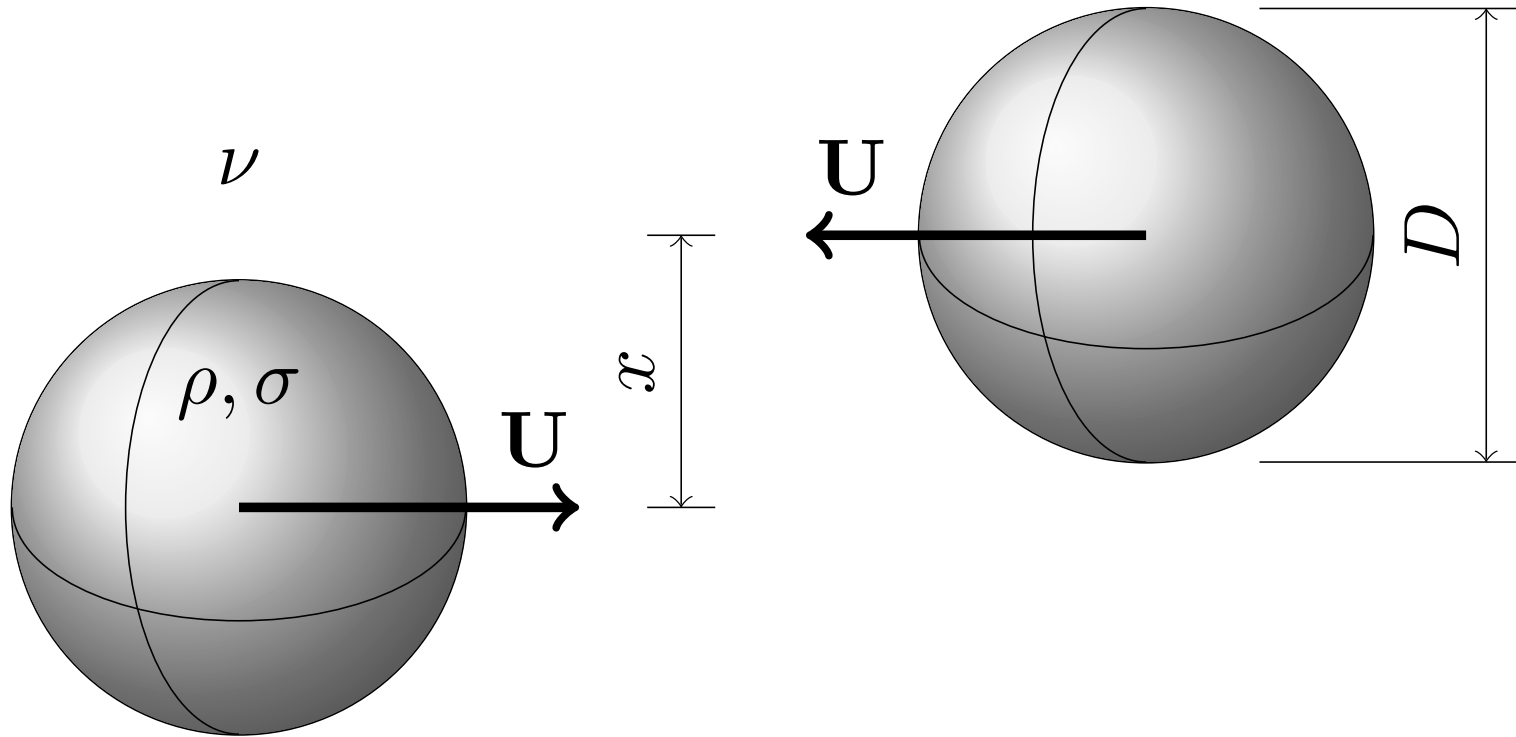
[Przepływy
wieloskładnikowe](#)

[Metoda VoF](#)

[Płyny
nienewtonowskie](#)

[CFD](#)

[Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne](#)



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

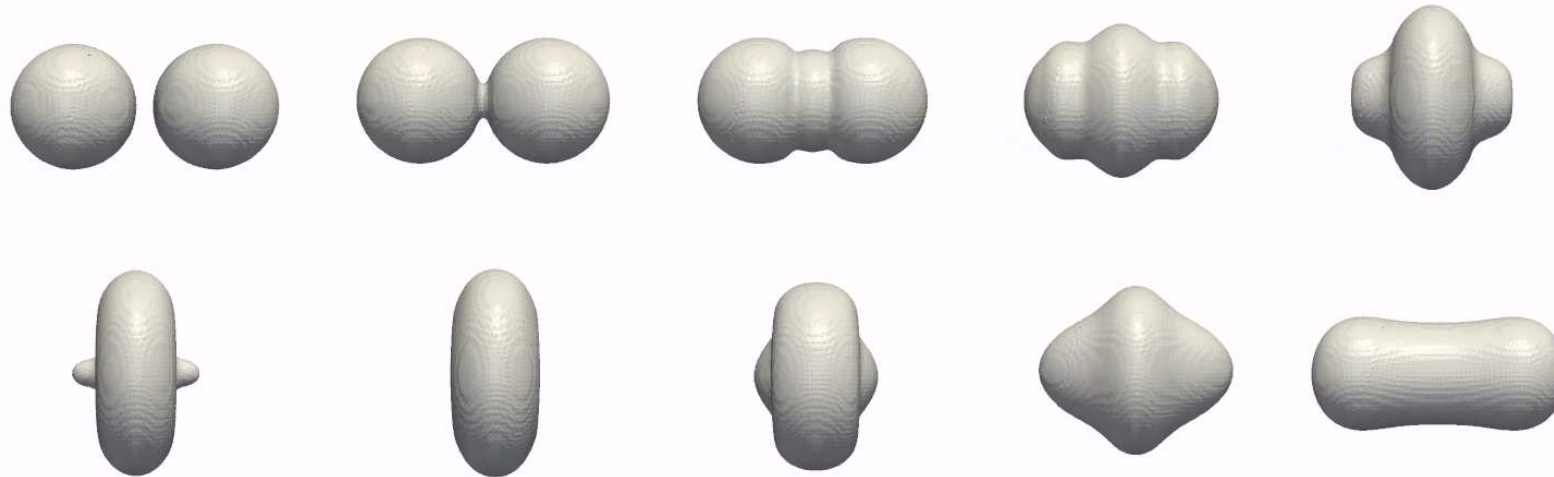
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Koalescencja



$$We = 0.23$$

$$Re = 53$$

$$I = 0$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

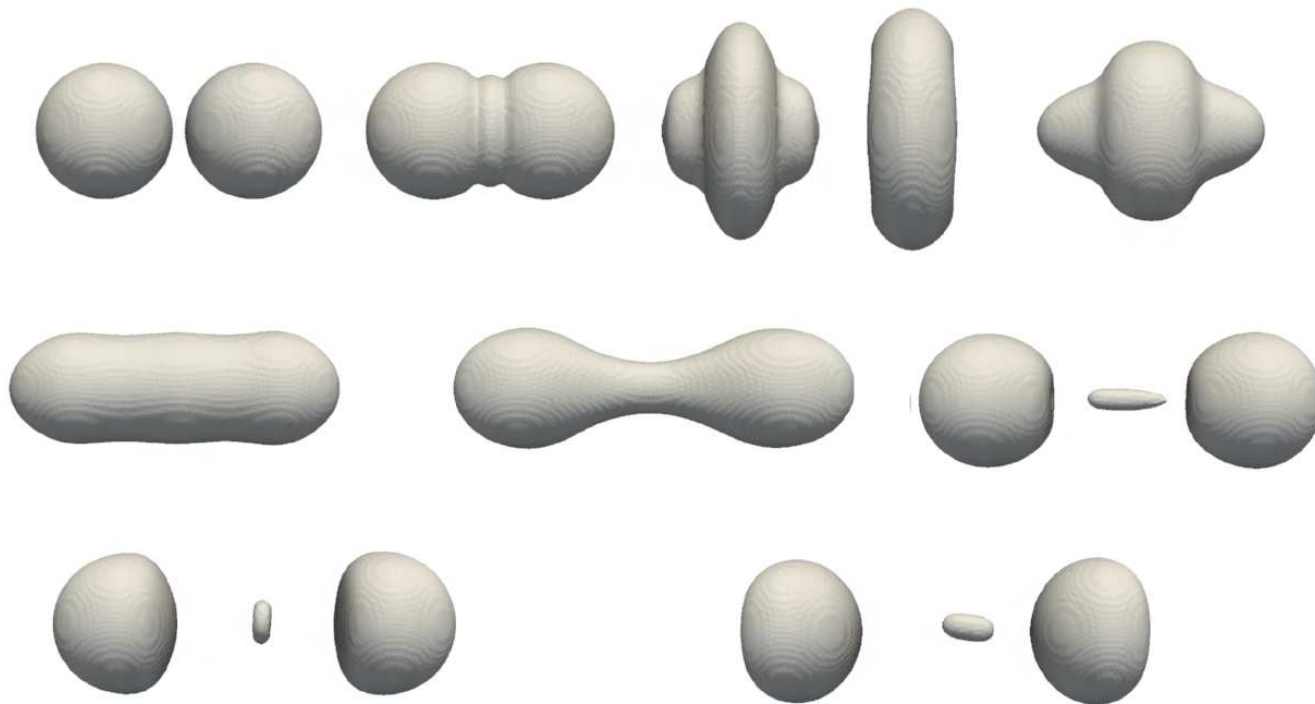
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Koalescencja



$$We = 0.51$$

$$Re = 80$$

$$I = 0$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



$$D = 40 \text{ mm}$$

Fale uderzeniowe – liczba Macha

Liczba Macha

$$\text{Ma} = \frac{u}{a} \quad (106)$$

gdzie u lokalna prędkość, a lokalna prędkość dźwięku

$$a = \sqrt{\kappa RT} \quad (107)$$

Związek liczby Macha z liczbą Eulera

$$\text{Ma}^2 = \frac{1}{\kappa \text{Eu}} \quad (108)$$

W warunkach standardowych $a \approx 340 \text{ m s}^{-1}$.

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Fale uderzeniowe – podział przepływów

Ze względu na liczbę Macha przepływy dzielimy na:

- Poddźwiękowe $Ma < 1$
- Okołodźwiękowe $0.8 < Ma < 1.2$
- Naddźwiękowe $1 < Ma < 5$
- Hiperdźwiękowe $5 < Ma < 10$
- Wysoko hiperdźwiękowe $10 < Ma < 25$
- Ponownego wejścia w atmosferę $Ma > 25$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

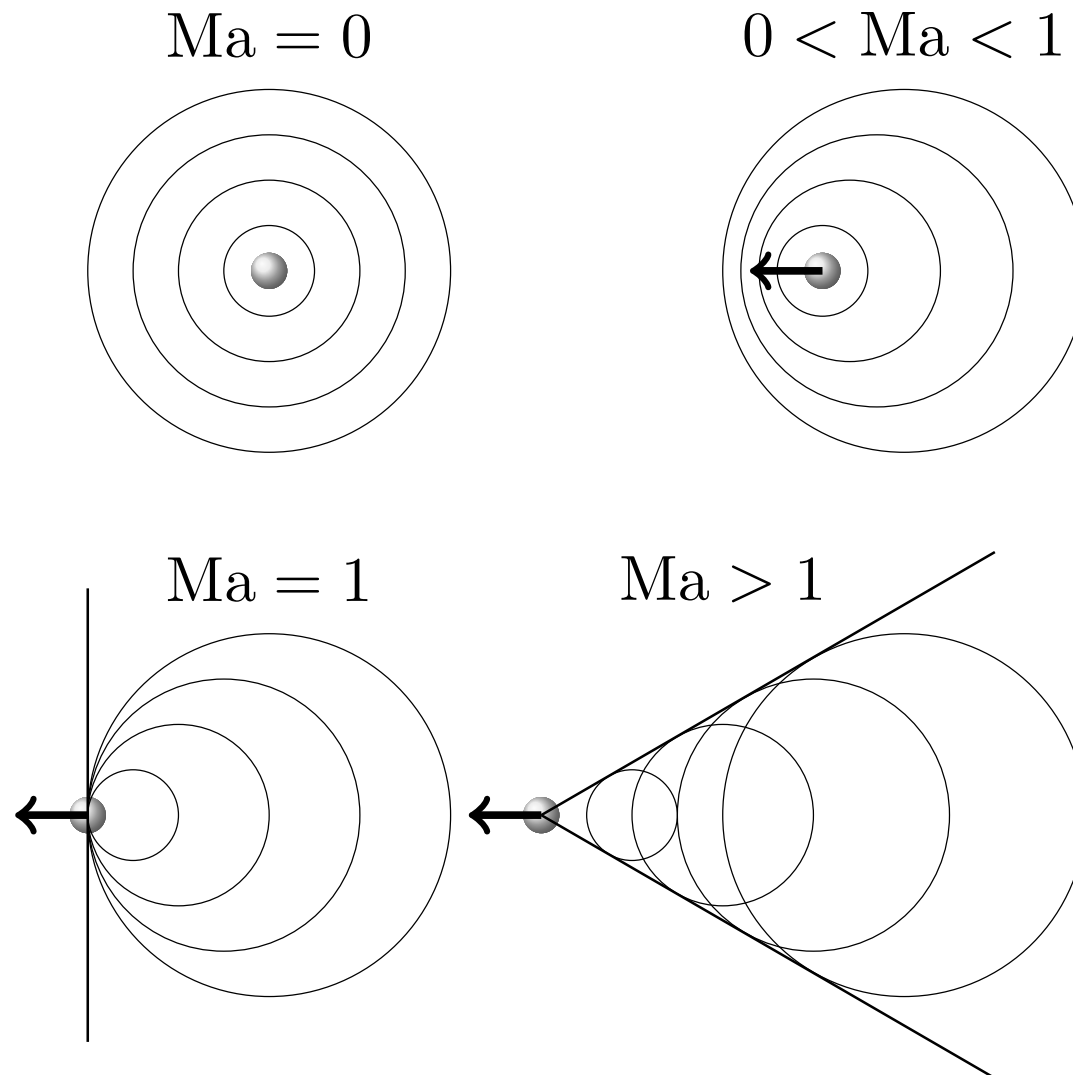
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Fale uderzeniowe



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

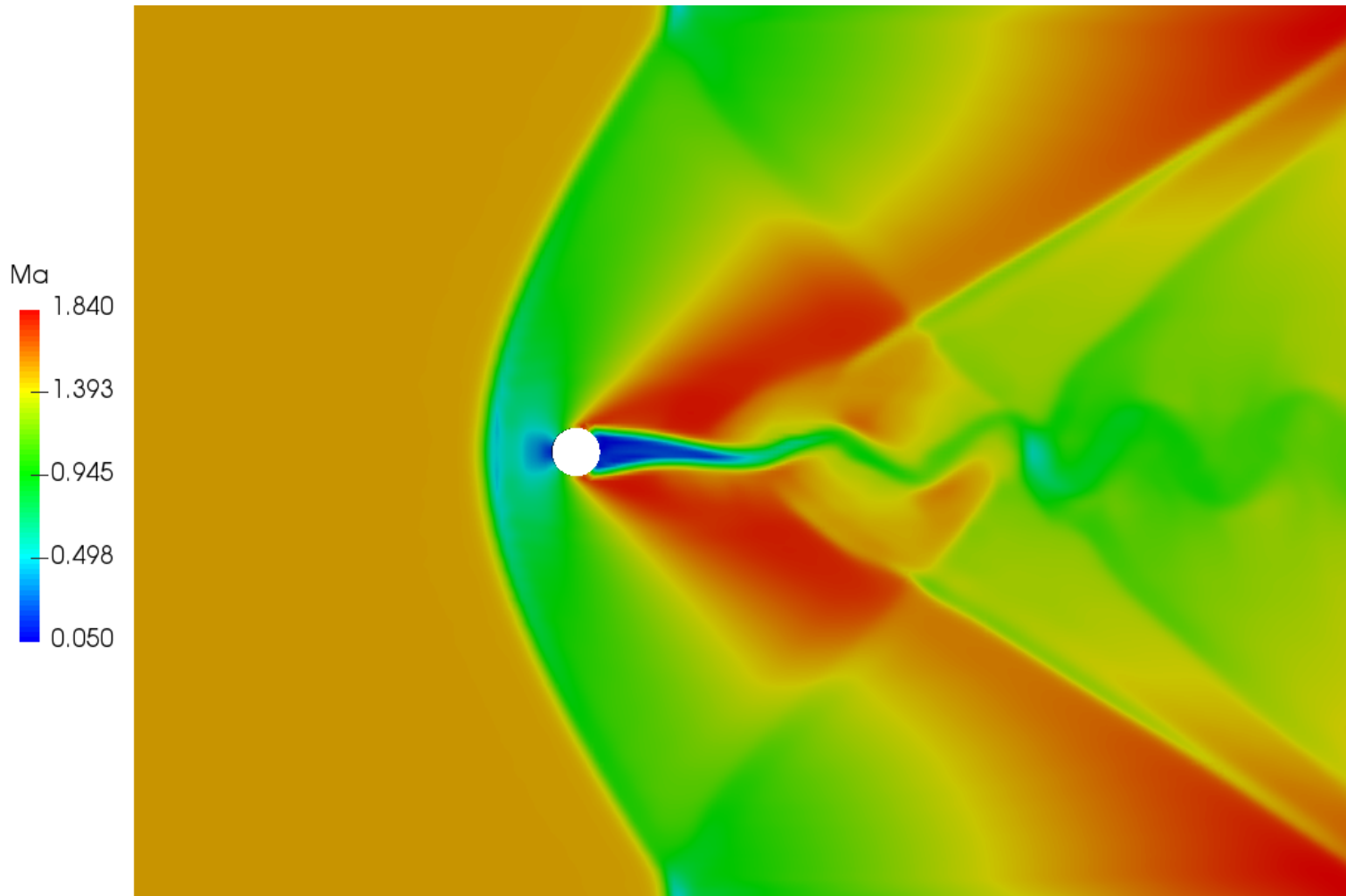
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Fale uderzeniowe $Ma = 1.5$



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

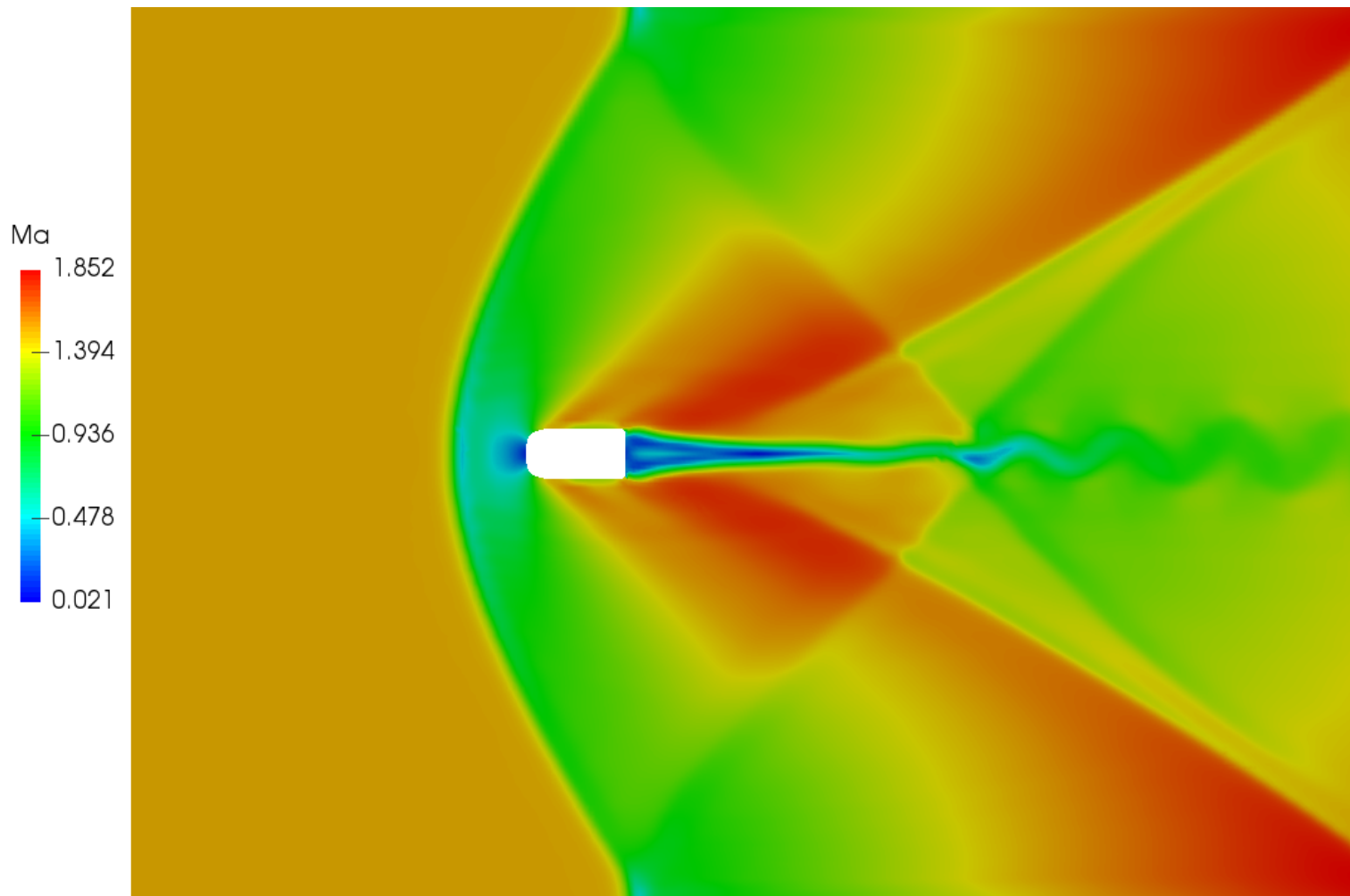
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Fale uderzeniowe $Ma = 1.5$



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

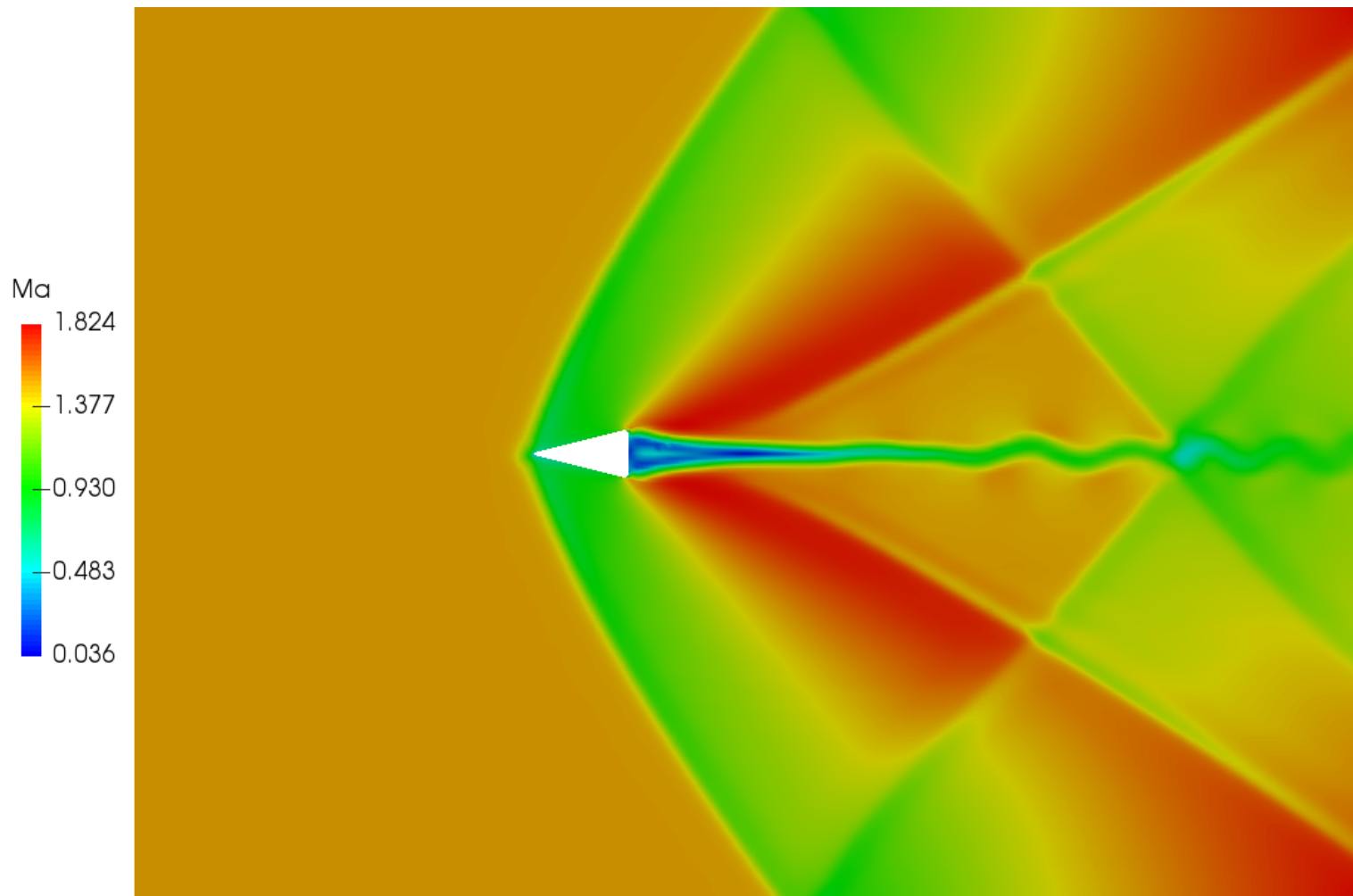
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Fale uderzeniowe $Ma = 1.5$



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Fale uderzeniowe – analogia

Analogia hydrogazodynamiczna. Płytką woda.

- Identyczna postać równań
- Możliwość przenoszenia obserwacji i wniosków
- Gdzie łatwiej wykonać eksperyment i wizualizację?

Uproszczenia

- a
 - ◆ nielepkość $\mu = 0$,
 - ◆ izentropowość (bez przewodnictwa cieplnego i dyssypacji)
- c
 - ◆ nieściśliwość $\rho = \text{const}$,
 - ◆ brak składowych prędkości w kierunku y (prostopadłym do lustra niezaburzonej wody)

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Fale uderzeniowe – liczba Froude'a

Liczba Froude'a

$$Fr = \frac{u}{c} \quad (109)$$

gdzie u prędkość, c prędkość rozprzestrzenienia się zaburzeń

$$c = \sqrt{gH} \quad (110)$$

gdzie H oznacza wysokość warstwy cieczy (płytkiej wody), g przyspieszenie ziemskie. Ze względu na Fr przepływy dzielimy na:

- $Fr < 1$, przepływ podkrytyczny (ruch spokojny)
- $Fr > 1$, przepływ nadkrytyczny (ruch rwący)

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

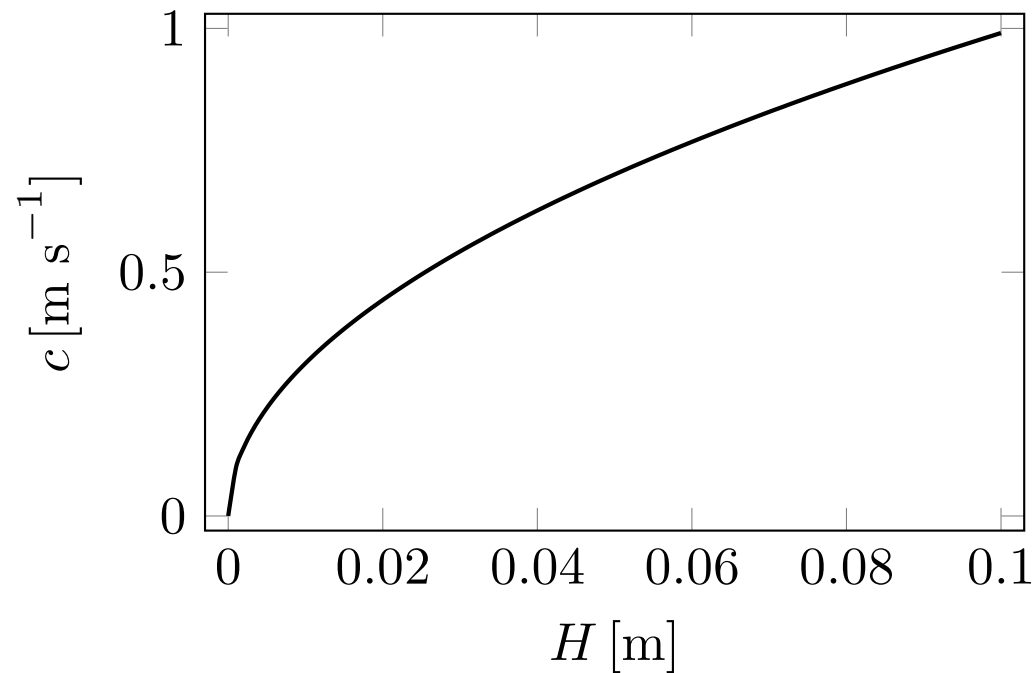
Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Fale uderzeniowe – c



[Spis zagadnień](#)

[Wstęp](#)

[Podstawowe
równania](#)

[Warunki brzegowe i
początkowe](#)

[Liczby kryterialne](#)

[Podstawy
modelowania
turbulencji](#)

[Przepływy
wieloskładnikowe](#)

[Metoda VoF](#)

[Płyny
nienewtonowskie](#)

[CFD](#)

[Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne](#)

Fale uderzeniowe – analogia



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Fale uderzeniowe – analogie

gaz	woda
a	c
T, ρ	y
p	$\frac{gy^2}{2}$
κ	2
c_p	g
c_v, R	$\frac{g}{2}$
Ma	Fr

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

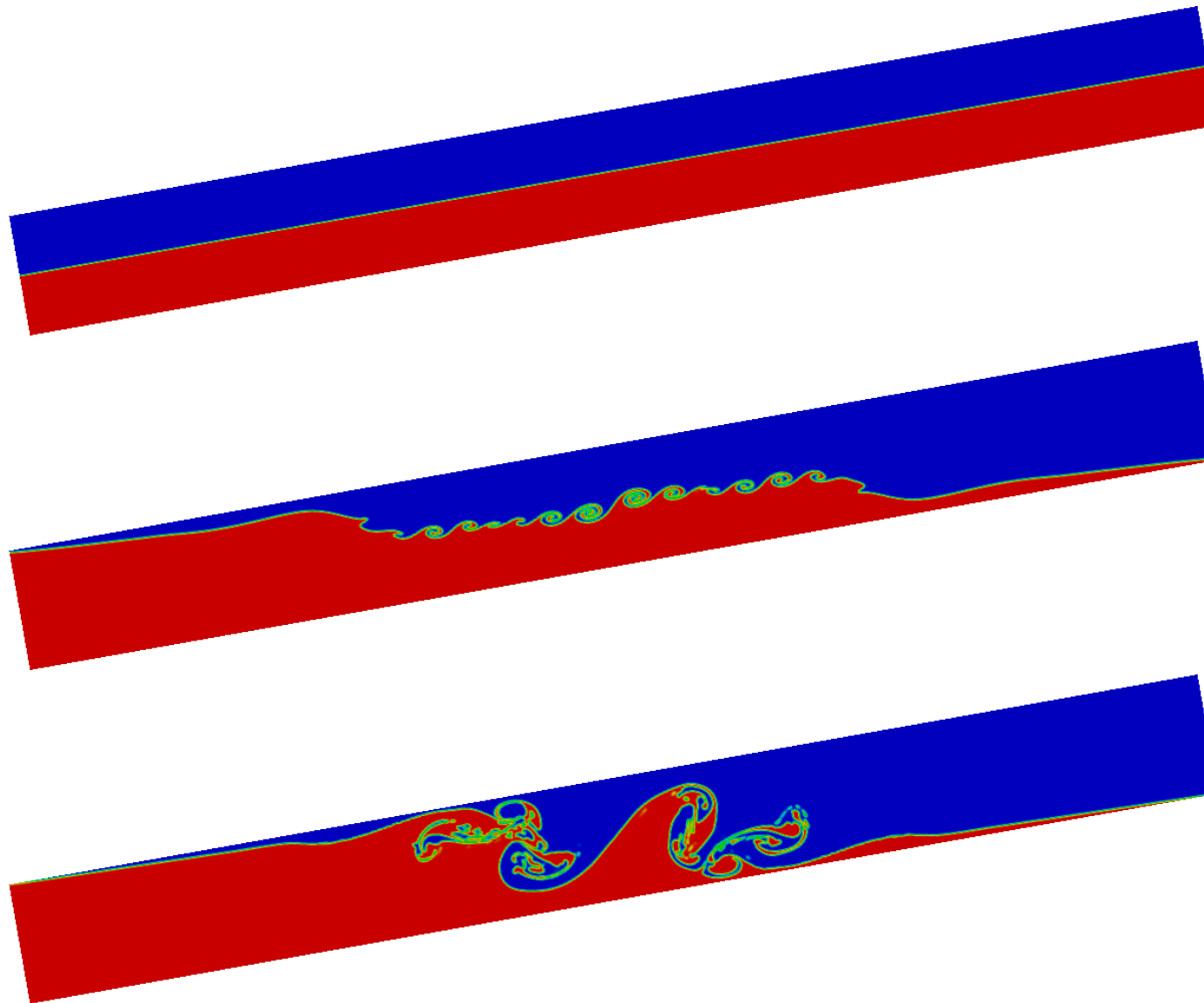
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Kelvina-Helmholtza



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

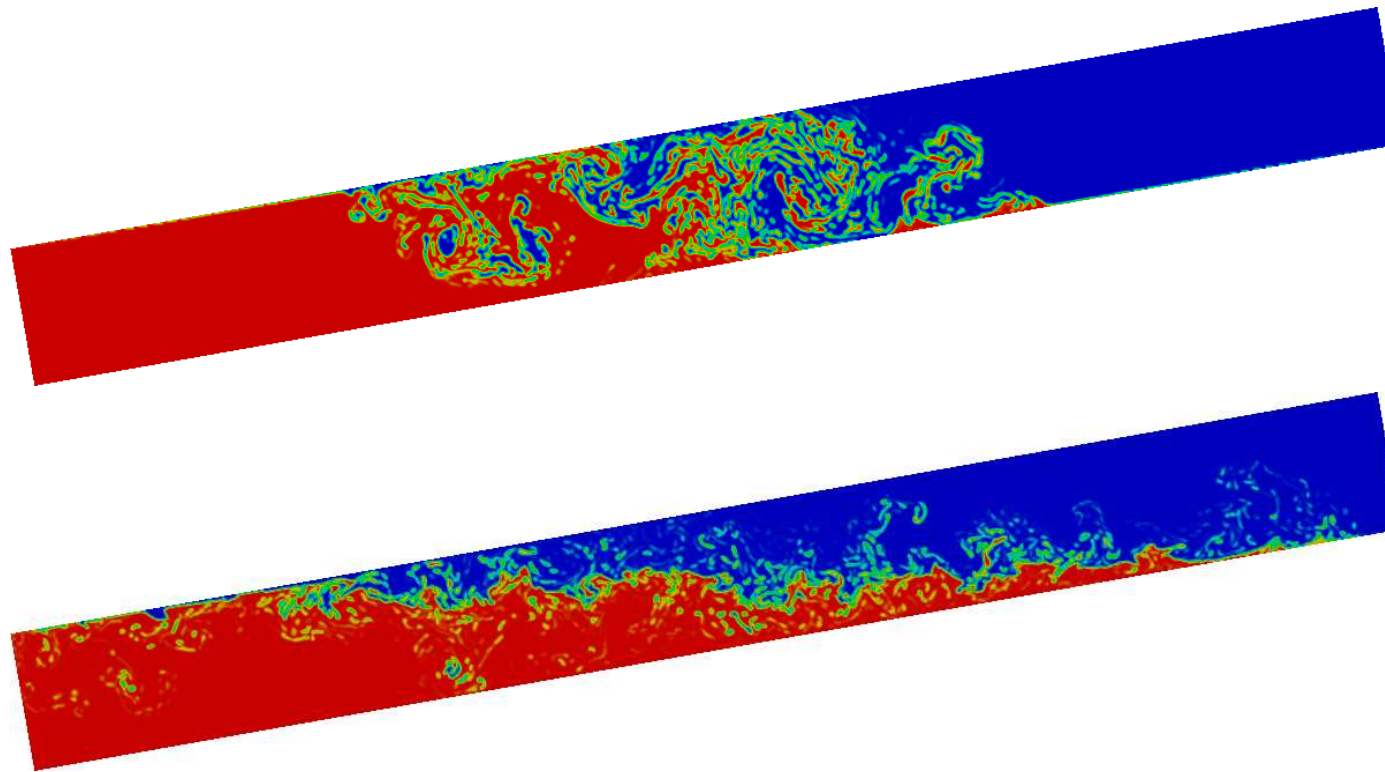
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Kelvina-Helmholtza



$1.5 \times 0.15 \text{ m}; \quad 10^\circ$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

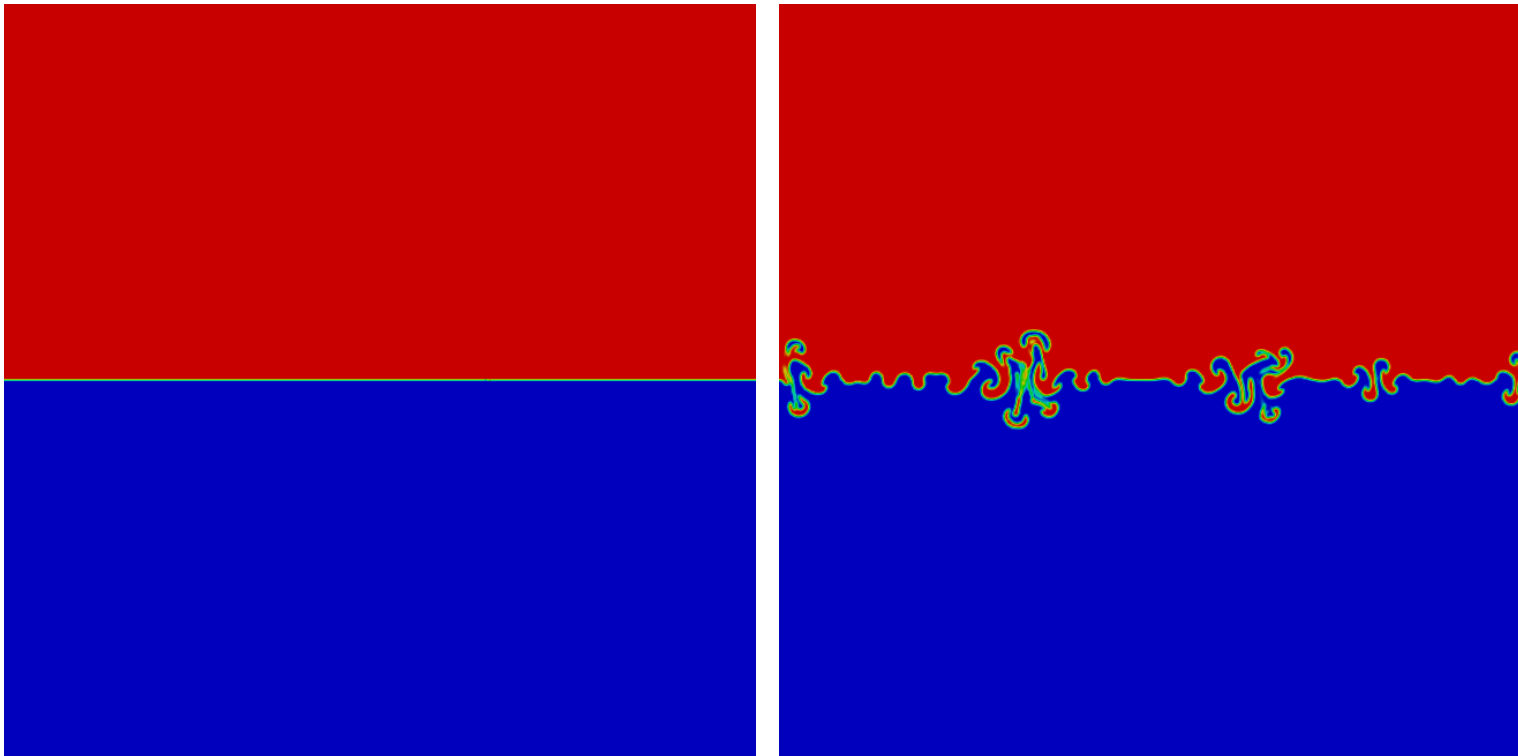
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Rayleigha-Taylora



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

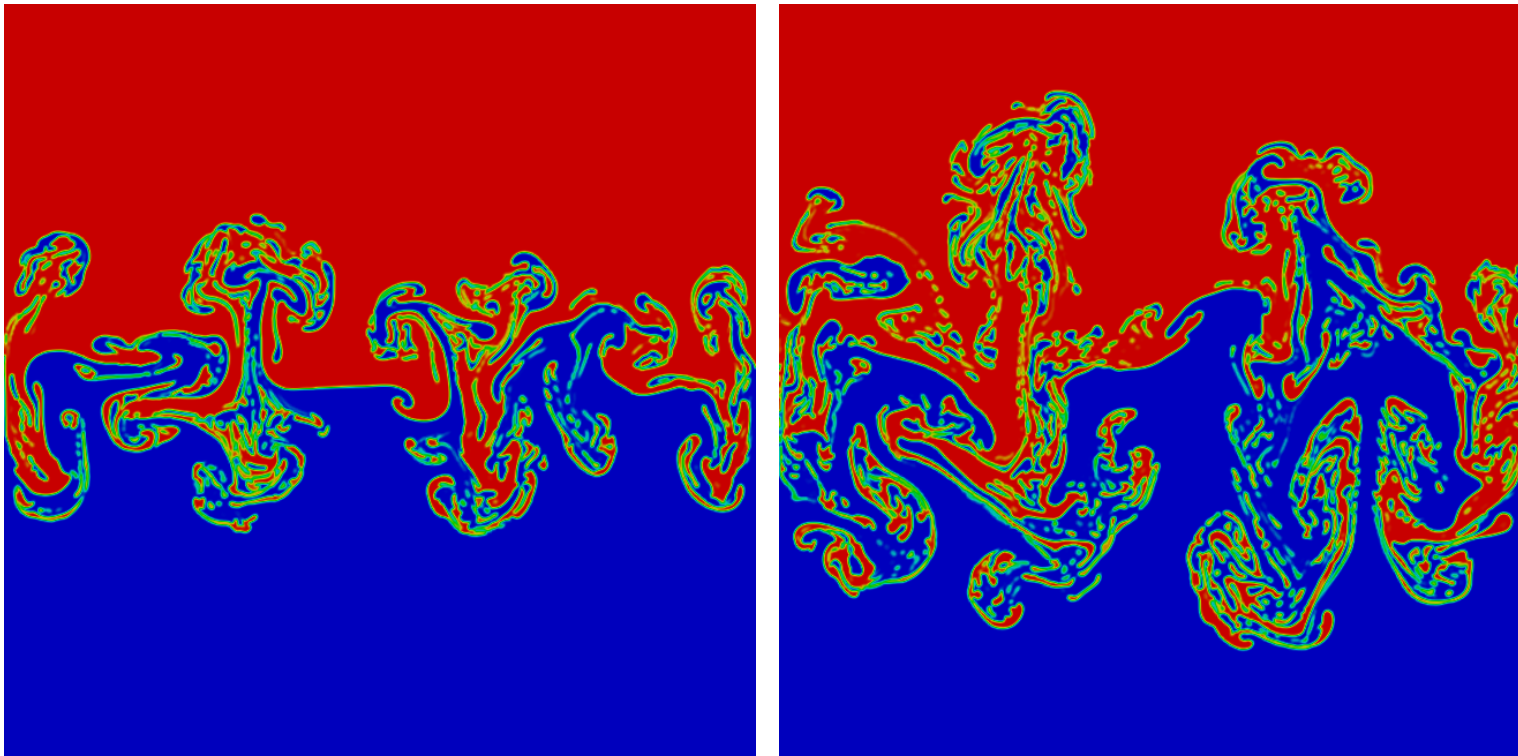
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Rayleigha-Taylora



$0.1 \times 0.1 \text{ m}$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

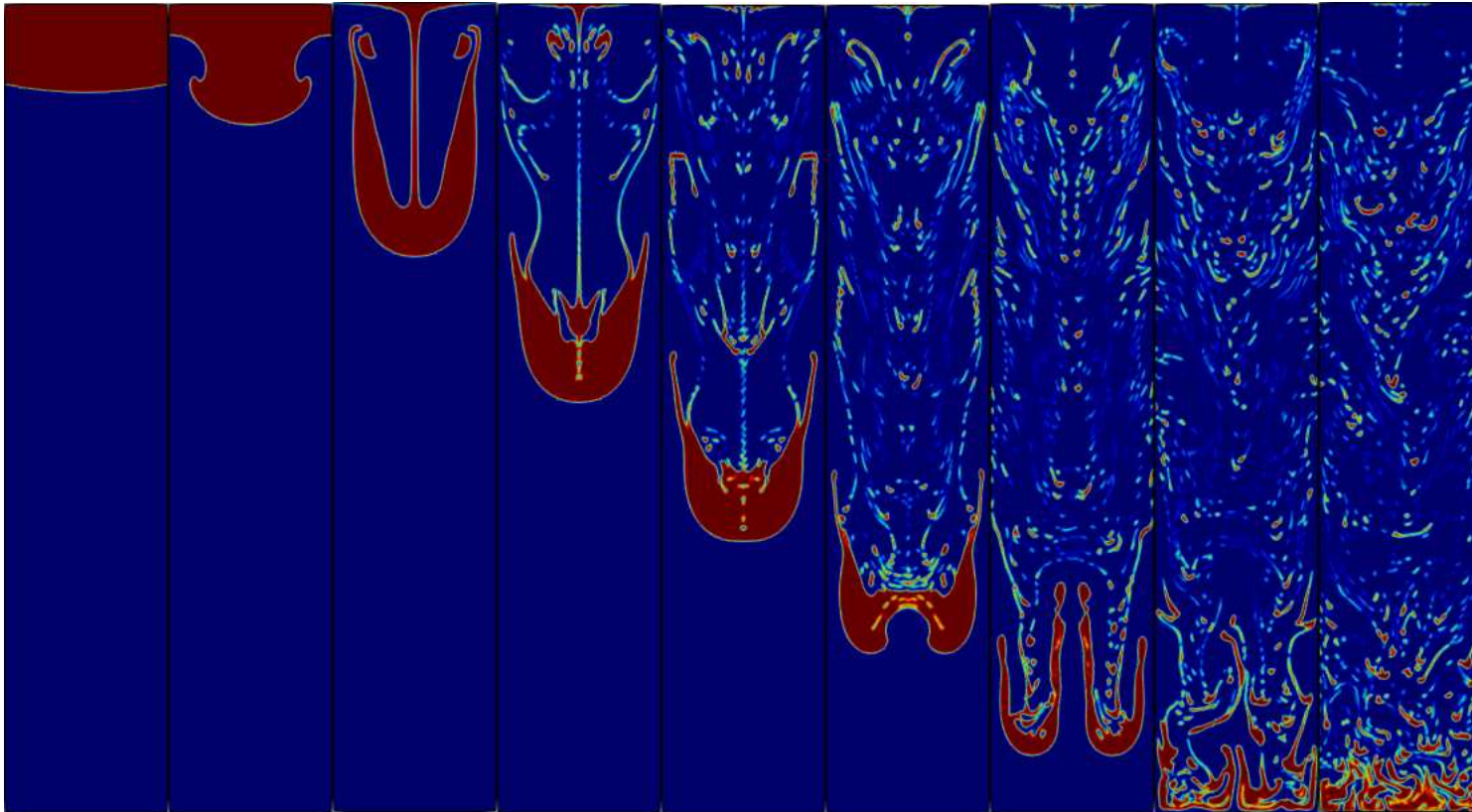
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Rayleigha-Taylora



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

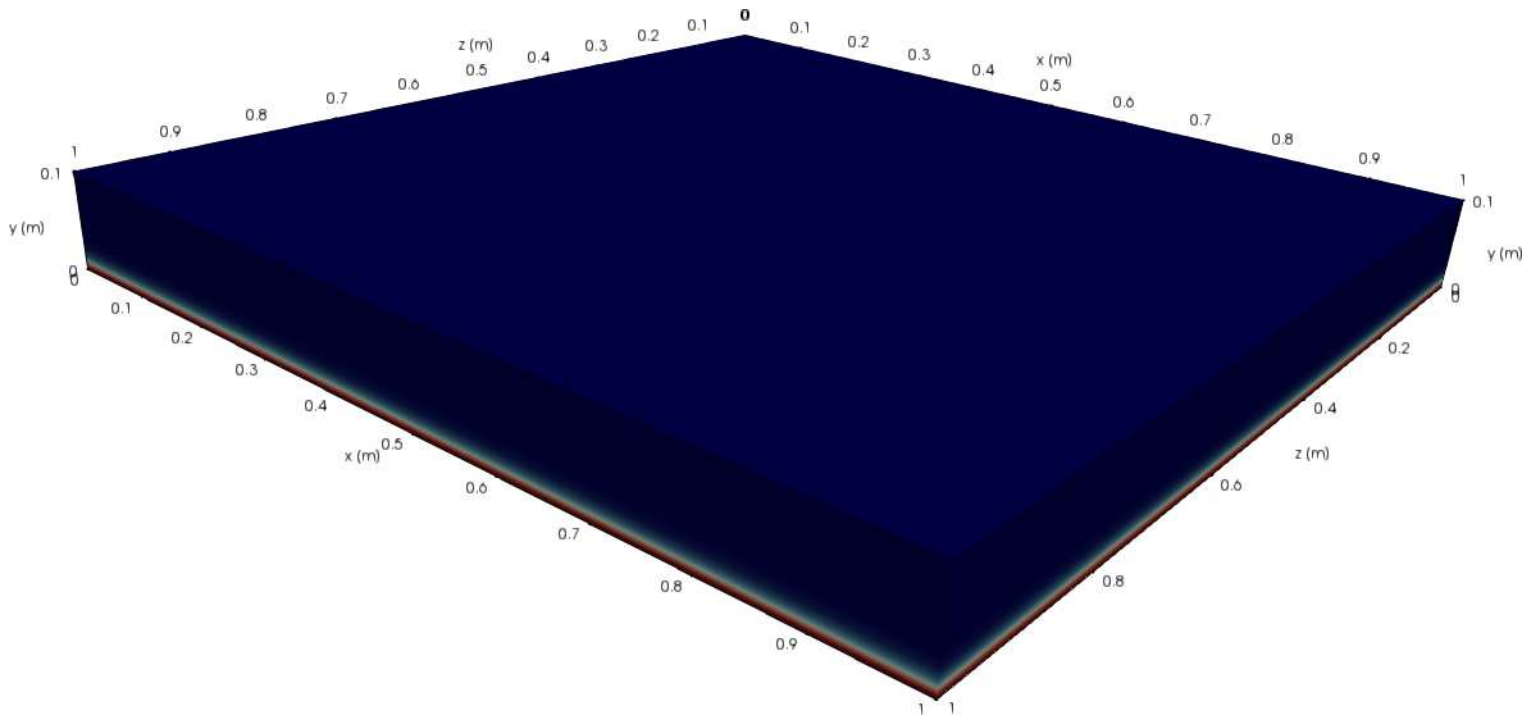
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Rayleigha-Bénarda



$$Ra = \frac{g\beta \Delta T L^3}{\nu\alpha} \quad (111)$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\rho c_p} \quad (112)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

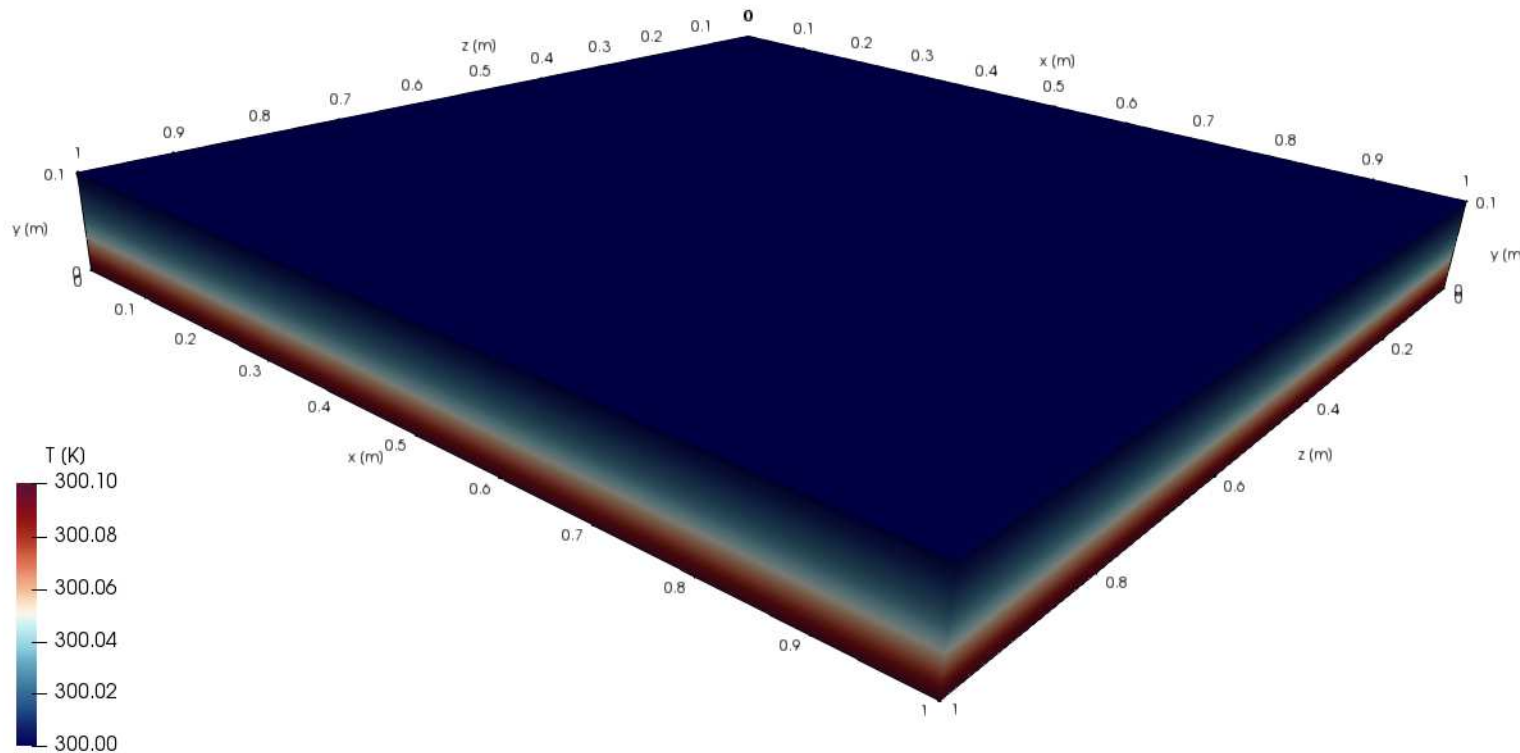
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Rayleigha-Bénarda



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

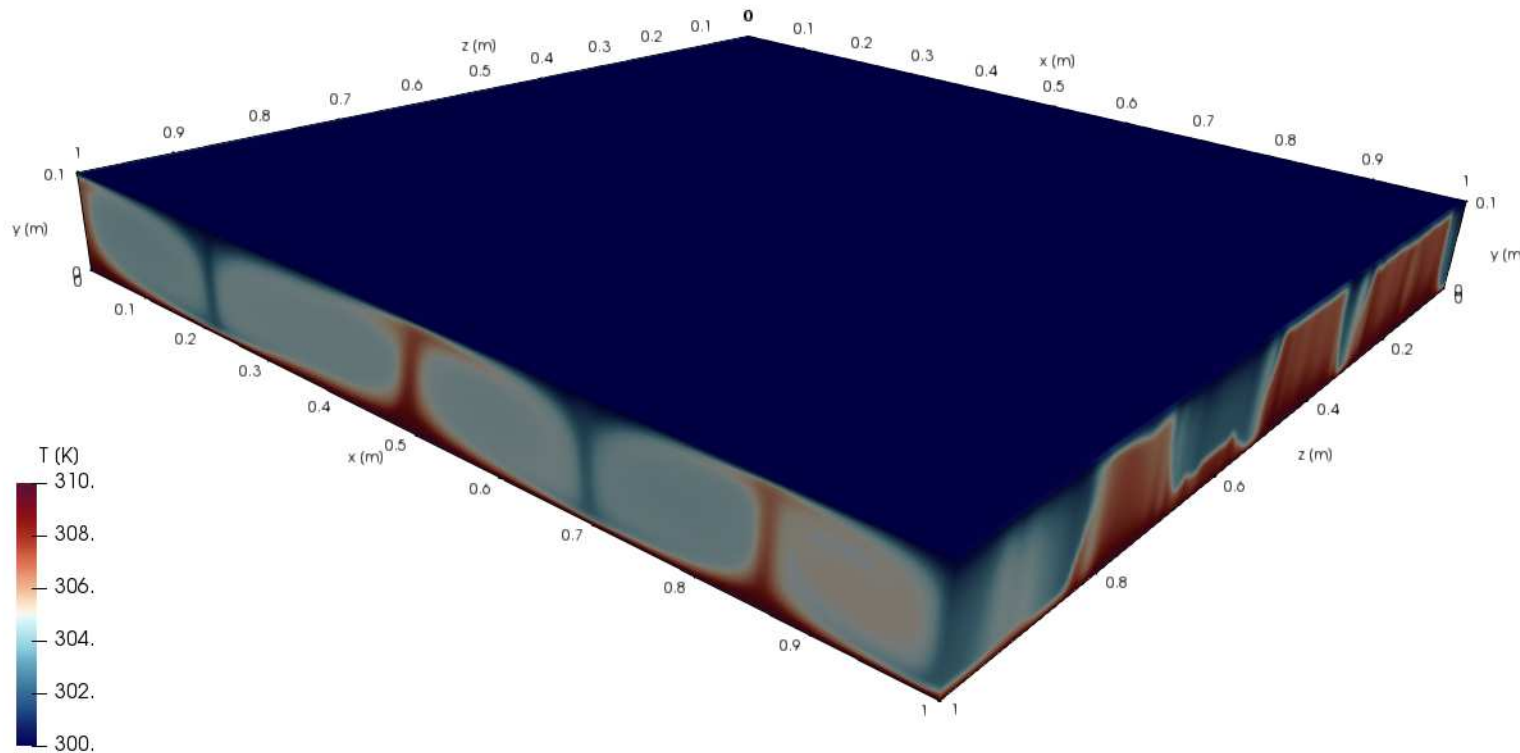
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Rayleigha-Bénarda



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

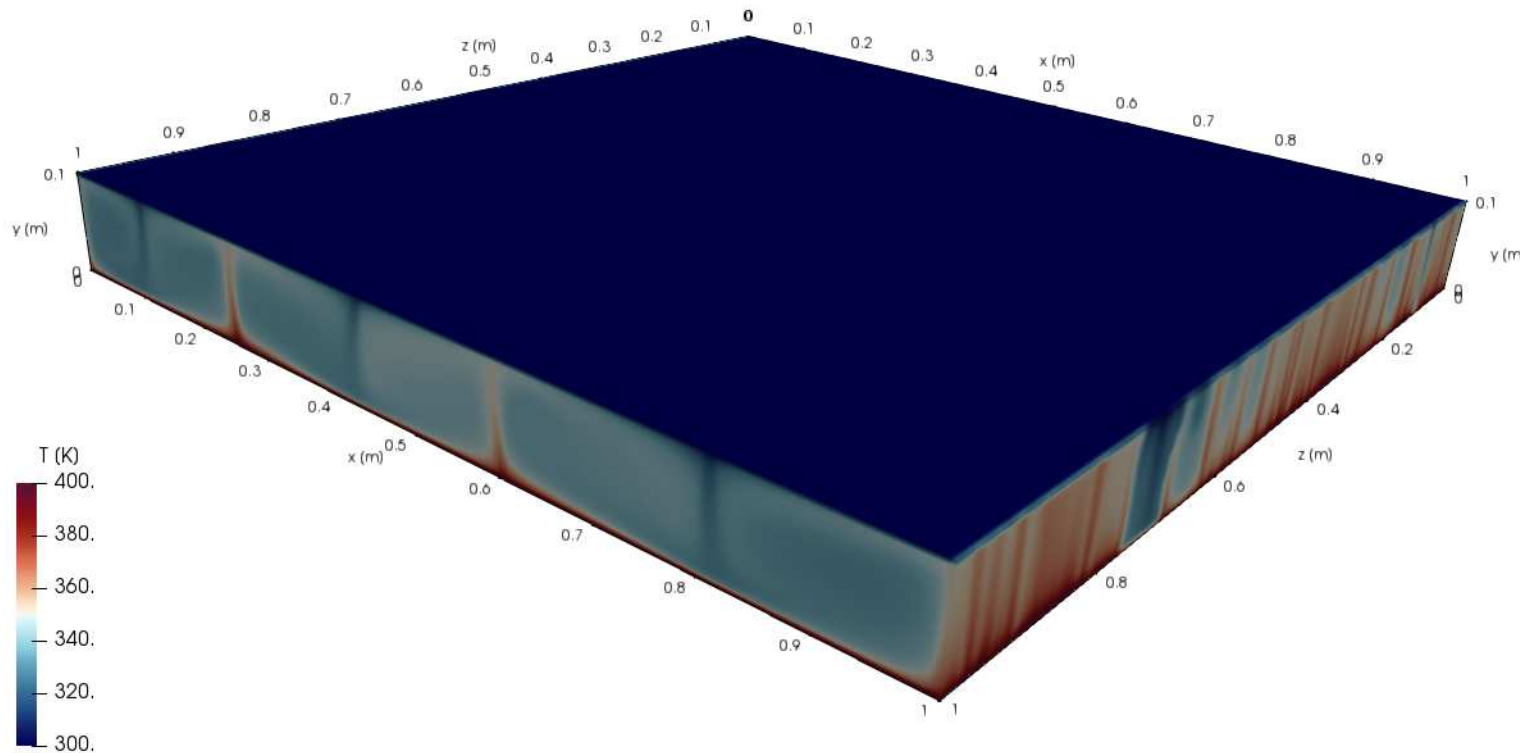
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Rayleigha-Bénarda



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

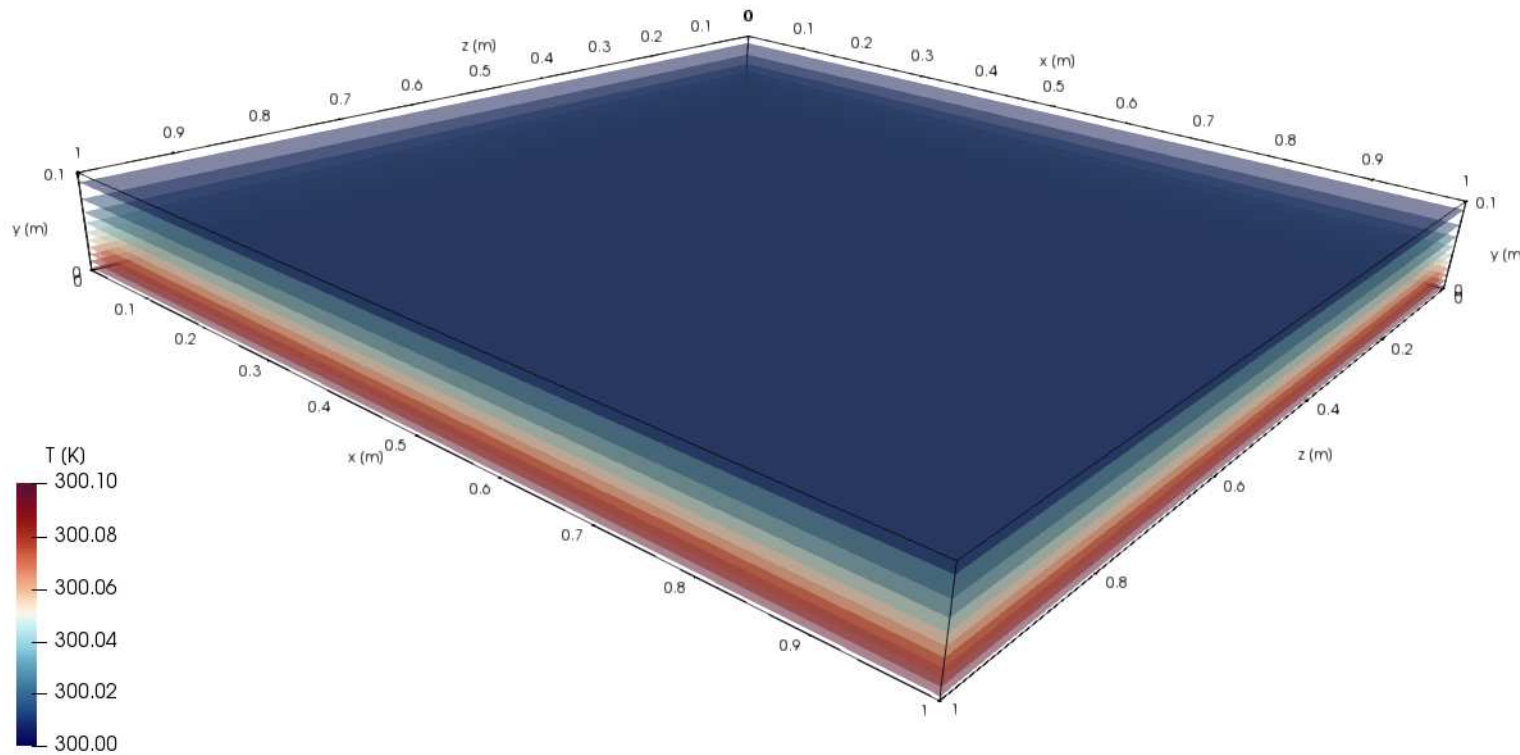
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Rayleigha-Bénarda



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

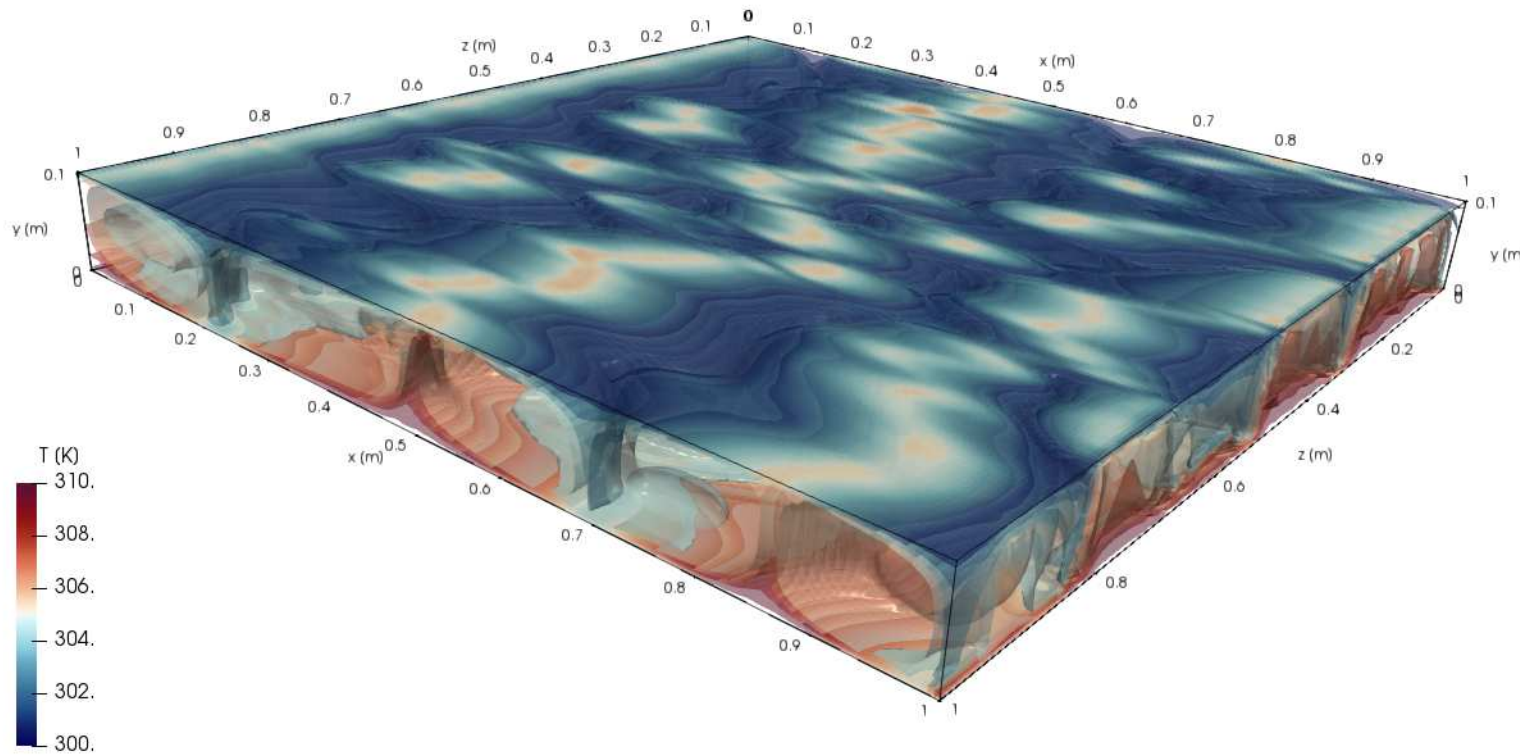
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Rayleigha-Bénarda



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

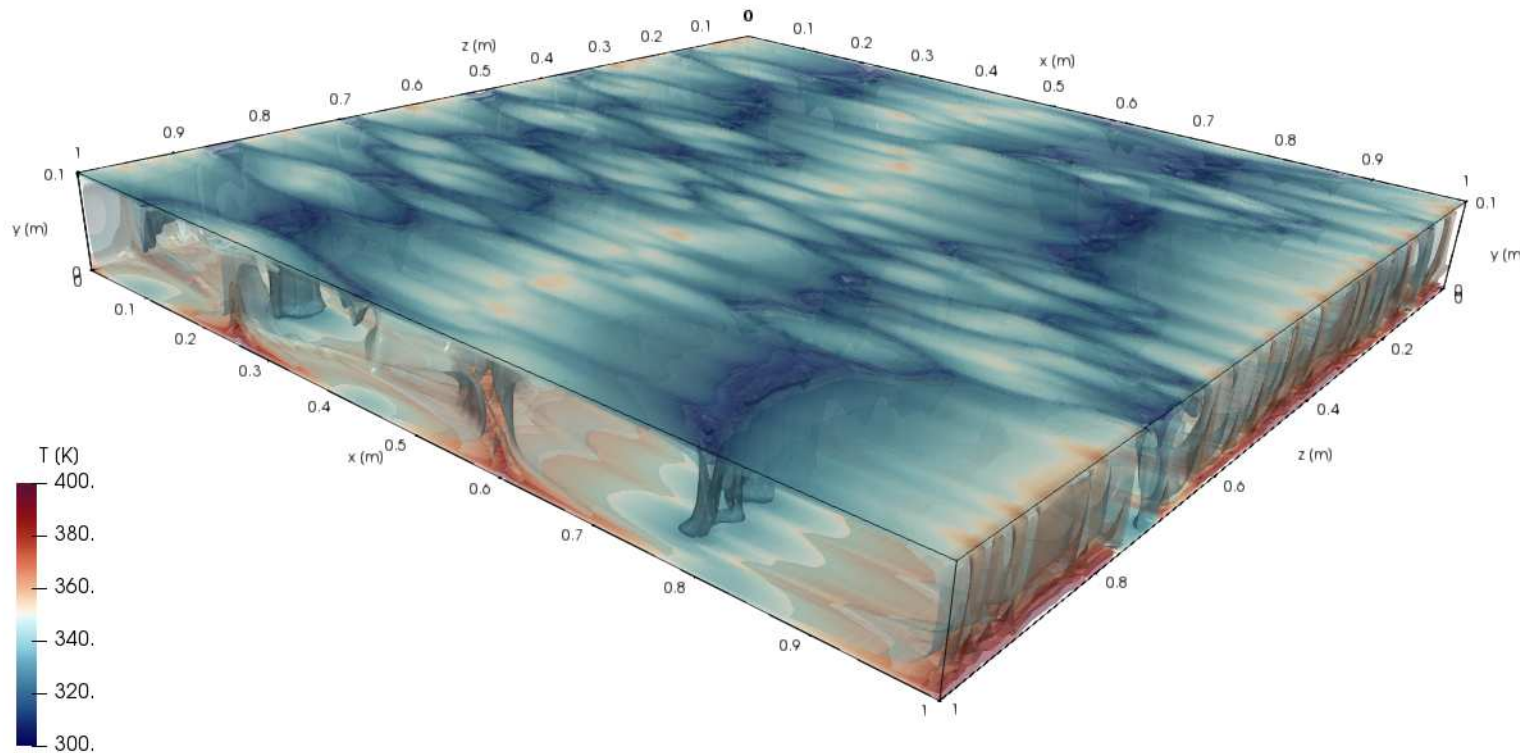
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Rayleigha-Bénarda



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

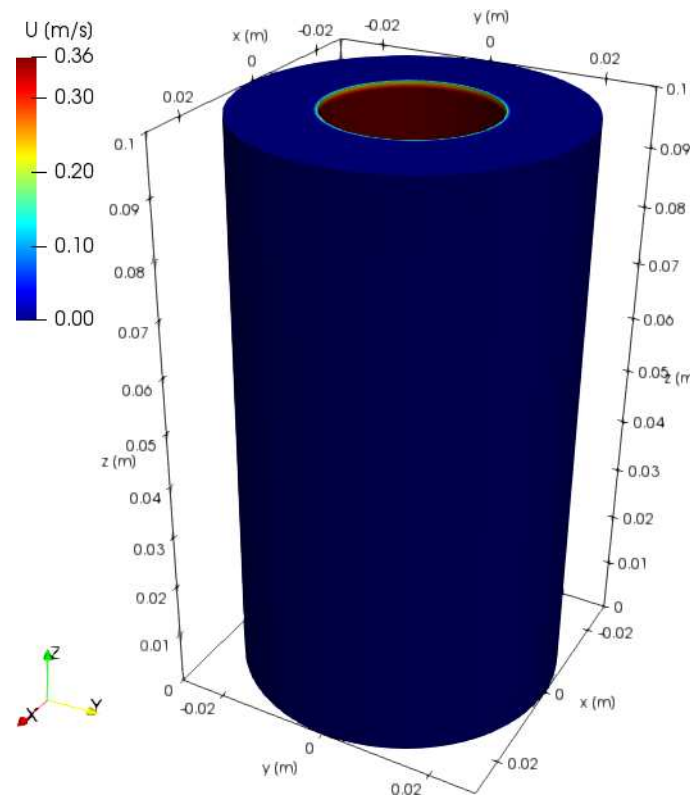
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Taylora



$$Ta = \frac{\omega^2 R_1 (R_2 - R_1)^3}{\nu^2} \quad (113)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe równania

Warunki brzegowe i początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy modelowania turbulencji

Przepływy wieloskładnikowe

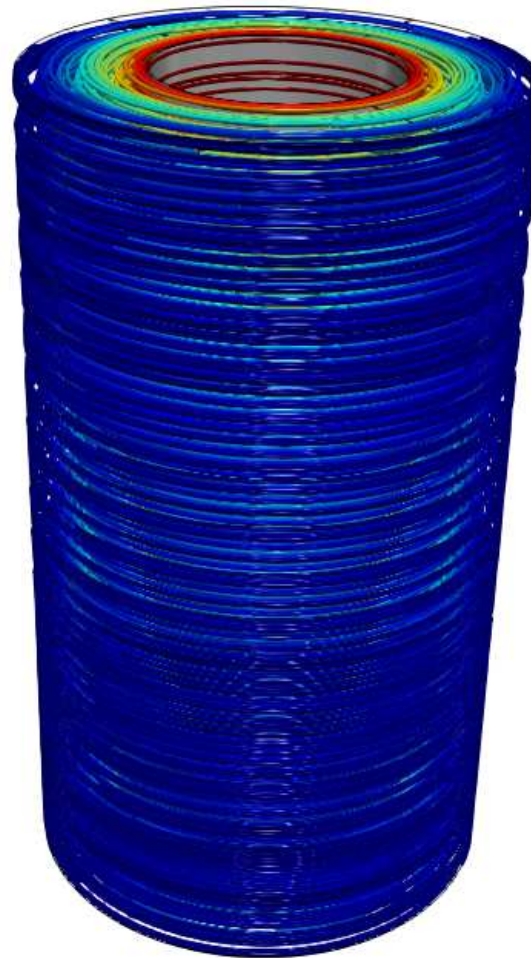
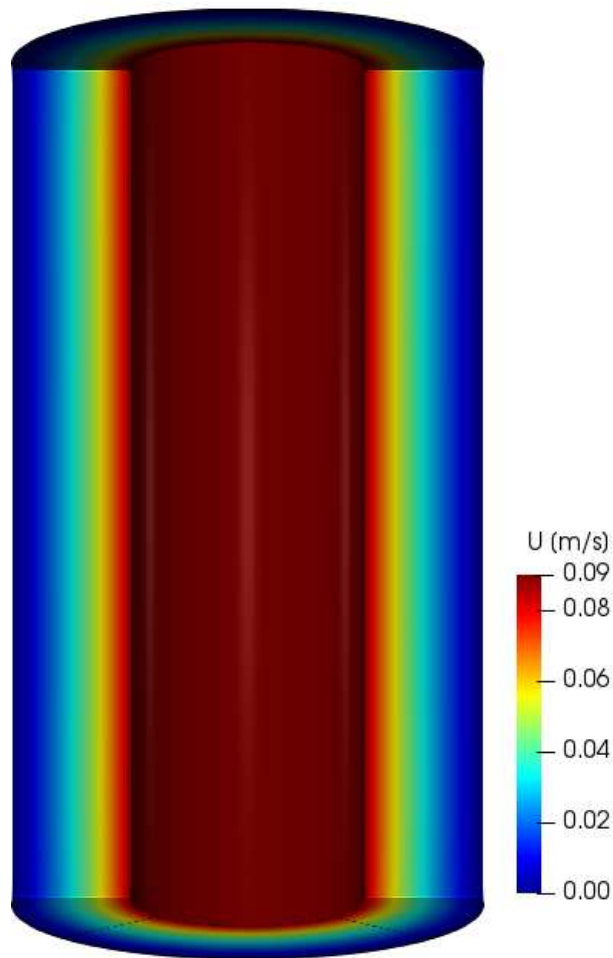
Metoda VoF

Płyny nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia laboratoryjne

Niestabilność Taylora



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

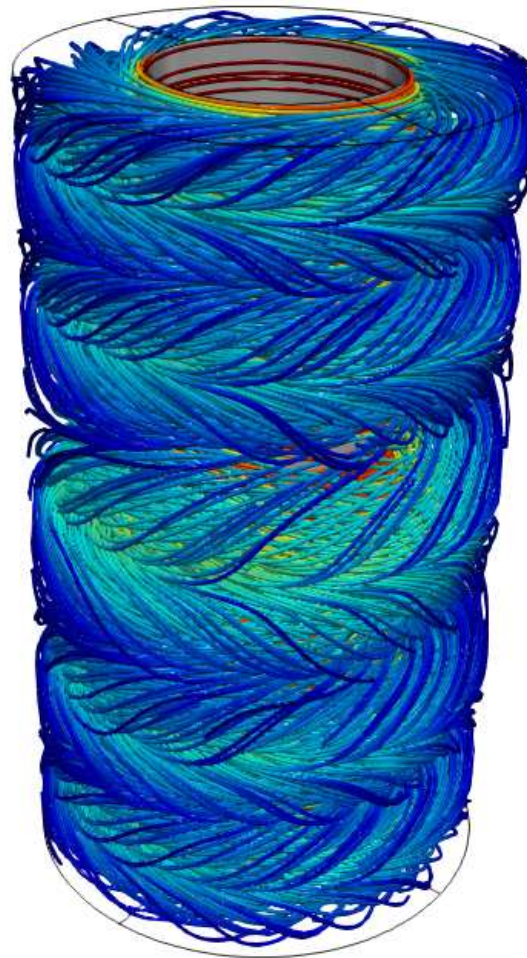
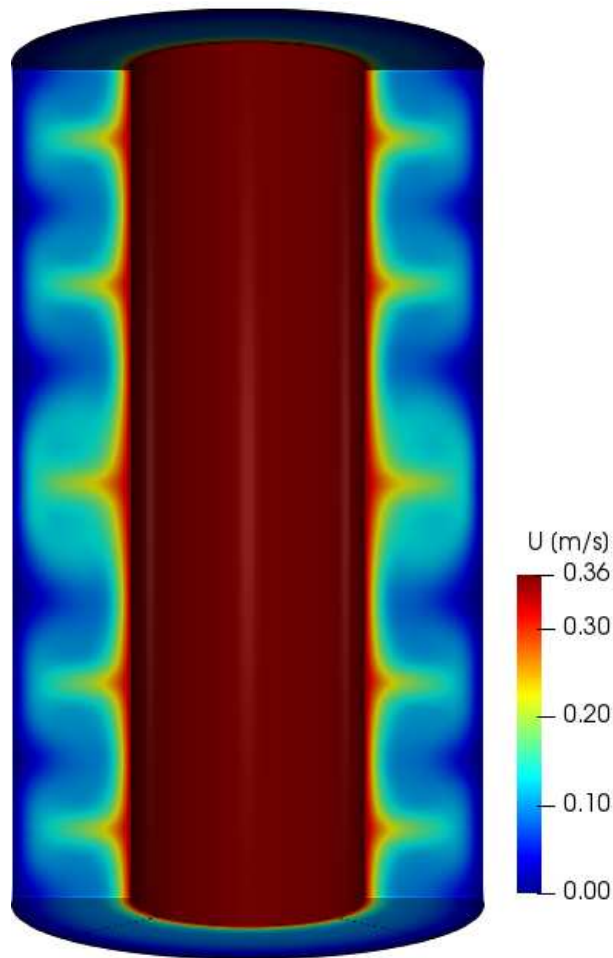
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Taylora



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

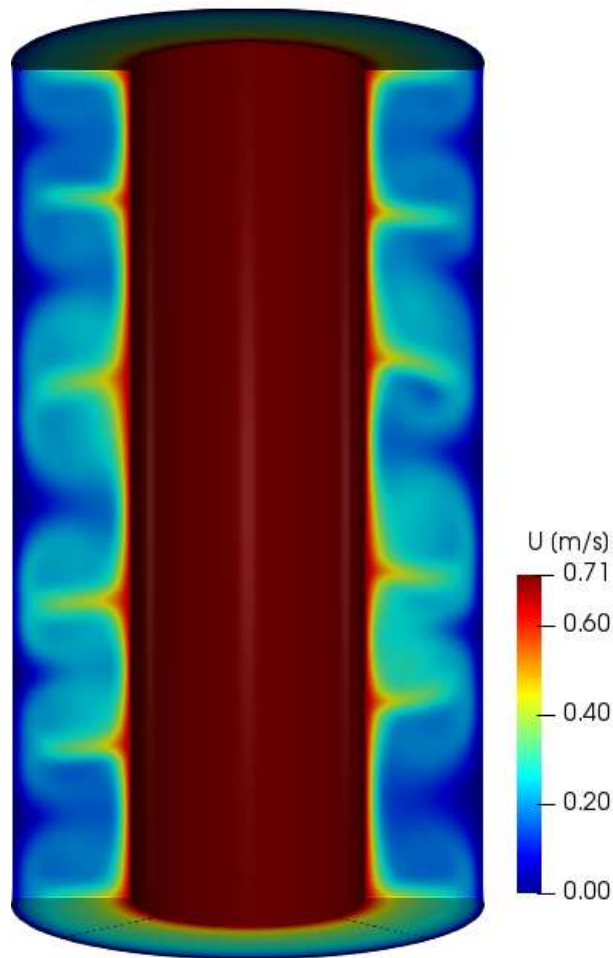
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Niestabilność Taylora



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

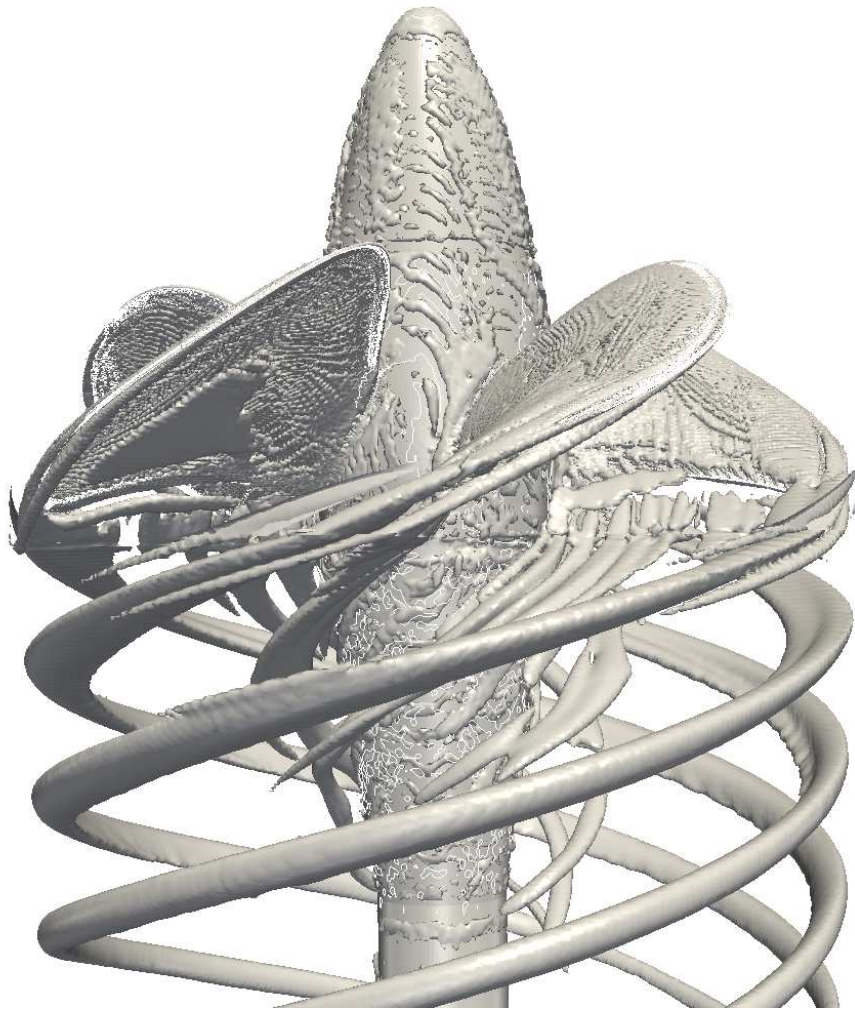
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

■ Współczynnik naporu

$$K_T = \frac{T}{\rho n^2 D^4} \quad (114)$$

■ Współczynnik momentu

$$K_Q = \frac{Q}{\rho n^2 D^5} \quad (115)$$

■ Sprawność

$$\eta = \frac{J}{2\pi} \frac{K_T}{K_Q} \quad (116)$$

■ Współczynnik posuwu

$$J = \frac{v_A}{nD} \quad (117)$$

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

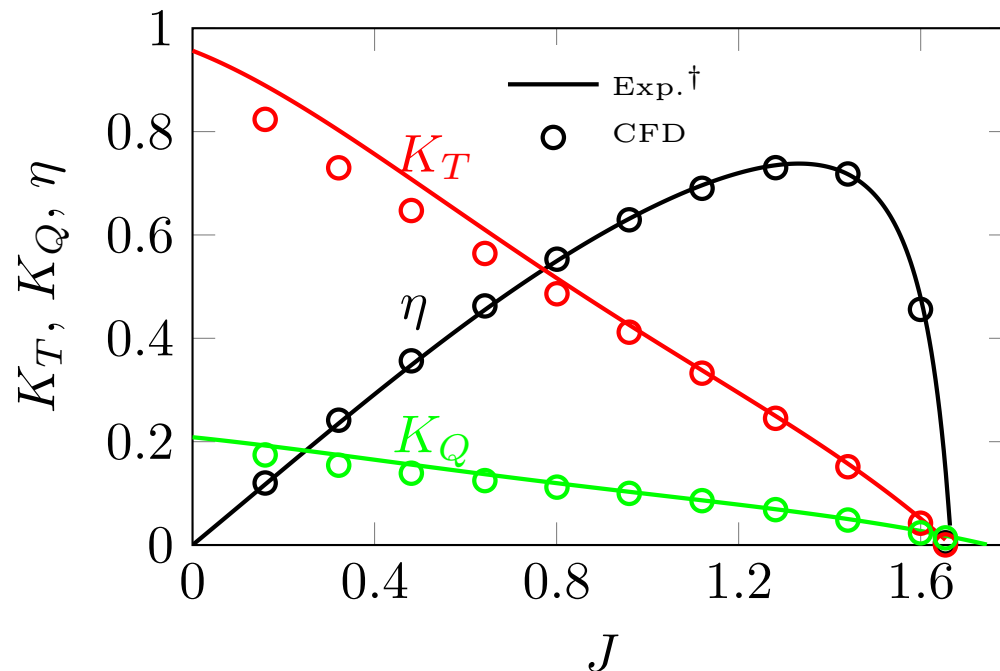
Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne

Pędnik – charakterystyki



[†]U. H. Barkmann, *Potsdam Propeller Test Case (PPTC). Open Water Tests with the Model Propeller VP1304*, Report 3752, Potsdam, 2011

Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

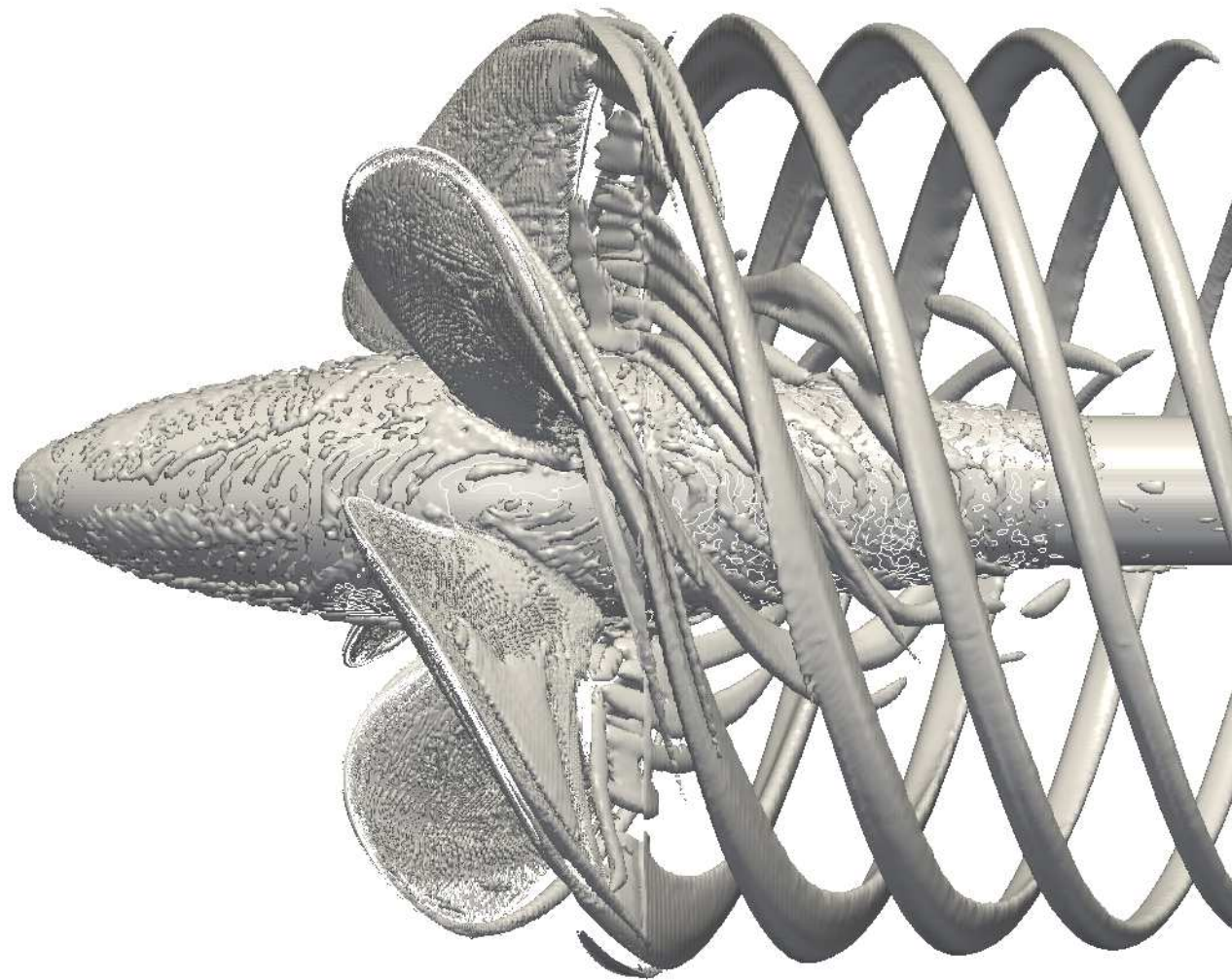
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

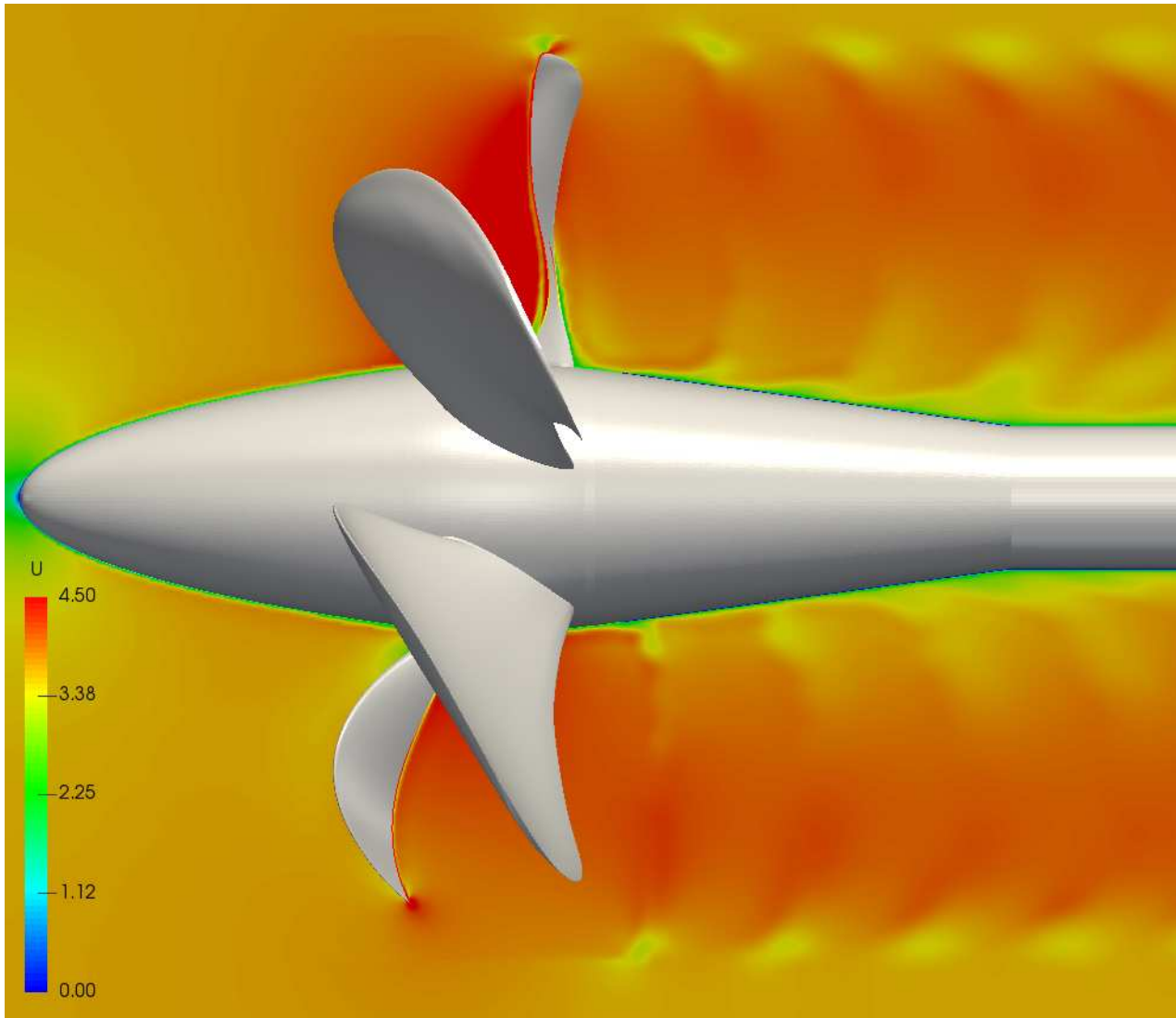
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

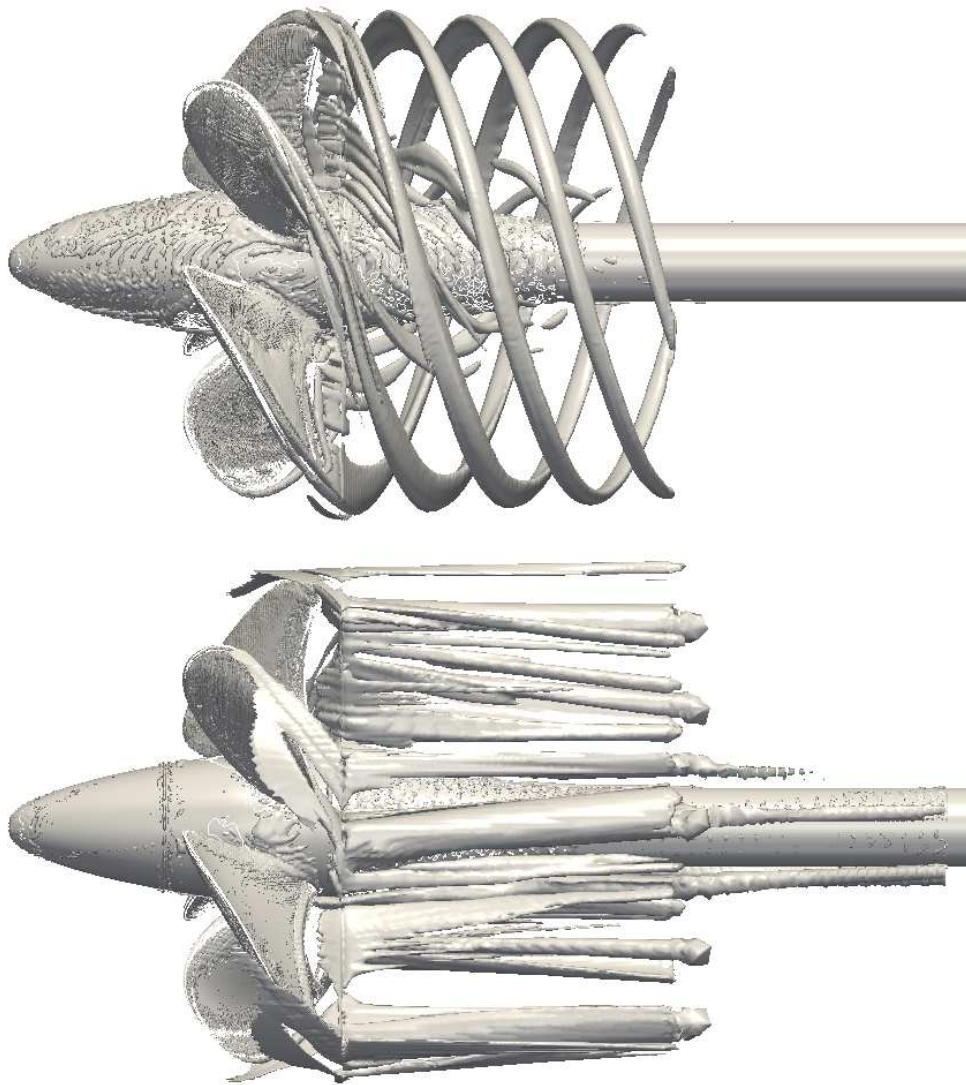
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

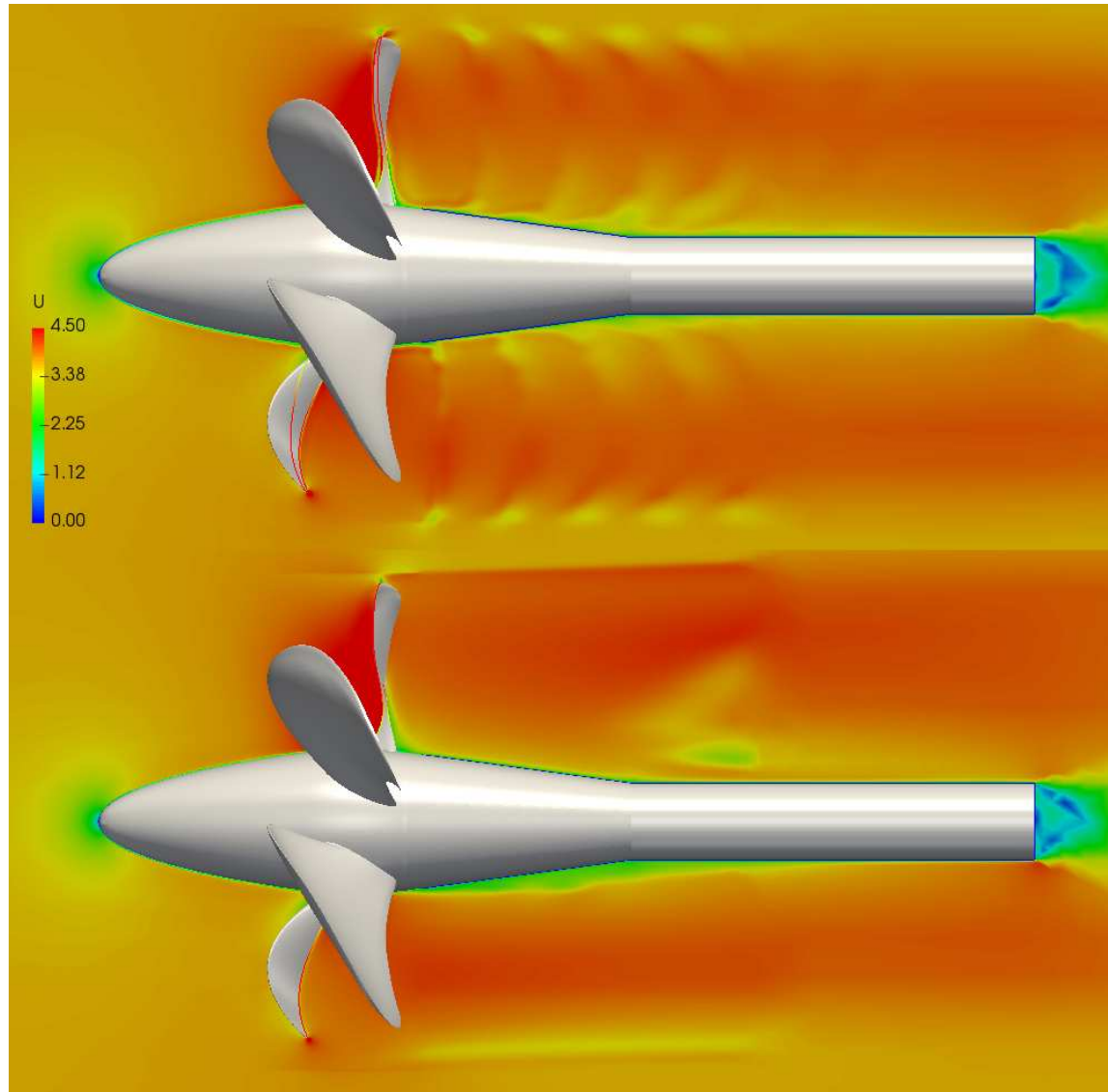
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

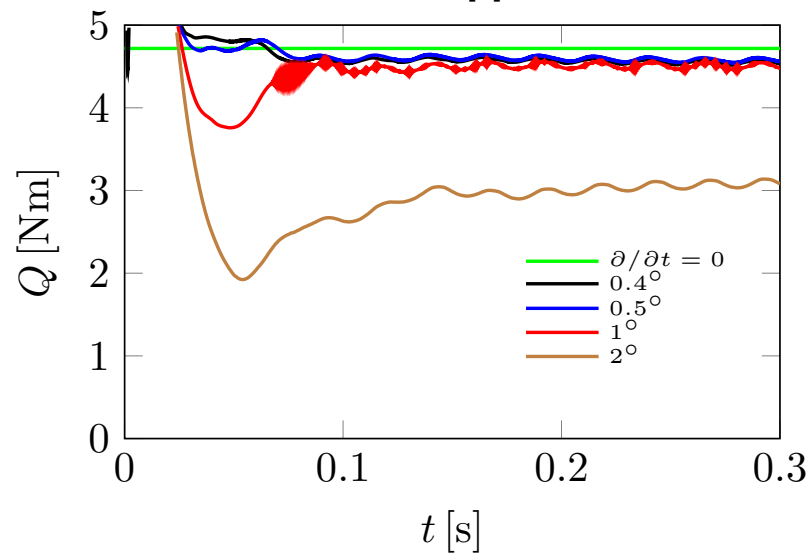
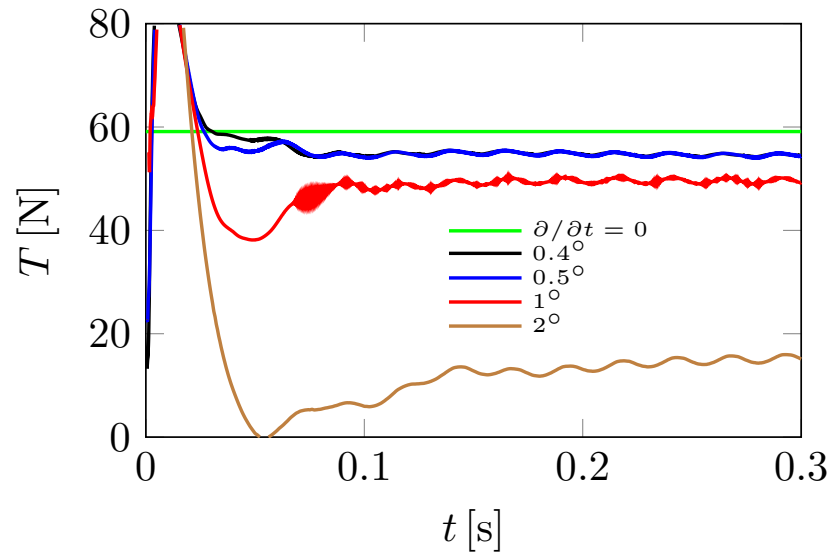
Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne



Spis zagadnień

Wstęp

Podstawowe
równania

Warunki brzegowe i
początkowe

Liczby kryterialne

Podstawy
modelowania
turbulencji

Przepływy
wieloskładnikowe

Metoda VoF

Płyny
nienewtonowskie

CFD

Przykłady/ćwiczenia
laboratoryjne